

## 地球质心变化与形状极移效应计算

地球质心与形状极坐标是几何物理性质兼备的重要大地测量要素。任意定位定向的地固坐标系中,形变地球质心坐标可有该地固坐标系中的一阶地球重力位系数( $\bar{C}_{10}, \bar{C}_{11}, \bar{S}_{11}$ )唯一确定,力学形状极坐标可由该坐标系中2阶重力位系数( $\bar{C}_{21}, \bar{S}_{21}$ )唯一确定。因此,地球质心变化与形状极移的各种潮汐和非潮汐效应,能通过大地测量实测方法精准获得,可满足大地测量的计量学要求。

### 8.4.1 地球质心与形状极潮汐效应及计算

地球质心与形状极的潮汐效应分别由一阶和二阶一次地球重力位系数的潮汐效应决定。各种大地测量要素的形状极潮汐效应,等于其固体潮效应和负荷潮效应的二阶周日潮波全部分潮的潮汐效应总和。

#### 8.4.1.1 地球质心位置潮汐效应预报计算

固体潮理论基于天体引力与离心力平衡理论推导,大地测量学因此不具体研究固体潮产生的地球质心变化。海洋潮汐、地面大气压潮分别导致海水质量和大气密度的重新分布,引起地球质心周期性变化。

8.2节介绍了全球海潮负荷球谐系数模型、地面大气压潮负荷球谐系数模型的构建与负荷形变效应球谐综合算法公式。由负荷潮球谐系数模型中各分潮 $\sigma_j$ 球谐系数的一阶项,包括一阶项同相幅值和一阶项异相幅值,可计算任意时刻该分潮 $\sigma_j$ 引起的地球质心变化,之后,将负荷潮球谐系数模型中全部分潮对地球质心的贡献叠加,就是任意时刻负荷潮引起的地球质心变化。

设分潮 $\sigma_j$ 的一阶负荷球谐系数变化的同相幅值和异相幅值分别为( $\Delta\bar{C}_{10}^{j+}, \Delta\bar{C}_{11}^{j+}, \Delta\bar{S}_{11}^{j+}$ )和( $\Delta\bar{C}_{10}^{j-}, \Delta\bar{C}_{11}^{j-}, \Delta\bar{S}_{11}^{j-}$ ),顾及一阶位负荷勒夫数恒等于零,  $k_1' \equiv 0$ , 则任意时刻 $t$ , 全球海潮负荷或地面大气压潮负荷引起的地球质心变化可统一表示为:

$$\begin{cases} \Delta x_{cm}(t) = \sqrt{3}R \frac{\rho_w}{\rho_e} \sum_{j=1}^n [\Delta\bar{C}_{11}^{j+} \cos(\phi_j(t) + \varepsilon_j) + \Delta\bar{C}_{11}^{j-} \sin(\phi_j(t) + \varepsilon_j)] \\ \Delta y_{cm}(t) = \sqrt{3}R \frac{\rho_w}{\rho_e} \sum_{j=1}^n [\Delta\bar{S}_{11}^{j+} \cos(\phi_j(t) + \varepsilon_j) + \Delta\bar{S}_{11}^{j-} \sin(\phi_j(t) + \varepsilon_j)] \\ \Delta z_{cm}(t) = \sqrt{3}R \frac{\rho_w}{\rho_e} \sum_{j=1}^n [\Delta\bar{C}_{10}^{j+} \cos(\phi_j(t) + \varepsilon_j) + \Delta\bar{C}_{10}^{j-} \sin(\phi_j(t) + \varepsilon_j)] \end{cases} \quad (4.1)$$

式中:  $\phi_j(t)$ 为 $t$ 时刻分潮 $\sigma_j$ 的天文幅角;  $\varepsilon_j$ 为分潮 $\sigma_j$ 的相位偏差;  $n$ 为负荷潮球谐系数模型中分潮数量,如8.2.3节构造的720阶海潮负荷球谐系数(cm)模型FES2014b720cs.dat,包含36个海洋分潮,其中含一阶项的分潮有34个( $n=34$ ;分潮 $\Omega_1, \Omega_2$ 无一阶项)。如由8.2.4节构造的360阶全球地面大气压潮负荷球谐系数(hPa)模型

ECMWF2006n360cs.dat, 包含了周日、半日、周年和半年 4 个地面大气压分潮 ( $n = 4$ )。

采用 8.2.3 节 FES2014b720cs.dat 模型中 34 个分潮 1 阶负荷球谐系数变化的同相幅值和异相幅值, 计算 2020 年 1 月 1 日至 2020 年 1 月 31 日地球质心变化的海潮负荷效应, 时间间隔 30 分钟, 如图 4.1。

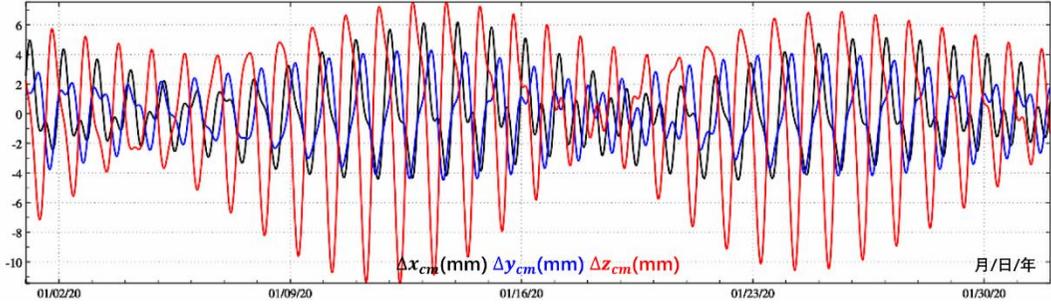


图 4.1 地球质心变化的海潮负荷效应时间序列

采用 8.2.4 节 ECMWF2006n360cs.dat 中 4 个分潮 (半日、周日、半年、周年) 一阶负荷球谐系数变化的同相幅值和异相幅值, 预报 2025 年 1 月 1 日至 2026 年 12 月 31 日 (2 年) 地球质心变化的地面大气压潮负荷效应, 如图 4.2。

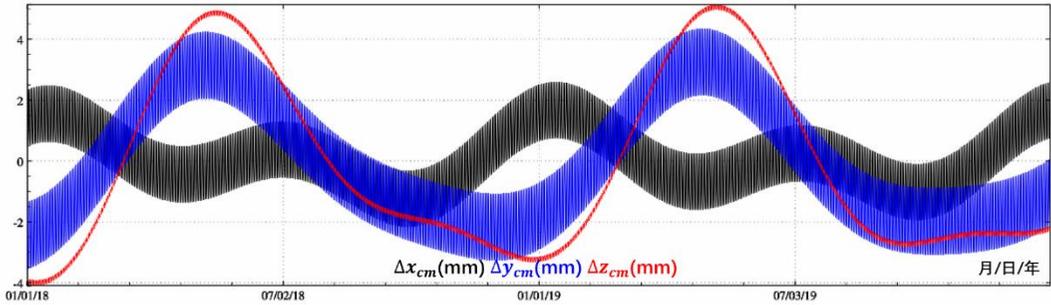


图 4.2 地球质心变化的大气压潮负荷效应时间序列

海潮与大气压潮, 由于其潮汐调和常数模型分别基于海平面和地面大气压直接观测数据构造, 一般都会包含地球质心变化的负荷潮效应。不同来源观测数据构造的海潮或大气压潮模型, 地球质心变化的负荷潮效应不同。

#### 8.4.1.2 形状极移各种潮汐效应预报计算

由二阶一次重力位系数变化 ( $\Delta\bar{C}_{21}, \Delta\bar{S}_{21}$ ), 结合位系数 ( $\bar{C}_{20}, \bar{S}_{22}$ ), 测定形状极移 ( $\Delta x_{sfp}, -\Delta y_{sfp}$ ) 的算法公式为:

$$\Delta x_{sfp} = -\frac{\sqrt{3}b}{\bar{C}_{20}} \Delta\bar{C}_{21} - \frac{6\bar{S}_{22}b}{(\bar{C}_{20})^2} \Delta\bar{S}_{21}, \quad \Delta y_{sfp} = +\frac{\sqrt{3}b}{\bar{C}_{20}} \Delta\bar{S}_{21} - \frac{6\bar{S}_{22}b}{(\bar{C}_{20})^2} \Delta\bar{C}_{21} \quad (4.2)$$

式中:  $b$  为地球椭圆短半轴;  $\bar{C}_{20}, \bar{S}_{22}$  取近似平均值。

8.1 节中二阶一次位系数的固体潮效应，即二阶周日固体潮族( $\Delta\bar{C}_{21}, \Delta\bar{S}_{21}$ )，表征形状极的固体潮效应。自转微椭地球的二阶周日位勒夫数存在频率相关性（48 个二阶周日分潮位勒夫数频率校正，如表 1.7），分别由 48 个周日分潮的二阶一次位系数固体潮效应，计算其形状极移效应，再将这些分潮的形状极移效应累加，就是任意时刻的形状极固体潮效应。

与地球质心负荷潮效应相同，可以导出由二阶一次负荷潮球谐系数，直接预报形状极移负荷潮效应的算法公式：

$$\begin{aligned} \Delta x_{sfp} &= -\frac{3\rho_w}{5\rho_e} \frac{b(1+k'_2)}{\bar{c}_{20}} \left( \begin{aligned} &\sqrt{3} \sum_{j=1}^n [\Delta\bar{C}_{21}^{j+} \cos(\phi_j(t) + \varepsilon_j) + \Delta\bar{C}_{21}^{j-} \sin(\phi_j(t) + \varepsilon_j)] \\ &+ \frac{6\bar{S}_{22}}{\bar{c}_{20}} \sum_{j=1}^n [\Delta\bar{S}_{21}^{j+} \cos(\phi_j(t) + \varepsilon_j) + \Delta\bar{S}_{21}^{j-} \sin(\phi_j(t) + \varepsilon_j)] \end{aligned} \right) \\ \Delta y_{sfp} &= \frac{3\rho_w}{5\rho_e} \frac{b(1+k'_2)}{\bar{c}_{20}} \left( \begin{aligned} &\sqrt{3} \sum_{j=1}^n [\Delta\bar{S}_{21}^{j+} \cos(\phi_j(t) + \varepsilon_j) + \Delta\bar{S}_{21}^{j-} \sin(\phi_j(t) + \varepsilon_j)] \\ &- \frac{6\bar{S}_{22}}{\bar{c}_{20}} \sum_{j=1}^n [\Delta\bar{C}_{21}^{j+} \cos(\phi_j(t) + \varepsilon_j) + \Delta\bar{C}_{21}^{j-} \sin(\phi_j(t) + \varepsilon_j)] \end{aligned} \right) \quad (4.6) \end{aligned}$$

式中： $\Delta\bar{C}_{21}^{j+}, \Delta\bar{C}_{21}^{j-}, \Delta\bar{S}_{21}^{j+}, \Delta\bar{S}_{21}^{j-}$  分别为第  $j$  个分潮二阶一次球谐系数的同相幅值和异相幅值； $n$  为负荷潮球谐系数模型中分潮数量，如海潮负荷球谐系数模型 FES2014b720cs.dat，包含 36 个海洋分潮。

按 8.2.3 节完全相同的数值标准与位系数海潮负荷效应算法，由 FES2014b720cs.dat 海潮负荷模型（36 个分潮），计算 2020 年 1 月 1 日至 2020 年 1 月 31 日形状极移海潮负荷效应时间序列（单位 m），时间间隔 30 分钟，如图 4.3。

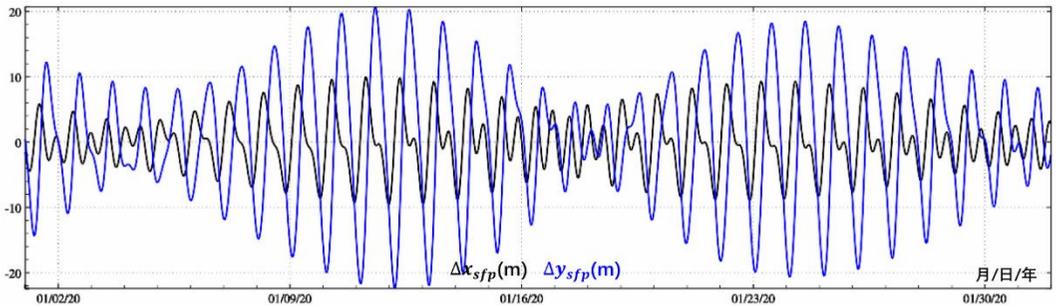


图 4.3 形状极移的海潮负荷效应时间序列

图 4.3 显示，地球形状极移的海潮负荷效应，以周日变化为主，1 个月时间内，最大最小值之差超过 40m。

按 8.2.3 节相同的数值标准与位系数地面大气压潮负荷效应算法，由地面大气压潮负荷球谐系数模型 ECMWF2006n360cs.dat（半日、周日、半年、周年 4 个分潮），计算 2018 年 1 月 1 日至 2020 年 12 月 31 日形状极移地面大气压潮负荷效应时序（单位 m），时间

间隔 30 分钟，如图 4.4。

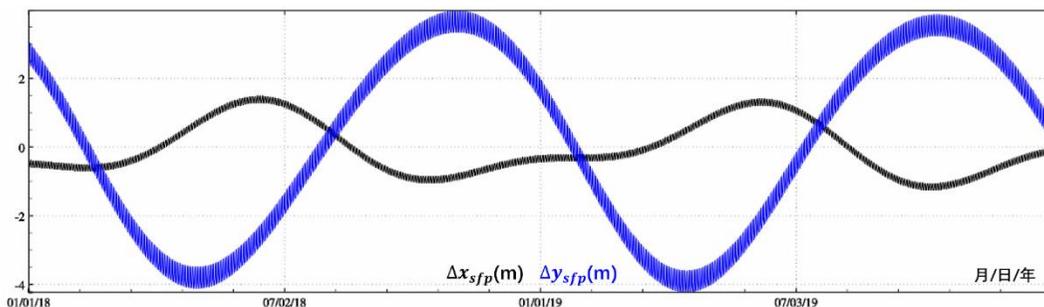


图 4.4 形状极移的地面大气压潮负荷效应时间序列

图 4.4 显示，地球形状极移的地面大气压潮负荷效应，短期内以周日变化为主，幅值为分米量级，年周期幅值大，最大最小值之差超过 7m。

#### 8.4.2 地球质心与形状极非潮汐负荷效应

8.2 节介绍了地球重力场变化的非潮汐负荷球谐分析与球谐综合法方法及算法公式，包括海平面变化、地面大气压变化和陆地水变化负荷效应计算，其中，非潮汐负荷球谐模型中的一阶负荷球谐系数变化，可用于计算非潮汐负荷产生的地球质心变化；二阶一次负荷球谐系数变化，可用于计算非潮汐负荷产生的地球形状极移。

##### 8.4.2.1 地球质心非潮汐负荷效应计算

设一阶非潮汐负荷球谐系数变化为 $(\Delta\bar{C}_{10}^w, \Delta\bar{C}_{11}^w, \Delta\bar{S}_{11}^w)$ ，将式 (2.6) 代入 (1.2.103) 式，取 $k'_1 = 0$ ，可得地球质心变化的非潮汐负荷效应为：

$$\Delta x_{cm} = \sqrt{3}R \frac{\rho_w}{\rho_e} \Delta\bar{C}_{11}^w, \quad \Delta y_{cm} = \sqrt{3}R \frac{\rho_w}{\rho_e} \Delta\bar{S}_{11}^w, \quad \Delta z_{cm} = \sqrt{3}R \frac{\rho_w}{\rho_e} \Delta\bar{C}_{10}^w \quad (4.3)$$

直接由 8.2.4 节 2018 年 1 月至 2020 年 12 月海平面周变化负荷球谐系数模型时间序列中的一阶负荷球谐系数周变化 $(\Delta\bar{C}_{10}^{sea}, \Delta\bar{C}_{11}^{sea}, \Delta\bar{S}_{11}^{sea})$ 时间序列，按 (4.3) 式计算地球质心周变化时间序列（单位 mm，相对于 2018 年平均质心），结果如图 4.5。

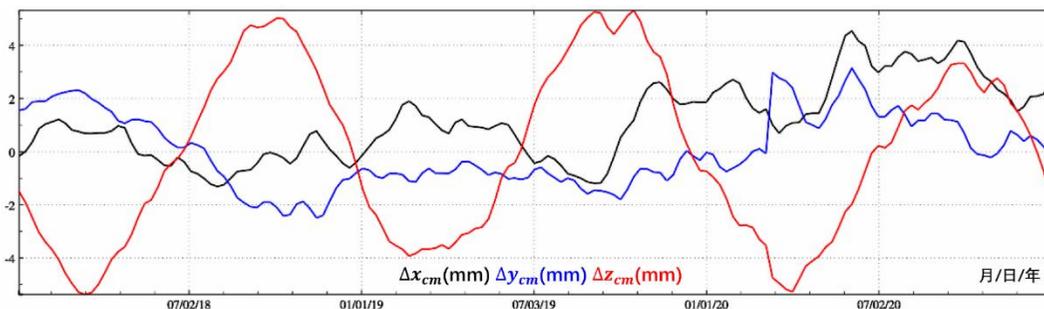


图 4.5 地球质心变化的海平面变化负荷效应-相对于 2018 年平均质心

直接由 8.2.5 节 2018 年 1 月至 2020 年 12 月地面大气压周变化负荷球谐系数模型时间序列中的一阶负荷球谐系数周变化( $\Delta\bar{C}_{10}^{air}, \Delta\bar{C}_{11}^{air}, \Delta\bar{S}_{11}^{air}$ )时间序列, 按 (4.3) 式计算地球质心周变化时间序列 (单位 mm, 相对于 2018 年平均形状极), 结果如图 4.6。

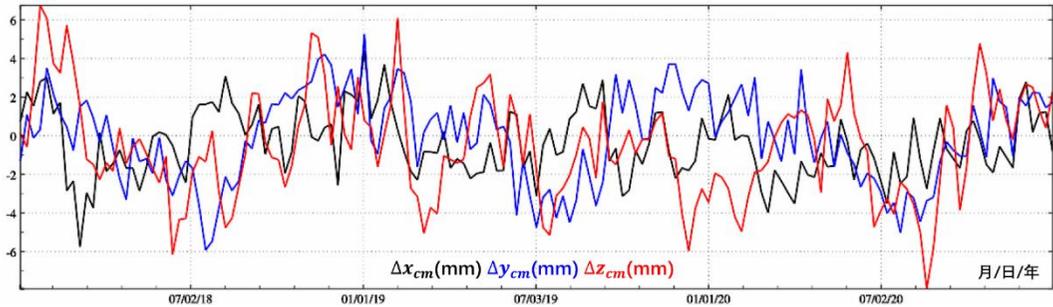


图 4.6 地球质心变化的地面大气压变化负荷效应-相对于 2018 年平均质心

直接由 8.2.6 节 2018 年 1 月至 2020 年 9 月全球陆地水周变化负荷球谐系数模型时间序列中的一阶负荷球谐系数周变化( $\Delta\bar{C}_{10}^{lnd}, \Delta\bar{C}_{11}^{lnd}, \Delta\bar{S}_{11}^{lnd}$ )时间序列, 按 (4.3) 式计算地球质心周变化时间序列 (单位 mm, 相对于 2018 年平均质心), 结果如图 4.7。

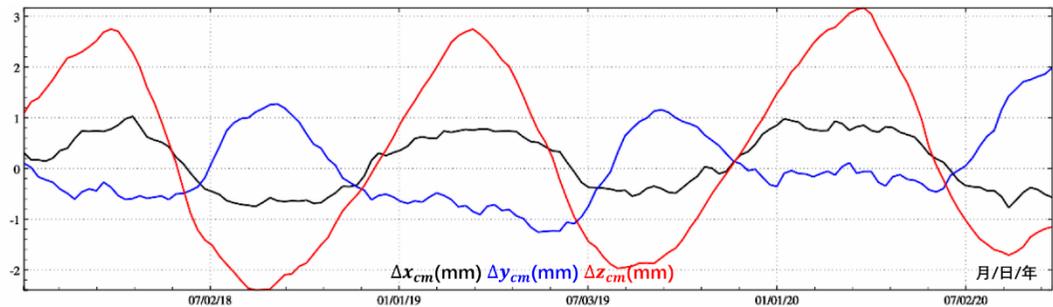


图 4.7 地球质心变化的陆地水变化负荷效应-相对于 2018 年平均质心

图 4.5~图 4.6 显示, 在地球质心变化的非潮汐负荷效应中, 海平面变化负荷效应的最大最小值之差达到 10mm, 陆地水负荷效应的最大最小值之差达到 5mm, 地面大气压负荷效应的最大最小值之差超过 10mm。

显然, 若采样历元时刻一一对应, 可将非潮汐海平面变化、地面大气压变化和全球陆地水变化球谐系数一阶项直接相加后, 再按 (4.3) 式计算非潮汐地表环境负荷变化引起的地球质心变化; 也可以将上述三种负荷变化引起的地球质心变化相加, 得到非潮汐地表环境负荷变化引起的地球质心变化。两者结果等价。

#### 8.4.2.形状极移非潮汐负荷效应计算

由 (2.6) 式, 可得由二阶一次位系数变化( $\Delta\bar{C}_{21}, \Delta\bar{S}_{21}$ )表示的二阶一次非潮汐负荷球谐系数变化( $\Delta\bar{C}_{21}^w, \Delta\bar{S}_{21}^w$ ):

$$\Delta\bar{C}_{21} = \frac{3\rho_w}{5\rho_e}(1+k'_2)\Delta\bar{C}_{21}^w, \quad \Delta\bar{S}_{21} = \frac{3\rho_w}{5\rho_e}(1+k'_2)\Delta\bar{S}_{21}^w \quad (4.4)$$

代入 (4.2) 式, 可得由二阶一次非潮汐负荷球谐系数变化 $[\Delta\bar{C}_{21}^w, \Delta\bar{S}_{21}^w]$ 计算形状极移的非潮汐负荷效应算法公式

$$\Delta x_{sfp} = -\frac{3\rho_w}{5\rho_e} \frac{b}{\bar{c}_{20}} (1+k'_2) \left( \sqrt{3}\Delta\bar{C}_{21}^w + \frac{6\bar{S}_{22}}{\bar{c}_{20}} \Delta\bar{S}_{21}^w \right) \quad (4.5)$$

$$\Delta y_{sfp} = +\frac{3\rho_w}{5\rho_e} \frac{b}{\bar{c}_{20}} (1+k'_2) \left( \sqrt{3}\Delta\bar{S}_{21}^w - \frac{6\bar{S}_{22}}{\bar{c}_{20}} \Delta\bar{C}_{21}^w \right) \quad (4.6)$$

由 8.2.4 节 2018 年 1 月至 2020 年 12 月海平面周变化负荷球谐系数模型中的 2 阶 1 次球谐系数 $(\Delta\bar{C}_{21}^{sea}, \Delta\bar{S}_{21}^{sea})$ 周变化时间序列, 按 (4.5) 和 (4.6) 式, 计算形状极移海平面变化负荷效应时间序列 (单位 m, 相对于 2018 年平均形状极), 如图 4.8。

由 8.2.5 节 2018 年 1 月至 2020 年 12 月全球地面大气压负荷球谐系数模型中的 2 阶 1 次负荷球谐系数变化 $(\Delta\bar{C}_{21}^{air}, \Delta\bar{S}_{21}^{air})$ 周变化时间序列, 按 (4.5) 和 (4.6) 式, 计算形状极移地面大气压负荷效应时间序列 (单位 m, 相对于 2018 年平均形状极), 如图 4.9。

由 8.2.5 节 2018 年 1 月至 2020 年 9 月全球陆地水负荷球谐系数模型中 2 阶 1 次球谐系数 $(\Delta\bar{C}_{21}^{lnd}, \Delta\bar{S}_{21}^{lnd})$ 周变化时间序列, 按 (4.5) 和 (4.6) 式, 计算形状极移陆地水变化负荷效应时间序列 (单位 m, 相对于 2018 年平均形状极), 如图 4.10。

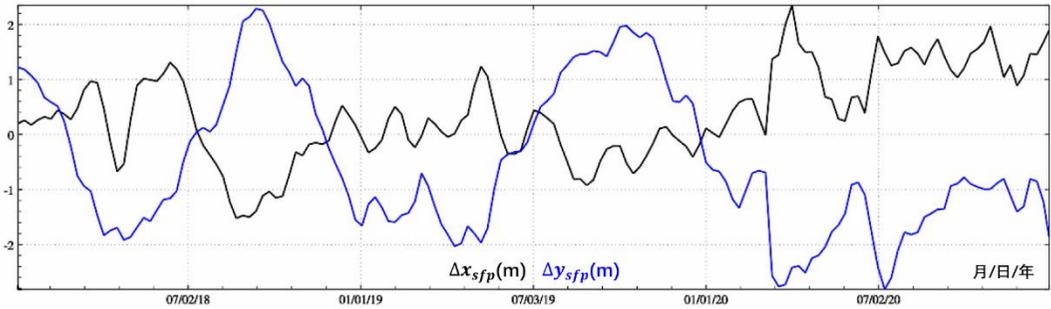


图 4.8 形状极移的海平面变化负荷效应-相对于 2018 年平均形状极

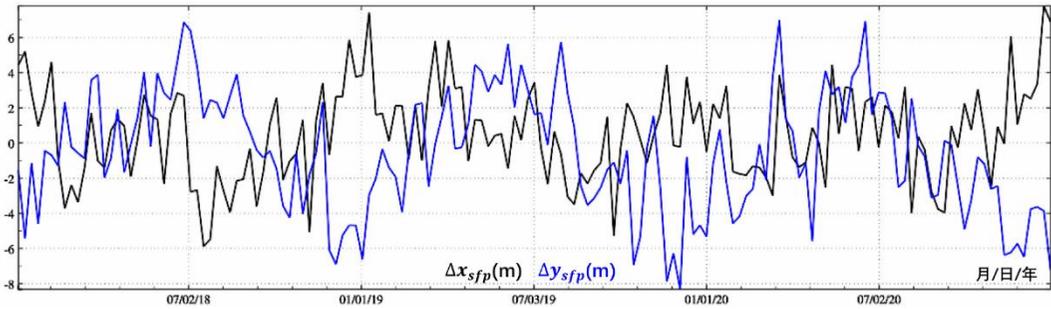


图 4.9 形状极移的大气压变化负荷效应-相对于 2018 年平均形状极

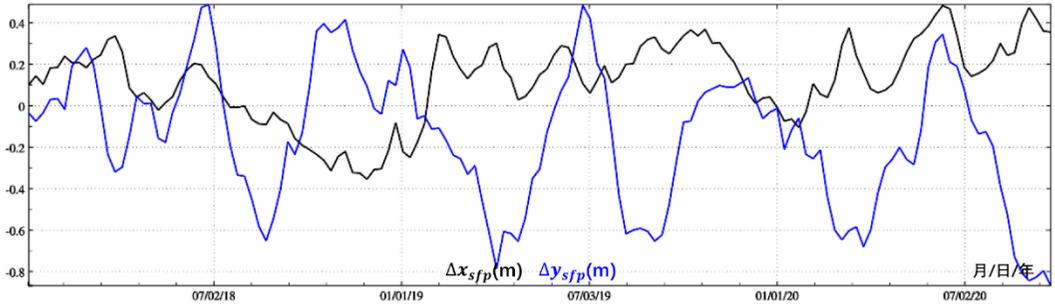


图 4.10 形状极移的陆地水变化负荷效应-相对于 2018 年平均形状极

统计结果显示，地球形状极移负荷效应中，海平面变化负荷效应的最大最小值之差超过 4m，陆地水负荷效应最大最小值之差达到 1.2m，地面大气压负荷效应最大，其最大最小值之差超过 14m。

#### 8.4.3 大地测量要素地球质心变化效应计算

地球质心坐标是具有全球空间尺度的大地测量要素（地球质心是地球力学平衡形状的一阶项），表征了地球的球形状。由 SLR 测定的地球质心变化，一般移去了海潮负荷效应与地面大气压负荷潮效应，见 8.3.1 节，代表了地球内部非潮汐负荷变化导致的整个地球系统形变，因而影响地球空间中各种几何物理大地测量要素，而不是简单地表现为纯几何量的站点位移。

地球质心变化 $(\Delta x_{cm}, \Delta y_{cm}, \Delta z_{cm})$ 可通过测定一阶位系数变化 $(\Delta \bar{C}_{10}, \Delta \bar{C}_{11}, \Delta \bar{S}_{11})$ 按下式确定：

$$\Delta x_{cm} = \sqrt{3}R\Delta \bar{C}_{11}, \quad \Delta y_{cm} = \sqrt{3}R\Delta \bar{S}_{11}, \quad \Delta z_{cm} = \sqrt{3}R\Delta \bar{C}_{10} \quad (4.7)$$

将 (4.7) 式，代入地球重力场变化量的位系数展开式，令  $n = 1$ ，顾及  $\bar{P}_{10}(\cos\theta) = \sqrt{3}\cos\theta$ ， $\bar{P}_{11}(\cos\theta) = \sqrt{3}\sin\theta$ ，就可获得由实测地球质心变化，计算各种大地测量要素地球质心变化效应的算法公式。其中，地面或地球外部空间点 $(r, \theta, \lambda)$ 处高程异常地球质心变化效应算法公式为：

$$\Delta \zeta(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{\gamma r^2} \frac{a}{R} (\Delta x_{cm} \cos\lambda \sin\theta + \Delta y_{cm} \sin\lambda \sin\theta + \Delta z_{cm} \cos\theta) \quad (4.8)$$

地面重力地球质心变化效应算法公式 $\odot$

$$\Delta g^s(r, \theta, \lambda) = \frac{2GM}{r^3} \frac{a}{R} (1 + 2h'_1) (\Delta x_{cm} \cos\lambda \sin\theta + \Delta y_{cm} \sin\lambda \sin\theta + \Delta z_{cm} \cos\theta) \quad (4.9)$$

式中： $h'_1$ 为1阶径向负荷勒夫数。

地面或地球外部空间点 $(r, \theta, \lambda)$ 处扰动重力地球质心变化效应算法公式：

$$\Delta g^\delta(r, \theta, \lambda) = \frac{2GM}{r^3} \frac{a}{R} (\Delta x_{cm} \cos\lambda \sin\theta + \Delta y_{cm} \sin\lambda \sin\theta + \Delta z_{cm} \cos\theta) \quad (4.10)$$

地倾斜地球质心变化效应算法公式 $\odot$

南向:  $\Delta\xi^s(r, \theta, \lambda) =$

$$\frac{GM}{\gamma r^3} \frac{a}{R} \sin\theta (1 - h'_1)(\Delta x_{cm} \cos\theta \cos\lambda + \Delta y_{cm} \sin\theta \sin\lambda - \Delta z_{cm} \sin\theta) \quad (4.11)$$

$$\text{西向: } \Delta\eta^s(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{\gamma r^3} \frac{a}{R} (1 - h'_1)(\Delta x_{cm} \sin\lambda - \Delta y_{cm} \cos\lambda) \quad (4.12)$$

垂线偏差地球质心变化效应算法公式

$$\text{南向: } \Delta\xi^s = \frac{GM}{\gamma r^3} \frac{a}{R} \sin\theta (\Delta x_{cm} \cos\theta \cos\lambda + \Delta y_{cm} \sin\theta \sin\lambda - \Delta z_{cm} \sin\theta) \quad (4.13)$$

$$\text{西向: } \Delta\eta^s(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{\gamma r^3} \frac{a}{R} (\Delta x_{cm} \sin\lambda - \Delta y_{cm} \cos\lambda) \quad (4.14)$$

地面站点 $(r, \theta, \lambda)$ 位移地球质心变化效应算法公式 $\odot$

$$\text{东向: } \Delta e(r, \theta, \lambda) = -\frac{GM}{r^2 \gamma R} l'_1 (\Delta x_{cm} \sin\lambda - \Delta y_{cm} \cos\lambda) \quad (4.15)$$

$$\text{北向: } \Delta n = -\frac{GM}{r^2 \gamma R} l'_1 \sin\theta (\Delta x_{cm} \cos\theta \cos\lambda + \Delta y_{cm} \cos\theta \sin\lambda - \Delta z_{cm} \sin\theta) \quad (4.16)$$

$$\text{径向: } \Delta r(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r^2 \gamma R} h'_1 (\Delta x_{cm} \cos\lambda \sin\theta + \Delta y_{cm} \sin\lambda \sin\theta + \Delta z_{cm} \cos\theta) \quad (4.17)$$

地面或固体地球外部重力梯度地球质心变化效应（径向）表达式

$$\Delta T_{rr}(r, \theta, \lambda) = \frac{6GM}{r^4} \frac{a}{R} (\Delta x_{cm} \cos\lambda \sin\theta + \Delta y_{cm} \sin\lambda \sin\theta + \Delta z_{cm} \cos\theta) \quad (4.18)$$

地面或固体地球外部水平重力梯度地球质心变化效应表达式

$$\text{北向: } \Delta T_{NN}(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r^4} \frac{a}{R} (\Delta x_{cm} \cos\lambda \sin\theta + \Delta y_{cm} \sin\lambda \sin\theta + \Delta z_{cm} \cos\theta) \quad (4.19)$$

$$\text{西向: } \Delta T_{WW}(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r^4} \frac{a}{R} (\Delta x_{cm} \sin\lambda + \Delta y_{cm} \cos\lambda) \quad (4.20)$$

在式 (4.8) ~ (4.20) 中, 凡标注 $\odot$ 的大地测量要素 (观测量或参数), 只有其点位与地球固连情况下有效。

这里, 利用美国德克萨斯大学空间研究中心 UT/CSR 采用 LAGEOS-1/2, Stella, Starlette, AJISAI, BEC 和 LARES 共 7 颗卫星激光测距 (SLR), 实际测定的地球质心月变化时间序列 (采用一维样条插值), 取地球平均半径  $R = 6371000\text{m}$ ,  $h'_1 = -0.2871$ ,  $l'_1 = 0.1045$ , 按 (4.8) ~ (4.20) 式计算地面点  $P(105^\circ E, 32^\circ N, H720\text{m})$  处, 各种大地测量要素地球质心变化效应时间序列, 如图 4.11、图 4.12。时间跨度 2018 年 1 月至 2022 年 12 月 (共 5 年)。

图 4.11 中显示, 地球质心变化对大地水准面和地面正 (常) 高的影响最为显著, 最大最小值之差可达 10mm。表现在数值上, 地球质心变化与其对大地水准面的影响一般

有近似相同的数量级，而对地面站点位移的影响一般不大于地球质心变化的 1/5。

地球质心在现实地球本体中，客观存在且唯一，是典型的大地测量要素，可以直接测定其在地固坐标系中的坐标。一些文献中常见的地壳形状中心（地面参考框架网中心）与固体地球质心概念，存在虚构或约定性质，不具有唯一性与可测性，不符合作为地固坐标参考系基准的技术条件，也不满足大地测量学的计量学要求。

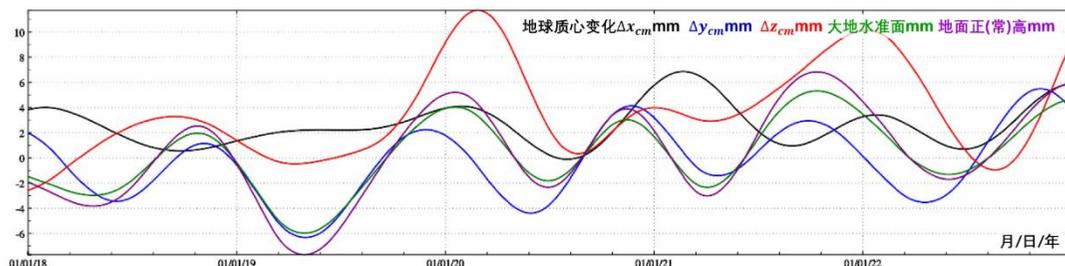


图 4.11 地球质心变化及其对大地水准面与地面正常高的影响

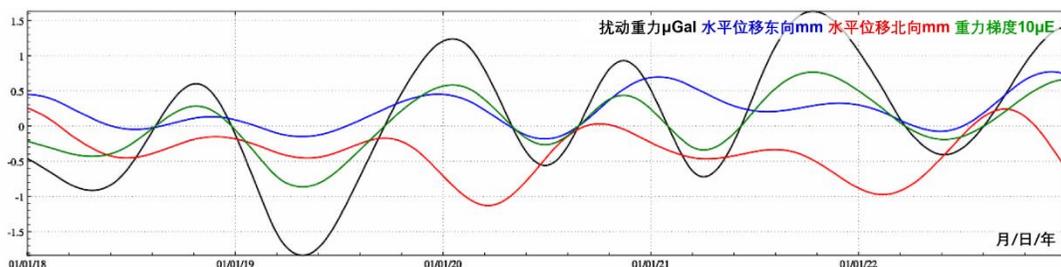


图 4.12 各种大地测量要素地球质心变化效应时间序列

此外，地球质心变化效应，客观存在于各种大地测量要素的监测量中，而地壳形状中心是虚构的，大地测量要素不受这种虚构概念的影响。建议淡化或尽量少用地壳形状中心和固体地球质心概念，只保留（瞬时、平均）地球质心概念。在负荷格林函数积分与负荷球谐综合计算时，也只考虑地球质心负荷效应，一阶位负荷勒夫数因此恒等于零，即  $k_1' \equiv 0$ 。

一阶位移负荷勒夫数  $h_1'$  和  $l_1'$  的准确性有重要价值，目前的推荐值还需要进一步验证，今后应在唯一不变的地固坐标系中（基准的唯一性），由全球地面参考框架多年坐标解时间序列，精化固体地球的 1 阶位移负荷勒夫数  $h_1'$  和  $l_1'$ 。

#### 8.4.4 大地测量要素地球形状极移效应计算

形状极移 ( $\Delta x_{sfp} = b\Delta\mu_1, \Delta y_{sfp} = -b\Delta\mu_2$ ) 可通过测定二阶一次位系数化 ( $\Delta\bar{C}_{20}, \Delta\bar{C}_{21}$ ) 按下式确定：

$$\begin{aligned}\Delta\mu_1 &= \Delta x_{sfp}/b = -\frac{\sqrt{3}}{\bar{c}_{20}}\Delta\bar{c}_{21} \\ \Delta\mu_2 &= -\Delta y_{sfp}/b = -\frac{\sqrt{3}}{\bar{c}_{20}}\Delta\bar{s}_{21}\end{aligned}\quad (4.21)$$

式中：位系数 $\bar{c}_{20}$ 、 $\bar{s}_{22}$ 取一段时间平均值。

由 (4.21) 式，可得：

$$\Delta\bar{c}_{21} = -\frac{\bar{c}_{20}}{\sqrt{3}b}\Delta x_{sfp}, \quad \Delta\bar{s}_{21} = \frac{\bar{c}_{20}}{\sqrt{3}b}\Delta y_{sfp}\quad (4.22)$$

将式 (4.22) 代入 (4.4) 式，并整理得：

$$\Delta\bar{c}_{21}^w = -\frac{5\bar{c}_{20}}{3\sqrt{3}b}\frac{\rho_e}{(1+k'_2)\rho_w}\Delta x_{sfp}, \quad \Delta\bar{s}_{21}^w = \frac{5\bar{c}_{20}}{3\sqrt{3}b}\frac{\rho_e}{(1+k'_2)\rho_w}\Delta y_{sfp}\quad (4.23)$$

再将式 (4.23) 代入 (2.8) ~ (2.20) 式，并令  $n=2, m=1$ ，顾及  $\bar{P}_{nm}(\cos\theta) = \sqrt{15}\sin\theta\cos\theta$ ，就可得到由实测形状极移 $(\Delta x_{sfp}, \Delta y_{sfp})$ ，计算大地测量要素形状极移效应的公式。其中，地面或固体地球外部高程异常形状极移效应算法公式为：

$$\Delta\zeta(r, \theta, \lambda) = -\frac{\sqrt{5}GMa^2}{2\gamma r^3}\frac{\bar{c}_{20}}{b}(\Delta x_{sfp}\cos\lambda - \Delta y_{sfp}\sin\lambda)\sin 2\theta\quad (4.24)$$

式中： $GM$ 为地心引力常数； $\gamma$ 为计算点 $(r, \theta, \lambda)$ 正常重力； $b$ 为椭球短半轴； $\bar{c}_{20}$ 为二阶带谐位系数，取近似平均值。

地面站点重力形状极移效应算法公式 $\odot$

$$\Delta g^s(r, \theta, \lambda) = -\frac{3\sqrt{5}GMa^2}{2r^4}\frac{\bar{c}_{20}}{b}\frac{1-\frac{3k'_2}{2}+h'_2}{1+k'_2}(\Delta x_{sfp}\cos\lambda - \Delta y_{sfp}\sin\lambda)\sin 2\theta\quad (4.25)$$

式中： $k'_2, h'_2$ 分别为二阶位负荷勒夫数和二阶径向负荷勒夫数。

地面或固体地球外部扰动重力形状极移效应算法公式

$$\Delta g^\delta(r, \theta, \lambda) = -\frac{3\sqrt{5}GMa^2}{2r^4}\frac{\bar{c}_{20}}{b}(\Delta x_{sfp}\cos\lambda - \Delta y_{sfp}\sin\lambda)\sin 2\theta\quad (4.26)$$

地倾斜形状极移效应算法公式 $\odot$

$$\text{南向：}\Delta\xi^s(r, \theta, \lambda) = -\frac{\sqrt{5}GMa^2}{\gamma r^4}\frac{\bar{c}_{20}}{b}\frac{1+k'_2-h'_2}{1+k'_2}(\Delta x_{sfp}\sin\lambda + \Delta y_{sfp}\cos\lambda)\cos\theta\quad (4.27)$$

$$\text{西向：}\Delta\eta^s(r, \theta, \lambda) = -\frac{\sqrt{5}GMa^2}{\gamma r^4}\frac{\bar{c}_{20}}{b}\frac{1+k'_2-h'_2}{1+k'_2}(\Delta x_{sfp}\cos\lambda - \Delta y_{sfp}\sin\lambda)\sin\theta\cos 2\theta\quad (4.28)$$

地面或固体地球外部垂线偏差形状极移效应算法公式

$$\text{南向：}\Delta\xi(r, \theta, \lambda) = -\frac{\sqrt{5}GMa^2}{\gamma r^4}\frac{\bar{c}_{20}}{b}(\Delta x_{sfp}\sin\lambda + \Delta y_{sfp}\cos\lambda)\cos\theta\quad (4.29)$$

$$\text{西向：}\Delta\eta(r, \theta, \lambda) = -\frac{\sqrt{5}GMa^2}{\gamma r^4}\frac{\bar{c}_{20}}{b}(\Delta x_{sfp}\cos\lambda - \Delta y_{sfp}\sin\lambda)\sin\theta\cos 2\theta\quad (4.30)$$

地面站点位移形状极移效应算法公式 $\odot$

$$\text{东向: } \Delta n(r, \theta, \lambda) = \frac{\sqrt{5}GMa^2 \bar{c}_{20}}{\gamma r^3} \frac{l'_2}{b} \frac{l'_2}{1+k'_2} (\Delta x_{sfp} \cos \lambda - \Delta y_{sfp} \sin \lambda) \sin \theta \cos 2\theta \quad (4.31)$$

$$\text{北向: } \Delta e(r, \theta, \lambda) = \frac{\sqrt{5}GMa^2 \bar{c}_{20}}{\gamma r^3} \frac{l'_2}{b} \frac{l'_2}{1+k'_2} (\Delta x_{sfp} \sin \lambda + \Delta y_{sfp} \cos \lambda) \cos \theta \quad (4.32)$$

$$\text{径向: } \Delta r(r, \theta, \lambda) = -\frac{\sqrt{5}GMa^2 \bar{c}_{20}}{2\gamma r^3} \frac{h'_2}{b} \frac{h'_2}{1+k'_2} (\Delta x_{sfp} \cos \lambda - \Delta y_{sfp} \sin \lambda) \sin 2\theta \quad (4.33)$$

式中:  $l'_2$  为二阶水平负荷勒夫数。

地面或固体地球外部重力梯度形状极移效应算法公式

$$\Delta T_{rr}(r, \theta, \lambda) = -\frac{6\sqrt{5}GMa^2 \bar{c}_{20}}{r^5} \frac{l'_2}{b} (\Delta x_{sfp} \cos \lambda - \Delta y_{sfp} \sin \lambda) \sin 2\theta \quad (4.34)$$

地面或地球外部水平梯度形状极移效应算法公式

$$\text{北向: } \Delta T_{NN}(r, \theta, \lambda) = \frac{2\sqrt{5}GMa^2 \bar{c}_{20}}{r^5} \frac{l'_2}{b} (\Delta x_{sfp} \cos \lambda - \Delta y_{sfp} \sin \lambda) \sin 2\theta \quad (4.35)$$

$$\text{西向: } \Delta T_{WW}(r, \theta, \lambda) = -\frac{\sqrt{5}GMa^2 \bar{c}_{20}}{r^5} \frac{l'_2}{b} (\Delta x_{sfp} \cos \lambda - \Delta y_{sfp} \sin \lambda) \text{ctg} \theta \quad (4.36)$$

这里, 利用美国德克萨斯大学空间研究中心 UT/CSR 采用 LAGEOS-1/2, Stella, Starlette, AJISAI, BEC 和 LARES 共 7 颗卫星激光测距 (SLR), 实际测定的二阶一次位系数月变化时间序列 (采用一维样条插值, 移去 5 年平均值), 计算地球形状极坐标变化 ( $\Delta x_{sfp}, \Delta y_{sfp}$ ) 时间序列, 如图 4.13。

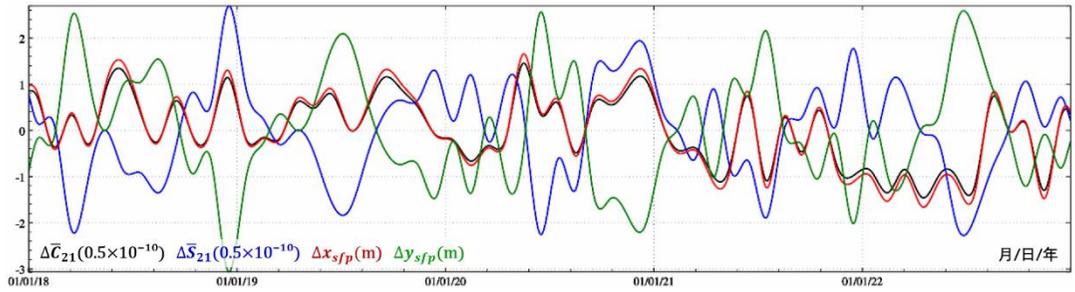


图 4.13 SLR 实测二阶一次位系数变化与形状极坐标变化时间序列

取二阶负荷勒夫数  $k'_2 = -0.3058$ ,  $h'_2 = -0.9946$ ,  $l'_2 = 0.0241$ , 椭球短半轴  $b = 6356751.655\text{m}$ , 二阶带谐位系数  $\bar{c}_{20} = -4.84165 \times 10^{-4}$ 。由形状极坐标变化 ( $\Delta x_{sfp}, \Delta y_{sfp}$ ) 时间序列, 按 (4.24) ~ (4.36) 式, 计算地面点  $P(105.0^\circ E, 32.0^\circ N, H720\text{m})$  处, 各种大地测量要素的形状极移效应时间序列, 如图 4.14。时间跨度 2018 年 1 月至 2022 年 12 月 (共 5 年)。

图 4.14 显示, 虽然地球形状极移本身可达米级, 但由此导致的大地水准面形状极移效应也不大于 2mm。形状极移对地面站点水平位移、垂线偏差或水平梯度等水平大地测量要素的影响很小, 一般可以忽略。

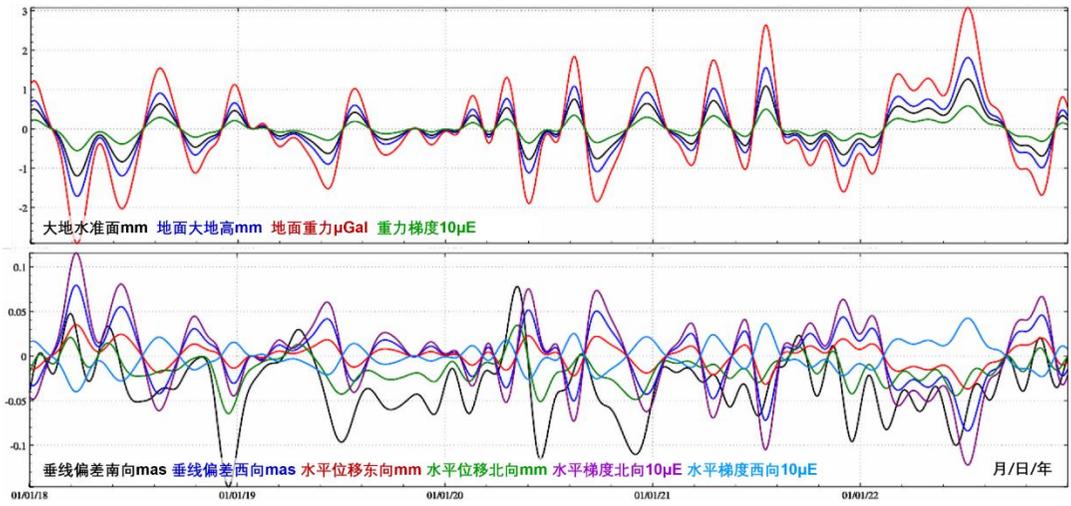


图 4.14 各种大地测量要素形状极移效应时间序列