

全球负荷球谐分析与负荷形变场球谐综合

ETideLoad4.5, 章传银

8.2.1 地表负荷等效水高球谐级数表示

地球表层大气、土壤水、江河湖库水、冰川冰盖雪山、地下水和海平面变化等地表非潮汐负荷变化, 可用地面等效水高变化 h_w 或地表单位点质量负荷 $q_w = \rho_w h_w$ (也称地表面密度, ρ_w 为水的密度) 统一表示。

地表非潮汐负荷变化 Δh_w 直接引起地球重力位变化, 对地面或地球外部点 (θ, λ, r) 重力位产生直接影响 $\Delta V^*(\theta, \lambda, r)$, 可表示为

$$\Delta V^*(\theta, \lambda, r) = \frac{GM}{r} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\Delta \bar{C}_{nm}^* \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm}^* \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \quad (2.1)$$

式中: r 为计算点的地心距, $(\Delta \bar{C}_{nm}^*, \Delta \bar{S}_{nm}^*)$ 为地表非潮汐负荷变化 Δh_w 直接引起的规格化位系数变化, 即 Stokes 系数的直接影响。对比规格化位系数积分定义式 (1.5.9), 得

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \bar{C}_{nm}^* \\ \Delta \bar{S}_{nm}^* \end{array} \right\} = \frac{3\rho_w}{4\pi a \rho_e (2n+1)} \left(\frac{r}{a}\right)^n \iint_S \Delta h_w \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \left\{ \begin{array}{l} \cos m\lambda \\ \sin m\lambda \end{array} \right\} \sin\theta d\theta d\lambda dr \quad (2.2)$$

式中: S 为全球地面, ρ_e 为地球平均密度。

地面点 $(\theta, \lambda, r_0 \approx a)$ 的等效水高变化 Δh_w 也可表示为规格化负荷球谐函数级数:

$$\Delta h_w(\theta, \lambda, r_0) = r_0 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{r_0}\right)^n \sum_{m=0}^n (\Delta \bar{C}_{nm}^w \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm}^w \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \quad (2.3)$$

式中: $\Delta \bar{C}_{nm}^w, \Delta \bar{S}_{nm}^w$ 为 n 阶 m 次规格化负荷球谐系数。

考虑一般情况下全球地表非潮汐变化负荷中长波占优, n 不会太大, 而地面负荷的地心距 $r_0 \approx a$, 有 $\left(\frac{a}{r_0}\right)^n \approx 1$, 则式 (2.3) 可简化为

$$\Delta h_w(\theta, \lambda) = a \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n (\Delta \bar{C}_{nm}^w \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm}^w \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \quad (2.4)$$

比较式 (2.2) 和式 (2.3), 可得

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \bar{C}_{nm}^* \\ \Delta \bar{S}_{nm}^* \end{array} \right\} = \frac{3\rho_w}{\rho_e} \frac{1}{2n+1} \left\{ \begin{array}{l} \Delta \bar{C}_{nm}^w \\ \Delta \bar{S}_{nm}^w \end{array} \right\} \quad (2.5)$$

式 (2.5) 即为任意 n 阶 m 次地面等效水高规格化球谐系数变化 $\{\Delta \bar{C}_{nm}^w, \Delta \bar{S}_{nm}^w\}$ 与规格化重力位系数直接影响 $(\Delta \bar{C}_{nm}^*, \Delta \bar{S}_{nm}^*)$ 之间的关系式。

8.2.2 负荷形变场规格化球谐级数展开

由负荷形变理论可知, 地面等效水高变化 Δh_w 还导致固体地球形变, 引起地球内部质量重新调整, 产生附加引力位, 称为地面等效水高变化的间接影响, 用位负荷勒夫数表征。任意 n 阶 m 次地面等效水高变化规格化球谐系数 $\{\Delta \bar{C}_{nm}^w, \Delta \bar{S}_{nm}^w\}$ 的直接影响和间接影响之和, 就是位系数变化的 (非潮汐) 负荷效应, 用公式表示为

$$\begin{Bmatrix} \Delta\bar{C}_{nm} \\ \Delta\bar{S}_{nm} \end{Bmatrix} = (1 + k'_n) \begin{Bmatrix} \Delta\bar{C}_{nm}^* \\ \Delta\bar{S}_{nm}^* \end{Bmatrix} = \frac{3\rho_w}{\rho_e} \frac{1+k'_n}{2n+1} \begin{Bmatrix} \Delta\bar{C}_{nm}^w \\ \Delta\bar{S}_{nm}^w \end{Bmatrix} \quad (2.6)$$

式中：\$k'_n\$为\$n\$阶位负荷勒夫数。

将式 (2.6) 代入扰动位展开式，可得由地面等效水高球谐系数变化\$\{\Delta\bar{C}_{nm}^w, \Delta\bar{S}_{nm}^w\}\$，计算地面或地球外部点\$(\theta, \lambda, r)\$处，重力位负荷效应\$\Delta V(\theta, \lambda, r)\$的球谐综合公式为

$$\Delta V(\theta, \lambda, r) = \frac{GM}{r} \frac{3\rho_w}{\rho_e} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \frac{1+k'_n}{2n+1} \sum_{m=0}^n (\Delta\bar{C}_{nm}^w \cos m\lambda + \Delta\bar{S}_{nm}^w \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \quad (2.7)$$

由 Bruns 公式得，地面或地球外部点\$(\theta, \lambda, r)\$处高程异常负荷效应\$\Delta\zeta(\theta, \lambda, r)\$的球谐综合公式为

$$\Delta\zeta = \frac{GM}{r\gamma} \frac{3\rho_w}{\rho_e} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \frac{1+k'_n}{2n+1} \sum_{m=0}^n (\Delta\bar{C}_{nm}^w \cos m\lambda + \Delta\bar{S}_{nm}^w \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \quad (2.8)$$

式中：\$\gamma\$为计算点的正常重力。对负荷球谐系数与负荷潮因子乘积进行球谐综合，可得地面重力负荷效应球谐综合计算式为⊙

$$\Delta g^s(\theta, \lambda, r_0) = \frac{GM}{r_0^2} \frac{3\rho_w}{\rho_e} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+1} \left(1 + \frac{2}{n} h'_n - \frac{n+1}{n} k'_n\right) \left(\frac{a}{r_0}\right)^n \sum_{m=0}^n (\Delta\bar{C}_{nm}^w \cos m\lambda + \Delta\bar{S}_{nm}^w \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \quad (2.9)$$

式中：\$h'_n\$为\$n\$阶径向负荷勒夫数；\$(\theta, \lambda, r_0)\$为地面计算点的球坐标。

同理，可得地面或地球外部点\$(\theta, \lambda, r)\$处扰动重力负荷效应球谐综合计算式为

$$\Delta g^\delta(\theta, \lambda, r) = \frac{GM}{r^2} \frac{3\rho_w}{\rho_e} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+1} (1 + k'_n) \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\Delta\bar{C}_{nm}^w \cos m\lambda + \Delta\bar{S}_{nm}^w \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \quad (2.10)$$

地倾斜负荷效应球谐综合计算式为⊙

$$\text{南向：} \Delta\xi^s(\theta, \lambda, r_0) = \frac{GM}{r_0^2} \frac{3\rho_w}{\gamma\rho_e} \sin\theta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+k'_n-h'_n}{2n+1} \left(\frac{a}{r_0}\right)^n \sum_{m=0}^n (\Delta\bar{C}_{nm}^w \cos m\lambda + \Delta\bar{S}_{nm}^w \sin m\lambda) \frac{\partial}{\partial\theta} \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \quad (2.11)$$

$$\text{西向：} \Delta\eta^s(\theta, \lambda, r_0) = \frac{GM}{r_0^2} \frac{3\rho_w}{\sin\theta \gamma\rho_e} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+k'_n-h'_n}{2n+1} \left(\frac{a}{r_0}\right)^n \sum_{m=1}^n m (\Delta\bar{C}_{nm}^w \sin m\lambda - \Delta\bar{S}_{nm}^w \cos m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \quad (2.12)$$

地面或地球外部空间点\$(\theta, \lambda, r)\$处垂线偏差负荷效应球谐综合计算式为

$$\text{南向：} \Delta\xi(\theta, \lambda, r) = \frac{GM}{r^2} \frac{3\rho_w}{\gamma\rho_e} \sin\theta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+k'_n}{2n+1} \left(\frac{a}{r}\right)^n$$

$$\sum_{m=0}^n (\Delta \bar{C}_{nm}^w \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm}^w \sin m\lambda) \frac{\partial}{\partial \theta} \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} \text{西向: } \Delta \eta(\theta, \lambda, r) &= \frac{GM}{r^2} \frac{3\rho_w}{\sin \theta} \frac{\rho_e}{\gamma} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+k'_n}{2n+1} \left(\frac{a}{r}\right)^n \\ &\quad \sum_{m=1}^n m (\Delta \bar{C}_{nm}^w \sin m\lambda - \Delta \bar{S}_{nm}^w \cos m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \end{aligned} \quad (2.14)$$

地面站点 (θ, λ, r_0) 位移负荷效应球谐综合计算式为⊙

$$\begin{aligned} \text{东向: } \Delta e(\theta, \lambda, r_0) &= -\frac{GM}{r_0 \gamma \sin \theta} \frac{3\rho_w}{\rho_e} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{l'_n}{2n+1} \left(\frac{a}{r_0}\right)^n \\ &\quad \sum_{m=1}^n m (\Delta \bar{C}_{nm}^w \sin m\lambda - \Delta \bar{S}_{nm}^w \cos m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} \text{北向: } \Delta n(\theta, \lambda, r_0) &= -\frac{GM}{r_0 \gamma} \frac{3\rho_w}{\rho_e} \sin \theta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{l'_n}{2n+1} \left(\frac{a}{r_0}\right)^n \\ &\quad \sum_{m=0}^n (\Delta \bar{C}_{nm}^w \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm}^w \sin m\lambda) \frac{\partial}{\partial \theta} \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} \text{径向: } \Delta r(\theta, \lambda, r_0) &= \frac{GM}{r_0 \gamma} \frac{3\rho_w}{\rho_e} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{h'_n}{2n+1} \left(\frac{a}{r_0}\right)^n \\ &\quad \sum_{m=0}^n (\Delta \bar{C}_{nm}^w \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm}^w \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \end{aligned} \quad (2.17)$$

地面或地球外部空间点 (θ, λ, r) 处径向重力梯度负荷效应球谐综合计算式为

$$\begin{aligned} \Delta T_{rr}(\theta, \lambda, r) &= \frac{GM}{r^3} \frac{3\rho_w}{\rho_e} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)(n+2)}{2n+1} (1+k'_n) \left(\frac{a}{r}\right)^n \\ &\quad \sum_{m=0}^n (\Delta \bar{C}_{nm}^w \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm}^w \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \end{aligned} \quad (2.18)$$

地面或地球外部空间点 (θ, λ, r) 处水平重力梯度负荷效应球谐综合计算式为

$$\begin{aligned} \text{北向: } \Delta T_{nn}(\theta, \lambda, r) &= -\frac{GM}{r^3} \frac{3\rho_w}{\rho_e} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+k'_n}{2n+1} \left(\frac{a}{r}\right)^n \\ &\quad \sum_{m=0}^n (\Delta \bar{C}_{nm}^w \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm}^w \sin m\lambda) \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} \text{西向: } \Delta T_{ww}(\theta, \lambda, r) &= -\frac{GM}{r^3 \sin^2 \theta} \frac{3\rho_w}{\rho_e} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+k'_n}{2n+1} \left(\frac{a}{r}\right)^n \\ &\quad \sum_{m=1}^n m^2 (\Delta \bar{C}_{nm}^w \sin m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm}^w \cos m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \end{aligned} \quad (2.20)$$

在式 (2.8) ~ 式 (2.20) 中，一阶项 $(n = 1)$ 表示大地测量要素的地球质心变化效应。地球质心变化在形变大地测量学中具有重要地位，上述各式中的一阶项不能忽略。

按是否直接包含位移负荷勒夫数作用下固体地球形变贡献划分，大地测量要素（观测量或参数）的负荷效应可分成两类：一类大地测量要素的负荷效应，不包含位移负荷数 (h'_n, l'_n) 作用下的负荷形变贡献，如地球外部重力位、重力、垂线偏差、重力梯度等；另一类大地测量要素所属点位与地球固连，其负荷效应包含位移负荷数 (h'_n, l'_n) 作用下的地球形变贡献，如地面站点重力、地倾斜、位移、水准高差的负荷效应。上述标注⊙的大地测

量要素（观测量或参数），只有在其点位与地球固连情况下有效，其余大地测量要素适合地面及固体地球外部空间。

依据 Farrell 地表负荷形变理论，采用球对称无旋转弹性地球模型 PREM 有关参数，可计算地表单位点质量负荷（地表面密度，1 kg/m²）作用下的负荷勒夫数。 n 阶径向、水平和位负荷勒夫数 h'_n 、 l'_n 和 k'_n 如表 2.1。

表 2.1 负荷勒夫数取值

阶数 n	h'_n	l'_n	k'_n
1	-0.2871129880	0.1045044062	0
2	-0.9945870591	0.0241125159	-0.3057703360
3	-1.0546530210	0.0708549368	-0.1962722363
4	-1.0577838950	0.0595872318	-0.1337905897
5	-1.0911859150	0.0470262750	-0.1047617976
6	-1.1492536560	0.0394081176	-0.0903495805
7	-1.2183632010	0.0349940065	-0.0820573391
8	-1.2904736610	0.0322512320	-0.0765234897
9	-1.3618478650	0.0303856246	-0.0723928769
10	-1.4309817610	0.0290225900	-0.0690776844
12	-1.5609348550	0.0271636708	-0.0638847506
14	-1.6797703790	0.0259680057	-0.0598385602
16	-1.7880882500	0.0251266737	-0.0564748883
18	-1.8864404740	0.0244708343	-0.0535490132
20	-1.9754659020	0.0238986214	-0.0509272630
25	-2.1615247260	0.0225448633	-0.0452625739
30	-2.3044581340	0.0211578086	-0.0405033192
35	-2.4152406280	0.0197609745	-0.0364524519
40	-2.5028874800	0.0184188171	-0.0329970228
45	-2.5741299450	0.0171690959	-0.0300450548
50	-2.6337485520	0.0160264262	-0.0275153569
60	-2.7300189390	0.0140651027	-0.0234487653
70	-2.8076818590	0.0124702089	-0.0203629907
80	-2.8746338100	0.0111640070	-0.0179658948
90	-2.9350553590	0.0100800427	-0.0160636283
100	-2.9913054190	0.0091686192	-0.0145257169

120	-3.0965116190	0.0077267323	-0.0122109806
140	-3.1965444360	0.0066448758	-0.0105711243
150	-3.2455767690	0.0062018042	-0.0099238838
160	-3.2942117980	0.0058106942	-0.0093636844
180	-3.3907532400	0.0051551676	-0.0084470364
200	-3.4867370690	0.0046324760	-0.0077337989
250	-3.7248624300	0.0037212221	-0.0065109062
300	-3.9588101480	0.0031642726	-0.0057493979
350	-4.1853482260	0.0028105951	-0.0052320414
400	-4.4014325530	0.0025772705	-0.0048534799
450	-4.6045856190	0.0024162122	-0.0045579733
500	-4.7931516890	0.0022987082	-0.0043145187
600	-5.1234075730	0.0021315364	-0.0039191204
700	-5.3914177940	0.0020034613	-0.0035936423
800	-5.6025165630	0.0018887552	-0.0033104524
1000	-5.8875374130	0.0016743075	-0.0028324828
1500	-6.1543113080	0.0012327687	-0.0020071634
2000	-6.2038470670	0.0009427101	-0.0015226332
3000	-6.2137113920	0.0006307787	-0.0010176493
4000	-6.2144649520	0.0004731032	-0.0007634795
5000	-6.2148224370	0.0003784752	-0.0006108869
6000	-6.2150593160	0.0003153917	-0.0005091296
8000	-6.2153555850	0.0002365398	-0.0003819009
12000	-6.2156520860	0.0001576905	-0.0002546364
18000	-6.2158498910	0.0001051258	-0.0001697735
25000	-6.2159607070	0.0000756901	-0.0001222433
30000	-6.2160082030	0.0000630749	-0.0001018717
32768	-6.2160282710	0.0000577468	-0.0000932672
∞	-6.2091440000	0.0000000000	0.0000000000

8.2.3 规格化缔合勒让德函数及对 θ 导数

用 (2.8) ~ (2.20) 球谐综合式计算大地测量要素负荷效应时, 需要规格化缔合勒让德函数 $\bar{P}_{nm}(\cos\theta)$ 及其对 θ 的一、二阶导数, 这里令 $t = \cos\theta, u = \sin\theta$, 直接给出几种快速算法。

(1) $\bar{P}_{nm}(t)$ 标准前向列递推算法($n < 1900$)

$$\begin{cases} \bar{P}_{nm}(t) = a_{nm}t\bar{P}_{n-1,m}(t) - b_{nm}\bar{P}_{n-2,m}(t) & \forall n > 1, m < n \\ \bar{P}_{nn}(t) = u\sqrt{\frac{2n+1}{2n}}\bar{P}_{n-1,n-1} & n > 1 \end{cases} \quad (2.21)$$

$$a_{nm} = \sqrt{\frac{(2n-1)(2n+1)}{(n+m)(n-m)}}, \quad b_{nm} = \sqrt{\frac{(2n+1)(n+m-1)(n-m-1)}{(2n-3)(n+m)(n-m)}} \\ \bar{P}_{00}(t) = 1, \quad \bar{P}_{10}(t) = \sqrt{3}t, \quad \bar{P}_{11}(t) = \sqrt{3}u \quad (2.22)$$

(2) $\bar{P}_{nm}(t)$ 改进 Belikov 递推算法($n < 64800$)

当 $n = 0, 1$ 时, 采用 (2.22) 式; 当 $n \geq 2$ 时:

$$\bar{P}_{n0}(t) = a_n t \bar{P}_{n-1,0}(t) - b_n \frac{u}{2} \bar{P}_{n-1,1}(t), \quad m = 0 \quad (2.23)$$

$$\bar{P}_{nm}(t) = c_{nm} t \bar{P}_{n-1,m}(t) - d_{nm} u \bar{P}_{n-1,m+1}(t) + e_{nm} u \bar{P}_{n-1,m-1}(t), \quad m > 0 \quad (2.24)$$

$$a_n = \sqrt{\frac{2n+1}{2n-1}}, \quad b_n = \sqrt{\frac{2(n-1)(2n+1)}{n(2n-1)}} \quad (2.25)$$

$$c_{nm} = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{(n+m)(n-m)(2n+1)}{2n-1}}, \quad d_{nm} = \frac{1}{2n} \sqrt{\frac{(n-m)(n-m-1)(2n+1)}{2n-1}} \quad (2.26)$$

当 $m > 0$ 时, 有

$$e_{nm} = \frac{1}{2n} \sqrt{\frac{2}{2-\delta_0^{m-1}}} \sqrt{\frac{(n+m)(n+m-1)(2n+1)}{2n-1}} \quad (2.27)$$

(3) $\bar{P}_{nm}(t)$ 函数跨阶次递推算法($n < 20000$)

当 $n = 0, 1$ 时, 采用 (2.22) 式; 当 $n \geq 2$ 时:

$$\bar{P}_{nm}(t) = \alpha_{nm} \bar{P}_{n-2,m}(t) + \beta_{nm} \bar{P}_{n-2,m-2}(t) - \gamma_{nm} \bar{P}_{n,m-2}(t) \quad (2.28)$$

$$\alpha_{nm} = \sqrt{\frac{(2n+1)(n-m)(n-m-1)}{(2n-3)(n+m)(n+m-1)}}$$

$$\beta_{nm} = \sqrt{1 + \delta_0^{m-2}} \sqrt{\frac{(2n+1)(n+m-2)(n+m-3)}{(2n-3)(n+m)(n+m-1)}} \quad (2.29)$$

$$\gamma_{nm} = \sqrt{1 + \delta_0^{m-2}} \sqrt{\frac{(n-m+1)(n+m-3)}{(n+m)(n+m-1)}}$$

(4) $\frac{\partial}{\partial \theta} \bar{P}_{nm}(\cos \theta)$ 的非奇异递推算法

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \bar{P}_{nm}(\cos \theta) = -\sin \theta \frac{\partial}{\partial t} \bar{P}_{nm}(t) \quad (2.30)$$

为 $\bar{P}_{nm}(\cos \theta)$ 对 θ 的一阶偏导数。

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial \theta} \bar{P}_{n0}(t) = -\sqrt{\frac{n(n+1)}{2}} \bar{P}_{n1}(t), & \frac{\partial}{\partial \theta} \bar{P}_{n1}(t) = \sqrt{\frac{n(n+1)}{2}} \bar{P}_{n0} - \frac{\sqrt{(n-1)(n+2)}}{2} \bar{P}_{n2} \\ \frac{\partial}{\partial \theta} \bar{P}_{nm}(t) = \frac{\sqrt{(n+m)(n-m+1)}}{2} \bar{P}_{n,m-1}(t) - \frac{\sqrt{(n-m)(n+m+1)}}{2} \bar{P}_{n,m+1}(t), & m > 2 \end{cases} \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \bar{P}_{00}(t) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial \theta} \bar{P}_{10}(t) = -\sqrt{3}u, \quad \frac{\partial}{\partial \theta} \bar{P}_{11}(t) = \sqrt{3}t \quad (2.32)$$

(5) $\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \bar{P}_{nm}$ 的非奇异递推算法

$$\begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \bar{P}_{n0}(t) = -\frac{n(n+1)}{2} \bar{P}_{n0}(t) + \sqrt{\frac{n(n-1)(n+1)(n+2)}{8}} \bar{P}_{n2}(t) \\ \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \bar{P}_{n1}(t) = -\frac{2n(n+1)+(n-1)(n+2)}{4} \bar{P}_{n1}(t) + \frac{\sqrt{(n-2)(n-1)(n+2)(n+3)}}{4} \bar{P}_{n3}(t) \end{cases} \quad (2.33)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \bar{P}_{nm}(t) &= \frac{\sqrt{(n-m+1)(n-m+2)(n+m-1)(n+m)}}{4} \bar{P}_{n,m-2}(t) \\ &\quad - \frac{(n+m)(n-m+1)+(n-m)(n+m+1)}{4} \bar{P}_{nm}(t) \\ &\quad + \frac{\sqrt{(n-m-1)(n-m)(n+m+1)(n+m+2)}}{4} \bar{P}_{n,m+2}(t), \quad m > 2 \end{aligned} \quad (2.34)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \bar{P}_{00}(t) = 0, \quad \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \bar{P}_{10}(t) = -\sqrt{3}t, \quad \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \bar{P}_{11}(t) = -\sqrt{3}u \quad (2.35)$$

8.2.4 海平面变化球谐分析与负荷形变场球谐综合

不失一般性，我们总可以将全球海水质量变化和运输分解为两种作用效应，一种是在海水密度不随时间变化情况下的海平面变化，另一种是在海水体积和空间分布不变情况下（此时海平面高度不变）的海水密度变化。第一种海平面变化，是所有因素作用后的总海平面变化，显然也包括海水温盐效应引起的海平面高度变化，这部分海平面变化对全球海水质量变化和运输的贡献达到 98% 以上，且可利用验潮站和多种海洋测高卫星高效精准监测；而海水密度变化，由于不再包括温盐效应引起的海平面高度变化，因而对全球海水质量变化和运输的贡献一般不到 2%，且难以准确监测。大多数大地测量应用中，可用海平面变化代表全球海水质量变化和运输，而将海水密度随时间变化的影响留给更高水平的大地测量技术（如卫星大地测量结合现场水文监测）去解决。

8.2.4.1 海平面变化球谐分析与负荷球谐模型构建

全球海平面变化球谐分析可采用 (2.4) 式，按快速 Fourier 算法计算。此时，先综合各种海面高观测数据，构造球坐标系下海平面变化格网时间序列（统一移去某一参考历元时刻的海面高格网，或某段时期内平均海面高格网），再分别对每一采样历元时刻的海平面变化格网按 (2.4) 式进行球谐分析，生成海平面变化负荷球谐系数模型时间序列。海平面变化格网的空间分辨率决定了其负荷球谐模型的最大阶数，负荷球谐系数模型时间序列的采样历元时刻与海平面变化格网时间序列一一对应。

式 (2.4) 将海平面高度变化直接表示为半径等于地球长半轴 a 球面上面谐函数的线性

组合，因此，采用累积迭代球谐分析法，可有效提高海平面变化负荷球谐系数模型的逼近水平。

图 2.1 为 ETideLoad4.5 全球海平面变化球谐分析程序计算结果，程序输入 $0.5^\circ \times 0.5^\circ$ 全球海平面变化球坐标格网时间序列（其中，第一个历元时刻海平面变化格网如右中图，陆地区域置零），按 (2.4) 式，采用迭代累积逼近方法（迭代残差变化如右下图），构造 360 阶海平面变化负荷球谐系数模型时间序列（其中，第一个历元时刻海平面变化负荷球谐系数模型如左下图）。

海平面变化负荷球谐系数模型（左下图）的头文件分别是地心引力常数 GM ($\times 10^{14} \text{m}^3/\text{s}^2$)，地球长半轴 a (m)，零阶项 $a\Delta C_{00}$ (cm)，相对误差 θ (%)。 θ 为最终迭代残差标准差与输入原格网标准差的百分比。球谐系数最大阶数 n 等于全球地表负荷格网在纬度方向格网数，本例输入 $0.5^\circ \times 0.5^\circ$ 分辨率格网模型，对应最大阶数 $n = 360$ 。

GM, a 也称为负荷球谐系数模型的尺度参数，表示球谐系数的面谐基函数定义在半径等于地球长半轴 a 的球面上。零阶项 $a\Delta C_{00}$ 代表海平面变化导致的全球海洋总质量的变化，在地球质量守恒条件下无意义，实际计算一般忽略零阶项。3 个一阶项球谐系数 ($\Delta \bar{C}_{10}^{sea}, \Delta \bar{C}_{11}^{sea}, \Delta \bar{S}_{11}^{sea}$) 代表海平面变化引起的地球质心变化。

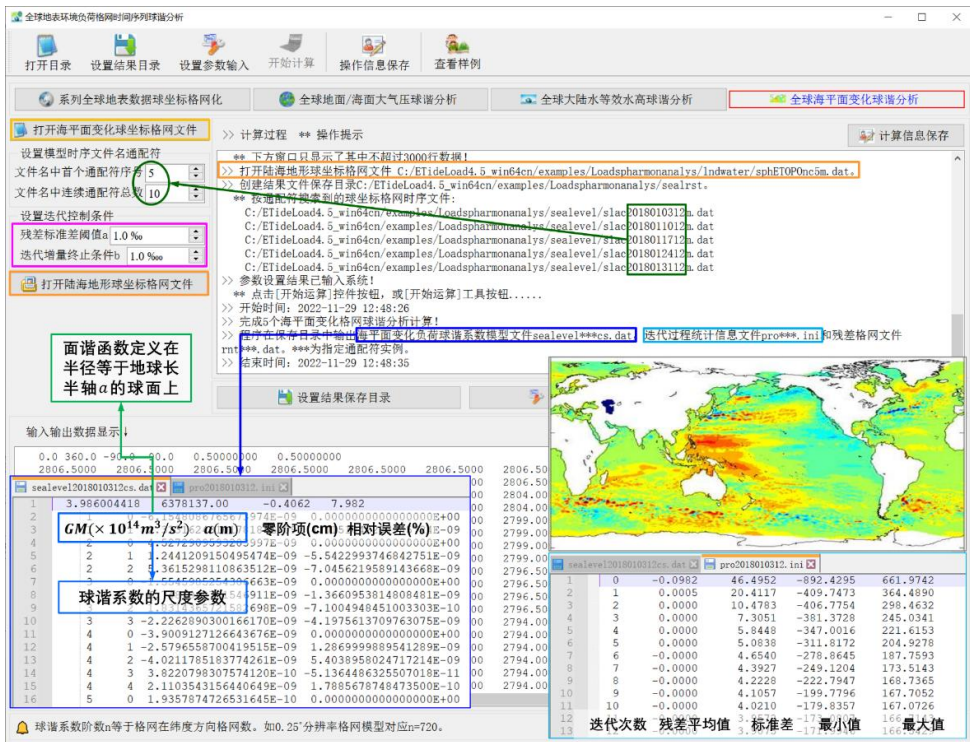


图 2.1 全球海平面变化球谐分析与负荷球谐模型构建

对于高精度大地测量，全球海平面变化短波成分不可忽略，需要一定分辨率的格网模型才能满足精度要求，相应地，需要较大阶数球谐系数模型表示。负荷球谐系数模型最大阶数基本由负荷的全球频谱结构与负荷效应的精度要求决定。表 2.2 给出某一历元时刻全球海平面变化负荷球谐分析结果随格网分辨率（最大阶数）变化情况。

表 2.2 显示，该历元时刻全球海平面变化的中短波成分明显，兼顾精度与计算效率，该历元时刻的海平面变化负荷球谐系数模型的适宜最大阶数可选择 360 阶。

表 2.2 海平面变化负荷球谐分析残差随格网分辨率变化情况

输入格网分辨率	最大阶数	零阶项 cm	一阶项 $\times 10^{-10}$			残差相对误差%
			ΔC_{10}^{sea}	ΔC_{11}^{sea}	ΔS_{11}^{sea}	
1°×1°	180	0.1278	-7.14017	-0.74191	6.93210	6.519
30'×30'	360	0.1419	-7.29329	-0.81169	7.57094	5.075
15'×15'	720	0.1273	-7.19655	-0.71797	6.86062	3.566

8.2.4.2 海平面变化负荷效应球谐综合计算

已知海平面变化负荷球谐系数模型，就可按 (2.8) ~ (2.20) 式的球谐综合算法，计算全球地面或地球外部任意空间点的高程异常、地面重力、扰动重力、地倾斜 (SW 南向/西向)、垂线偏差 (SW 南向/西向)、水平位移 (EN 东向/北向)、地面径向 (大地高)、地面正 (常) 高、扰动重力梯度或水平重力梯度的 (非潮汐) 海平面变化负荷 (形变) 效应，计算固体地球外部空间 (包括海洋、航空或卫星高度) 的海平面变化负荷重力位、引力 (加速度) 或扰动重力梯度摄动。

图 2.2 为 ETideLoad4.5 海平面变化负荷形变效应球谐综合程序计算结果，程序输入计算区域数字高程模型格网 (用于指定计算点位置和范围)，由海平面变化负荷球谐系数模型时间序列，选择最大计算阶数 360，按 (2.8) ~ (2.20) 式，计算地面大地测量全要素海平面变化负荷形变效应格网时间序列。

也可以直接将 (2.3) 式用作观测方程，以全球海平面变化为观测量，严格按最小二乘法估计海平面变化负荷球谐系数，从而直接在谱域中构建海平面变化负荷球谐系数模型，则由该负荷球谐系数模型计算的海平面变化负荷也会严格位于海平面上，这样，计算点与负荷流动面元的空间坐标都在同一地球坐标系中，计算点的高度，与海平面变化负荷所在位置的高度完全统一。但是，若用批量的全球海平面变化时间序列，按最小二乘法估计负荷球谐系数模型时间序列，由于待估负荷球谐系数的数量 $(N + 1)^2$ 随最大阶数 N 快速递增，计算量因此迅速增大，计算效率快速降低，实际计算时很少采用。

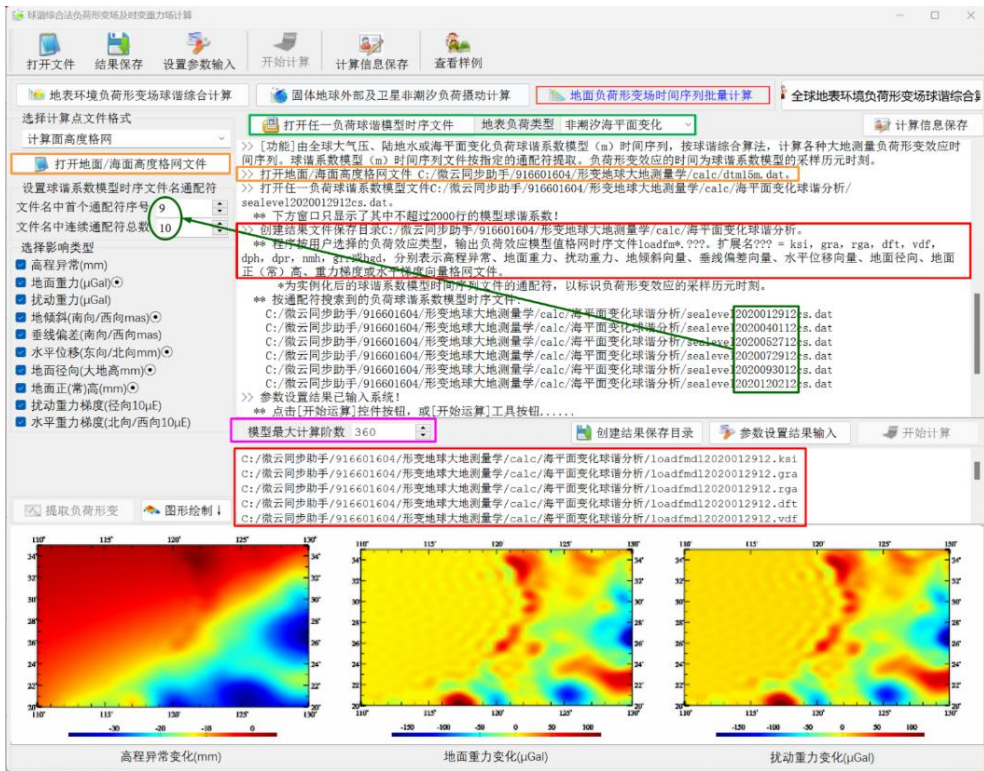


图 2.2 海平面变化负荷效应格网时间序列计算

由 (2.4) 式按快速 Fourier 算法构建的海平面变化负荷球谐系数模型时，已假设海平面变化负荷位于半径等于地球长半轴 a 的球面上，因此，用该负荷球谐系数模型计算的海平面变化负荷也位于该球面上。当计算点位于海岸带、海域的地面或近地空间，可将负荷形变效应的计算点高度取计算点相对于平均海面的高度，即正（常）高，以保证计算点与海平面上负荷流动面元之间准确的空间位置关系。与按计算点大地高和严密最小二乘估计的球谐系数模型的计算结果相比，近距离负荷效应最大近似误差为二阶近似 $O^2((a - b + \zeta)/R) < 1.25 \times 10^{-6}$ ， ζ 为计算点处的高程异常， a ， b ， R 为分别为地球的长半轴、短半轴和平均半径），即小于总负荷效应的 10^{-6} ，完全可以忽略不计。当计算点远离海岸带的大陆地区、10 千米以上的高空或卫星高度时，可用大地高直接代替正常高。

图 2.3 为地球卫星海平面变化负荷的扰动位与重力梯度摄动计算结果。

下面直接利用 Aviso 多种海洋测高卫星联合的 $15' \times 15'$ 全球海平面周变化（海平面距平），扣除 2018 年平均值后，构造 2018 年 1 月至 2020 年 12 月 $0.5^\circ \times 0.5^\circ$ 全球海平面周变化 (cm) 球坐标格网时间序列（共 157 个采样历元），之后采用 (2.4) 式，按快速 Fourier 算法，构建 360 阶海平面变化负荷球谐系数周变化模型 (m) 时间序列，最后，再按 (2.8) ~ (2.20) 式的负荷效应球谐综合算法，计算中国沿海 12 座验潮站处（纬度 $18^\circ\text{N} \sim 40^\circ\text{N}$ ）

地面全要素海平面变化负荷效应。

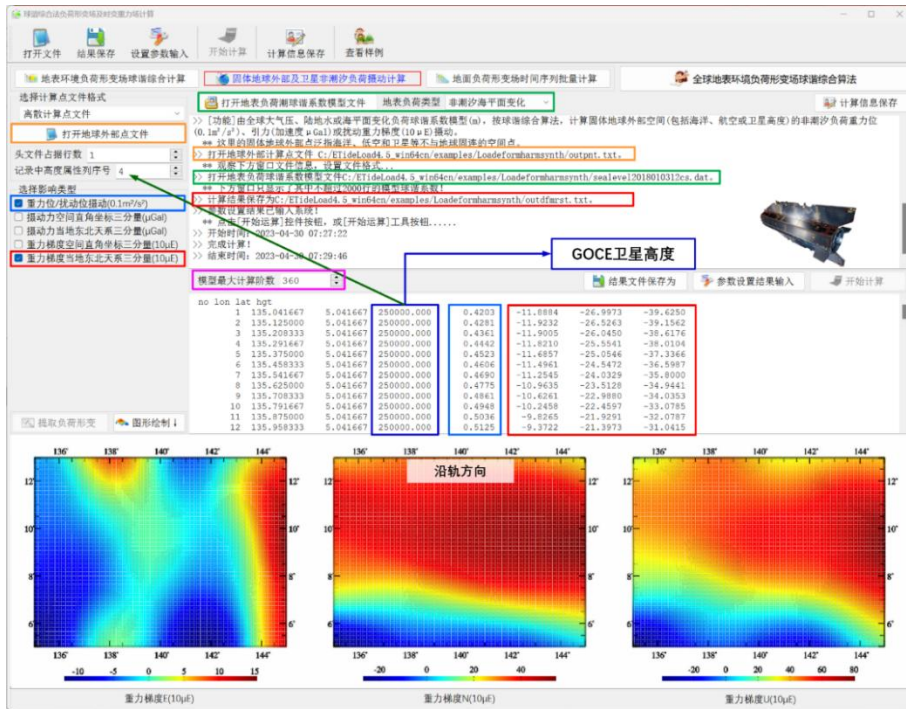


图 2.3 地球卫星海平面变化负荷摄动计算

图 2.4~图 2.7 分别为 12 座验潮站处 2018 年 1 月至 2020 年 12 月全球海平面周变化负荷引起的大地水准面周变化时间序列 mm、地面重力周变化时间序列 μGal 、地面大地高周变化时间序列 mm 和扰动重力梯度周变化时间序列 $10\mu\text{E}$ 曲线。

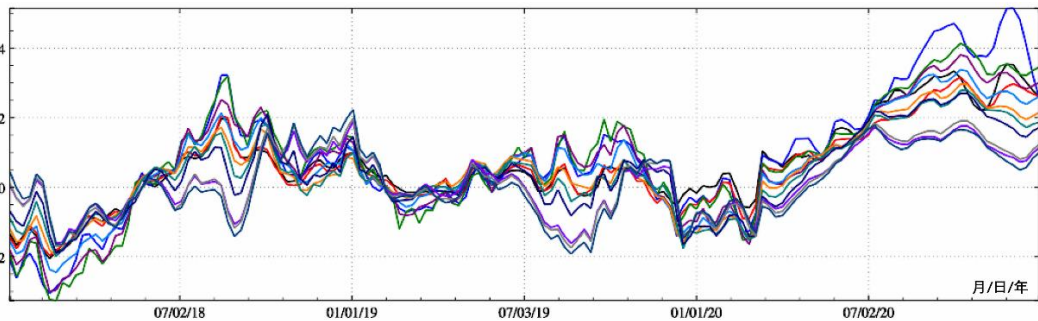


图 2.4 中国沿海 12 座验潮站处海平面变化负荷效应-大地水准面周变化 mm

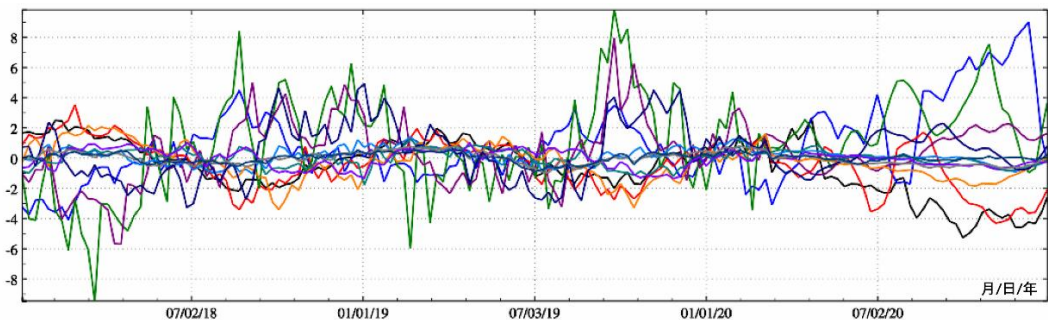


图 2.5 中国沿海 12 座验潮站处海平面变化负荷效应-地面重力周变化 μGal

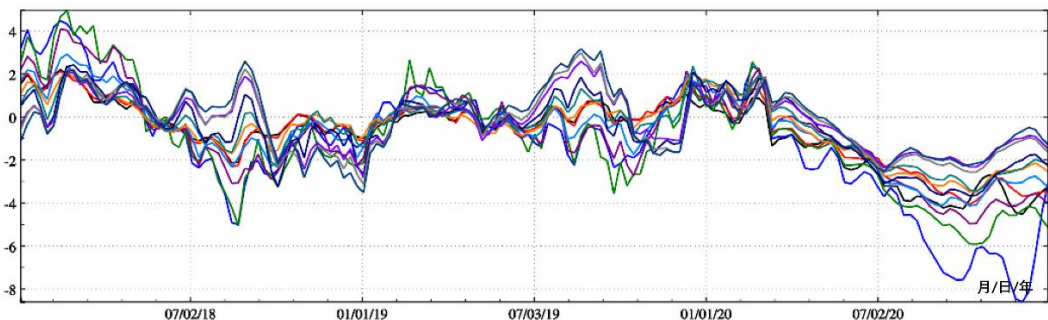


图 2.6 中国沿海 12 座验潮站处海平面变化负荷效应-地面大地高周变化 mm

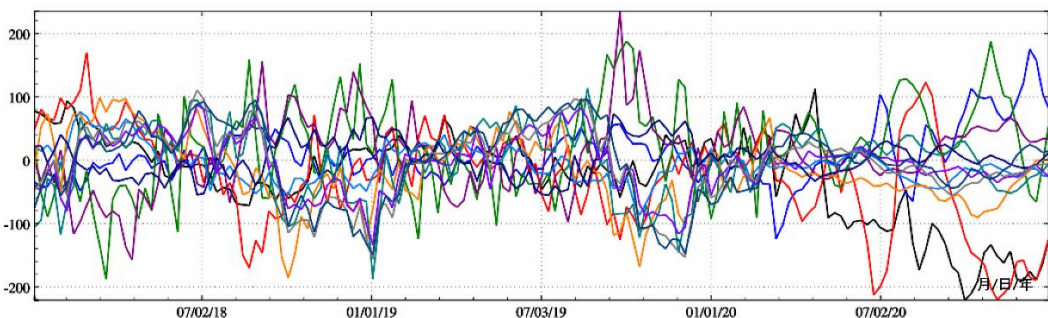


图 2.7 中国沿海 12 座验潮站处海平面变化负荷效应-扰动重力梯度周变化 $10\mu\text{E}$

8.2.5 大气压球谐分析与负荷形变场球谐综合计算

8.2.5.1 大气层密度变化负荷效应与地面大气压负荷效应

大气密度负荷效应原则上要对整个大气层空间密度变化进行三维积分。实际计算时，通常利用地面大气压变化与大气层空间密度变化之间的近似关系，由地面大气压变化，计算大气负荷效应。这种近似在大多数情况下能满足大地测量的精度要求(郭俊义, 2010)。

这里推荐一种满足大地测量精度要求的简化计算方案。计算大气负荷间接影响时，假设大气压负荷集中于地面，且 1hPa (mbar) 与 1cm 等效水高负荷的贡献相当，即 $1\text{hPa} = 1\text{cm EWH}$ ，计算点高度 h 取点位相对于地面的高度。在计算重力、径向重力梯度大气压

潮负荷直接影响时，假设地面高度 h 处的大气压 P_h 与地面大气压 P_0 存在比例关系：

$$P_h = P_0(1 - h/44330)^{5225} \quad (2.36)$$

大气变化负荷效应实际计算时，不必已知当前计算历元时刻计算点处 P_h ，只需知道计算历元时刻 P_h 大气压相对于参考大气压 P_h^* 的差异 $\Delta P_h = P_h - P_h^*$ ，由当前历元时刻地面大气压 P_0 与参考历元时刻地面大气压 P_0^* 的差值，得到计算点处的大气压变化 ΔP_h ：

$$\begin{aligned} \Delta P_h &= P_h - P_h^* = P_0 \left(1 - \frac{h}{44330}\right)^{5225} - P_0^* \left(1 - \frac{h}{44330}\right)^{5225} \\ &\approx \Delta P_0 \left(1 - \frac{h}{44330}\right)^{5225} \end{aligned} \quad (2.37)$$

利用 (2.37) 式，可直接由地面大气压变化 ΔP_0 计算地面高度 h 处的大气压变化 ΔP_h ，而无需直接利用地面点在参考历元时刻的大气压值 P_0^* 。

8.2.5.2 地面大气压变化球谐分析与负荷球谐模型构建

全球地面大气压变化球谐分析流程，与海平面变化球谐分析完全相同，也可采用 (2.4) 式，按快速 Fourier 算法计算。先综合各种地面大气压观测数据，构建球坐标系下全球地面大气压变化格网时间序列（统一移去某一参考历元时刻的地面大气压格网，或某段时期内地面大气压平均值格网），再分别对每一采样历元时刻地面大气压变化格网按 (2.4) 式进行球谐分析，生成全球地面大气压变化负荷球谐系数模型时间序列。地面大气压变化格网的空间分辨率决定了其负荷球谐模型的最大阶数，负荷球谐系数模型时间序列的采样历元时刻与地面大气压变化格网时间序列一一对应。

同理，采用累积迭代球谐分析法，可有效提高全球地面大气压变化负荷球谐系数模型的逼近水平。

图 2.8 为 ETideLoad4.5 全球地面大气压变化球谐分析程序计算结果，程序输入 $1^\circ \times 1^\circ$ 全球地面大气压变化球坐标格网时间序列，按 (2.4) 式，采用迭代累积逼近方法（迭代残差变化如右下图），构造 180 阶全球地面大气压变化负荷球谐系数模型时间序列（其中，第一个历元时刻全球地面大气压变化负荷球谐系数模型如左下图）。

全球地面大气压变化负荷球谐系数模型（左下图）的头文件分别是地心引力常数 GM ($\times 10^{14} \text{m}^3/\text{s}^2$)，地球长半轴 a (m)，零阶项 $a\Delta C_{00}$ (hPa)，相对误差 θ (%)。 θ 为最终迭代残差标准差与输入原格网标准差的百分比。

零阶项 $a\Delta C_{00}$ 代表地面大气压变化导致的全球大气总质量的变化，在地球大气质量守恒条件下无意义，实际计算一般忽略零阶项。3 个一阶项球谐系数($\Delta \bar{C}_{10}^{air}, \Delta \bar{C}_{11}^{air}, \Delta \bar{S}_{11}^{air}$)代表全球地面大气压变化引起的地球质心变化。

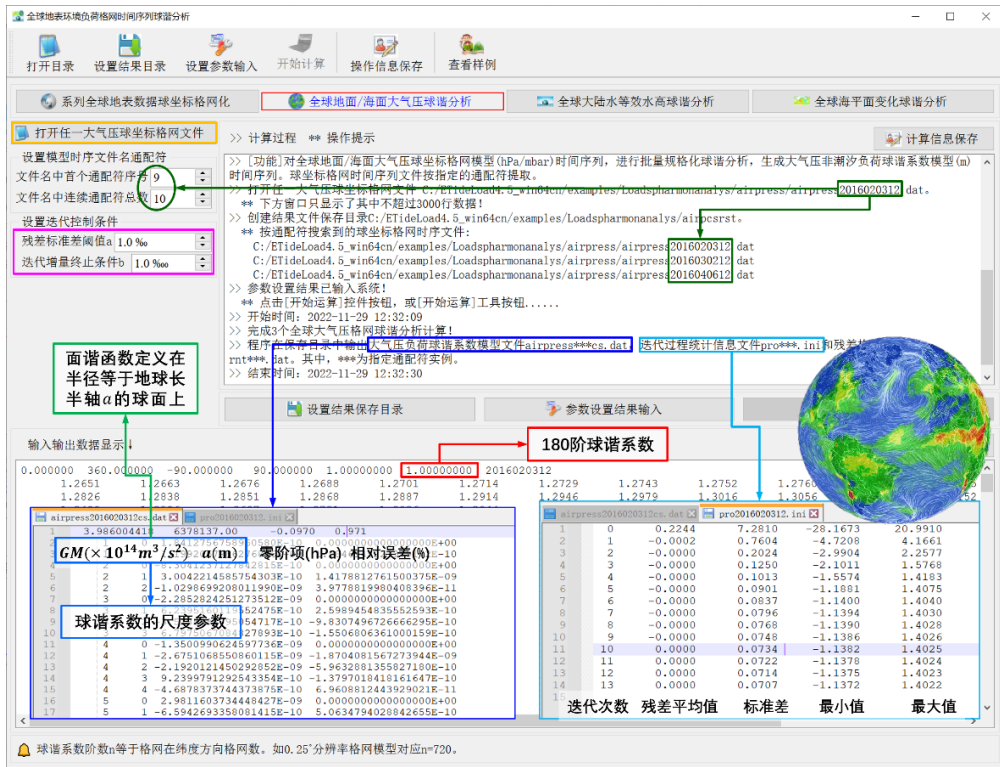


图 2.8 全球地面大气压变化球谱分析与负荷球谱模型构建

类似于海平面变化球谱分析, 地面大气压变化负荷球谱系数模型的最大阶数与地面大气压变化的实际频谱分布有关, 表 2.3 给出某一历元时刻全球地面大气压变化负荷球谱分析结果随格网分辨率 (最大阶数) 变化情况。

表 2.3 地面大气压变化负荷球谱分析残差随格网分辨率变化情况

输入格网分辨率	最大阶数	零阶项 hPa	一阶项 $\times 10^{-10}$			残差相对误差%
			$\Delta \bar{C}_{10}^{air}$	$\Delta \bar{C}_{11}^{air}$	$\Delta \bar{S}_{11}^{air}$	
$2^\circ \times 2^\circ$	90	-1.7539	0.55043	3.60270	-6.35702	2.707
$1^\circ \times 1^\circ$	180	-1.7614	0.54424	3.60695	-8.36343	1.215
$0.5^\circ \times 0.5^\circ$	360	-1.7620	0.54251	3.60748	-8.36912	2.043

表 2.3 指出, 该历元时刻的全球地面大气压变化中长波占优, 采用最大阶数不低于 180 阶的负荷球谱系数模型表示, 基本够用。

8.2.5.3 地面大气压负荷效应球谱综合计算

已知全球地面大气压变化负荷球谱系数模型, 就可按 (2.8) ~ (2.20) 式的负荷形变球谱综合算法, 计算全球地面或地球外部任意空间点的高程异常、地面重力、扰动重力、

地倾斜 (SW 南向/西向)、垂线偏差 (SW 南向/西向)、水平位移 (EN 东向/北向)、地面径向 (大地高)、地面正 (常) 高、扰动重力梯度或水平重力梯度的地面大气压变化负荷 (形变) 效应, 计算固体地球外部空间 (包括海洋、航空或卫星高度) 的大气压变化负荷重力位、引力 (加速度) 或扰动重力梯度。

图 2.9 为 ETideLoad4.5 地面大气压变化负荷形变效应球谐综合程序计算结果, 程序输入计算区域零值格网 (用于指定计算点位置和范围, 零值表示计算点位于地面), 由全球地面大气压变化负荷球谐系数模型时间序列, 选择最大计算阶数 180, 按 (2.8) ~ (2.20) 式, 计算地面大地测量全要素大气压变化负荷形变效应格网时间序列。

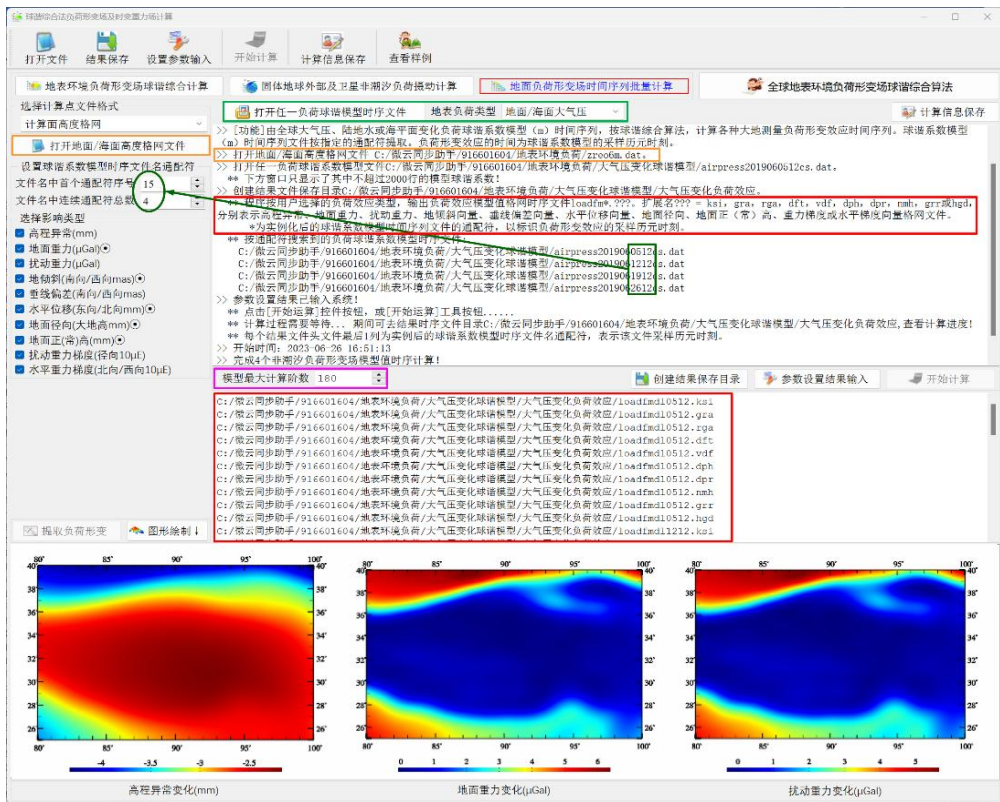


图 2.9 地面全要素大气压变化负荷效应格网时间序列计算

由 (2.4) 式接快速 Fourier 算法构建地面大气压变化负荷球谐系数模型时, 已假设地面大气压负荷位于半径等于 a 的球面上, 用该负荷球谐系数模型计算的大气压变化负荷也位于该球面上。对于地面或近地空间计算点, 为严格保证计算点与地面上负荷流动点的三维空间位置关系, 计算点高度应为计算点相对于地面的高度。

图 2.10 为地球卫星海平面变化负荷的扰动位与重力梯度扰动计算结果。

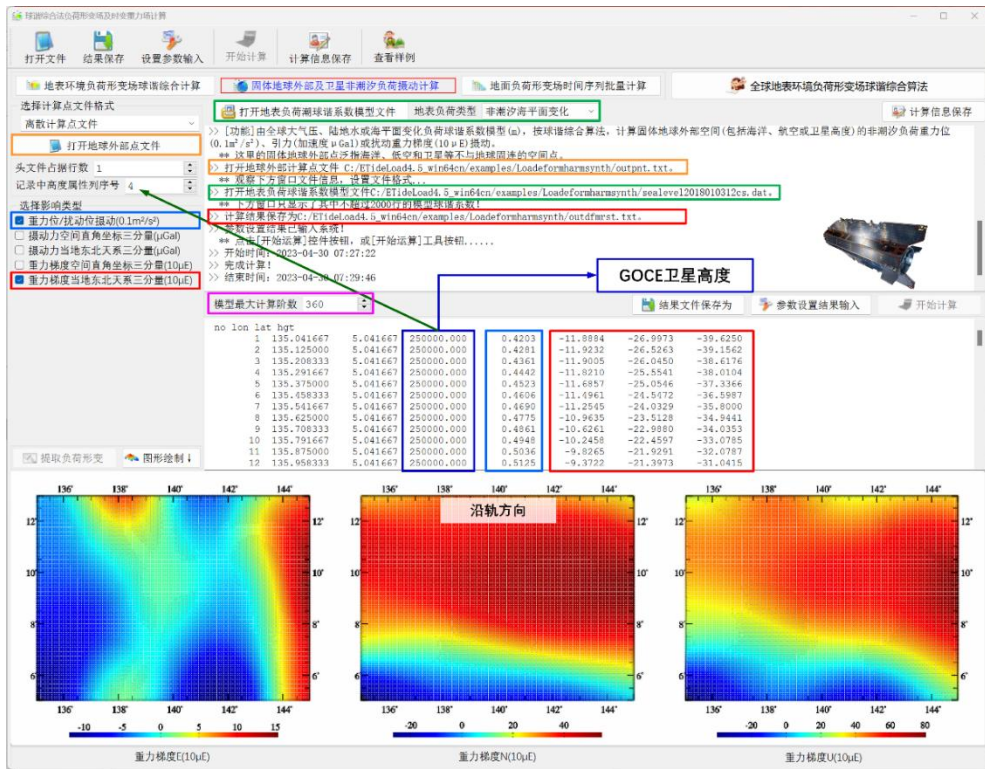


图 2.10 地球卫星地面大气压变化负荷摄动计算

下面利用欧洲中尺度天气预测中心 (ECMWF) 全球再分析数据 ERA-40/ERA-Interim 中的 $0.5^\circ \times 0.5^\circ$ 地面/海面大气压日变化模型, 扣除 2018 年平均值后, 构造 2018 年 1 月至 2020 年 12 月 $1^\circ \times 1^\circ$ 全球地面/海面大气压周变化 (hPa) 球坐标格网时间序列 (共 157 个采样历元), 采用 (2.4) 式, 按快速 Fourier 算法, 构建 180 阶全球大气压变化负荷球谐系数周变化 (hPa) 模型时间序列, 再按 (2.8) ~ (2.20) 式的负荷形变球谐综合算法, 计算中国大陆地区 14 座 CORS 站处地面全要素大气压变化负荷效应。

图 2.11~图 2.14 分别为中国大陆地区 14 座 CORS 站处 2018 年 1 月至 2020 年 12 月全球地面大气压周变化负荷引起的大地水准面周变化时间序列 mm、地面重力周变化时间序列 μGal 、地面大地高周变化时间序列 mm 和扰动重力梯度周变化时间序列 $10\mu\text{E}$ 曲线。

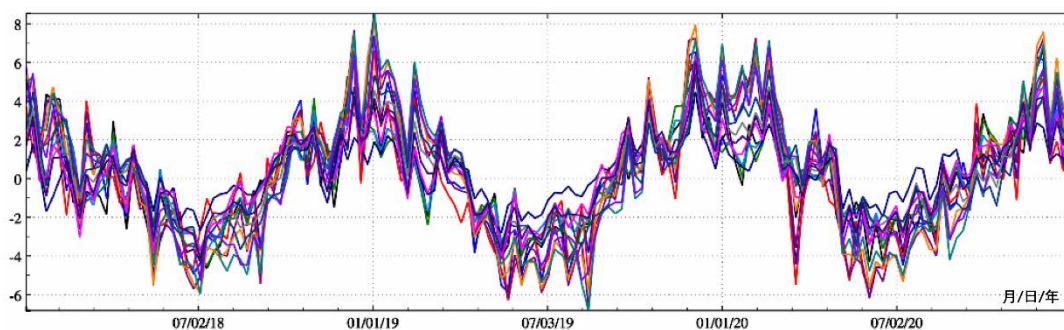


图 2.11 中国大陆地面大气压变化负荷形变 (180 阶) -大地水准面变化 mm

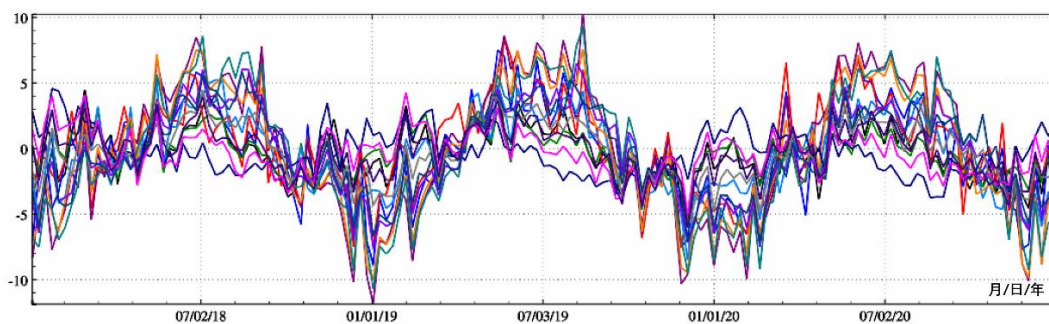


图 2.12 中国大陆地面大气压变化负荷形变 (180 阶) -地面重力变化 μGal

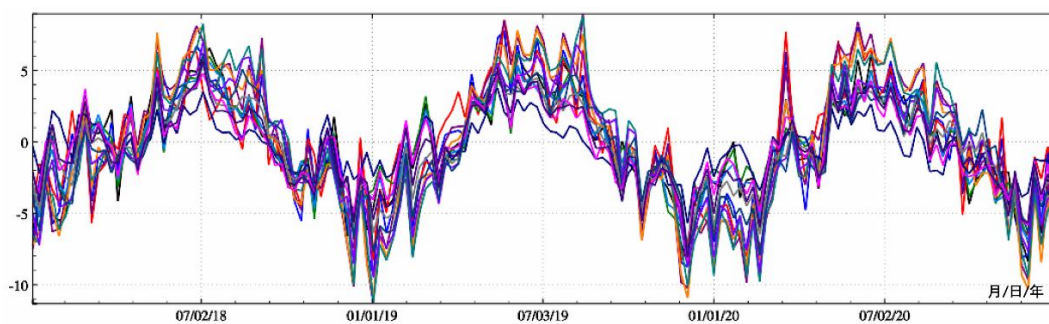


图 2.13 中国大陆地面大气压变化负荷形变 (180 阶) -地面大地高变化 mm

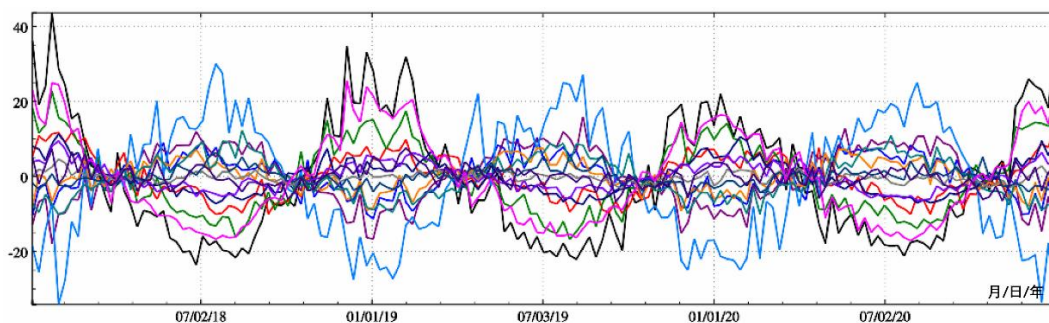


图 2.14 中国大陆地面大气压变化负荷形变 (180 阶) -扰动重力梯度变化 $10\mu\text{E}$

8.2.6 陆地水球谐分析与负荷形变场球谐综合计算

8.2.6.1 陆地水变化球谐分析与负荷球谐模型构建

全球陆地水变化球谐分析与全球海平面变化球谐分析方法完全相同。图 2.15 为 ETideLoad4.5 全球陆地水变化球谐分析程序计算结果，程序输入 $0.25^\circ \times 0.25^\circ$ 全球陆地水变化球谐坐标格网时间序列（其中，第一个历元时刻陆地水变化格网如右中图，海洋置零），按 (2.4) 式，采用迭代累积逼近方法（迭代残差变化如右下图），构造 720 阶全球陆地水变化负荷球谐系数模型（其中，最后一个历元陆地水变化负荷球谐系数模型如左下图）。

陆地水变化负荷球谐系数模型（左下图）的头文件分别是地心引力常数 GM ($\times 10^{14} \text{m}^3/\text{s}^2$)，地球长半轴 a (m)，零阶项 $a\Delta C_{00}$ (cm)，相对误差 θ (%)。 θ 为最终迭代残差标准差与输入原格网标准差的百分比。球谐系数最大阶数 n 等于全球地表负荷格网在纬度方向格网数，本例输入 $0.25^\circ \times 0.25^\circ$ 分辨率格网模型，对应最大阶数 $n = 720$ 。

零阶项 $a\Delta C_{00}$ 代表全球陆地水变化导致的地球总质量的变化，在地球质量守恒条件下无意义，实际计算一般忽略零阶项。3 个一阶项球谐系数 ($\Delta C_{10}, \Delta C_{11}, \Delta S_{11}$) 代表全球陆地水变化引起的地球质心变化。

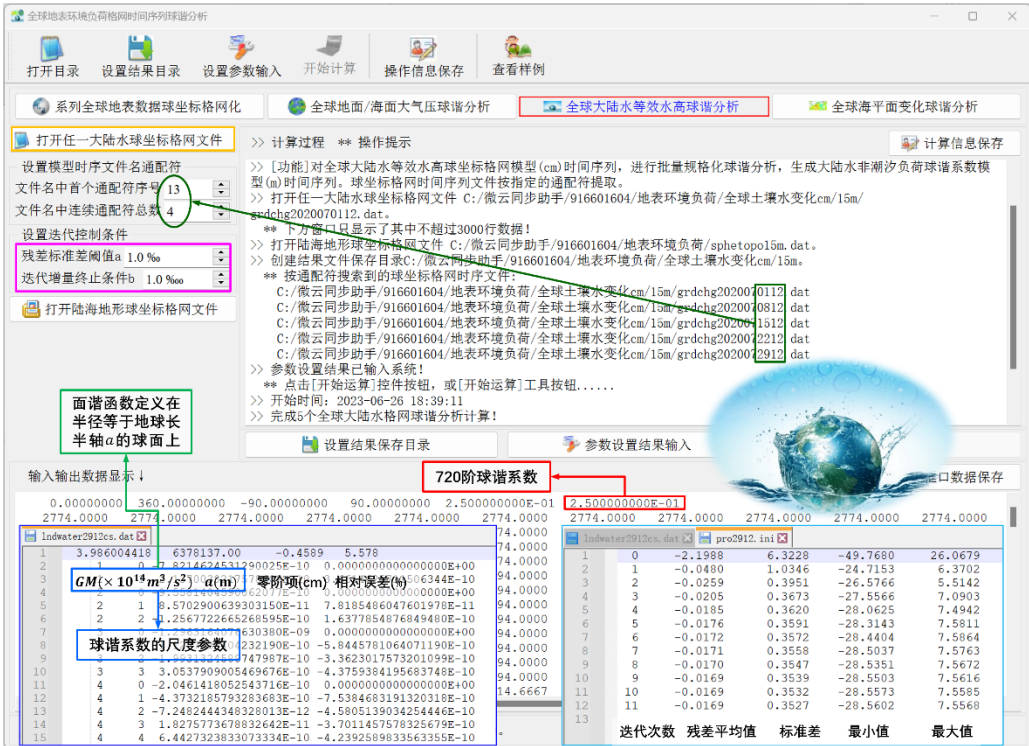


图 2.15 全球陆地水变化球谐分析与负荷球谐模型构建

表 2.4 给出某一历元时刻全球陆地水变化负荷球谐分析结果随格网分辨率(最大阶数)变化情况。

表 2.4 陆地水变化负荷球谐分析残差随格网分辨率变化情况

输入格网分辨率	最大阶数	零阶项 cm	一阶项 $\times 10^{-1^0}$			残差相对误差%
			$\Delta\bar{C}_{10}^{lnd}$	$\Delta\bar{C}_{11}^{lnd}$	$\Delta\bar{S}_{11}^{lnd}$	
30'×30'	360	0.3242	5.46047	1.49947	0.52091	5.851
15'×15'	720	0.3207	5.32556	1.51216	0.50261	4.291
9'×9'	1200	0.3236	5.43533	1.50154	0.51493	3.094

表 2.4 指出, 该历元时刻的全球陆地水变化短波成分较为明显, 其负荷球谐系数模型的适宜最大阶数可选择 720 阶。

8.2.6.2 陆地水变化负荷效应球谐综合计算

已知全球陆地水变化负荷球谐系数模型, 可按 (2.8) ~ (2.20) 式的负荷形变球谐综合算法, 计算全球地面或地球外部任意空间点的高程异常、地面重力、扰动重力、地倾斜 (SW 南向/西向)、垂线偏差 (SW 南向/西向)、水平位移 (EN 东向/北向)、地面径向 (大地高)、地面正 (常) 高、扰动重力梯度或水平重力梯度的陆地水变化负荷形变) 效应。

图 2.16 为 ETideLoad4.5 陆地水变化负荷形变效应球谐综合程序计算结果, 程序输入计算区域零值格网 (用于指定计算点位置和范围, 零值表示计算点位于地面), 由全球陆地水变化负荷球谐系数模型, 选择最大计算阶数 360, 按 (2.8) ~ (2.20) 式, 计算地面高程异常、地面重力和地面大地高陆地水变化负荷形变效应。

由 (2.4) 式按快速 Fourier 算法构建陆地水变化负荷球谐系数模型时, 已假设陆地水负荷位于半径等于 a 的球面上, 用该负荷球谐系数模型计算的陆地水变化负荷也位于该球面上。对于地面或近地空间计算点, 为严格保证计算点与地面上负荷流动点的三维空间位置关系, 计算点高度应为计算点相对于地面的高度。

这里利用美国宇航局哥达航空中心和国家环境预报中心 (NCEP) 的全球水文模式 GLDAS 数据, 扣除 2018 年平均值后, 构造 2018 年 1 月至 2020 年 9 月 15'×15'全球陆地水周变化 (cm) 球坐标格网时间序列 (共 43 个采样历元), 采用 (2.4) 式, 构建 720 阶陆地水变化负荷球谐系数周变化 (m) 模型时间序列, 再按 (2.8) ~ (2.20) 式的球谐综合算法, 计算中国大陆地区 14 座 CORS 站处地面全要素陆地水变化负荷效应。

图 2.17~图 2.20 分别为中国大陆地区 14 座 CORS 站处 2018 年 1 月至 2020 年 9 月全球陆地水周变化负荷引起的大地水准面周变化时间序列 mm、地面重力周变化时间序列 μGal 、地面大地高周变化时间序列 mm 和扰动重力梯度周变化时间序列 $10\mu\text{E}$ 曲线。

这里的陆地水，包括了 4m 以浅土壤水与湿地、植被、冰川雪山含水量，但不包括河流水和地下水。

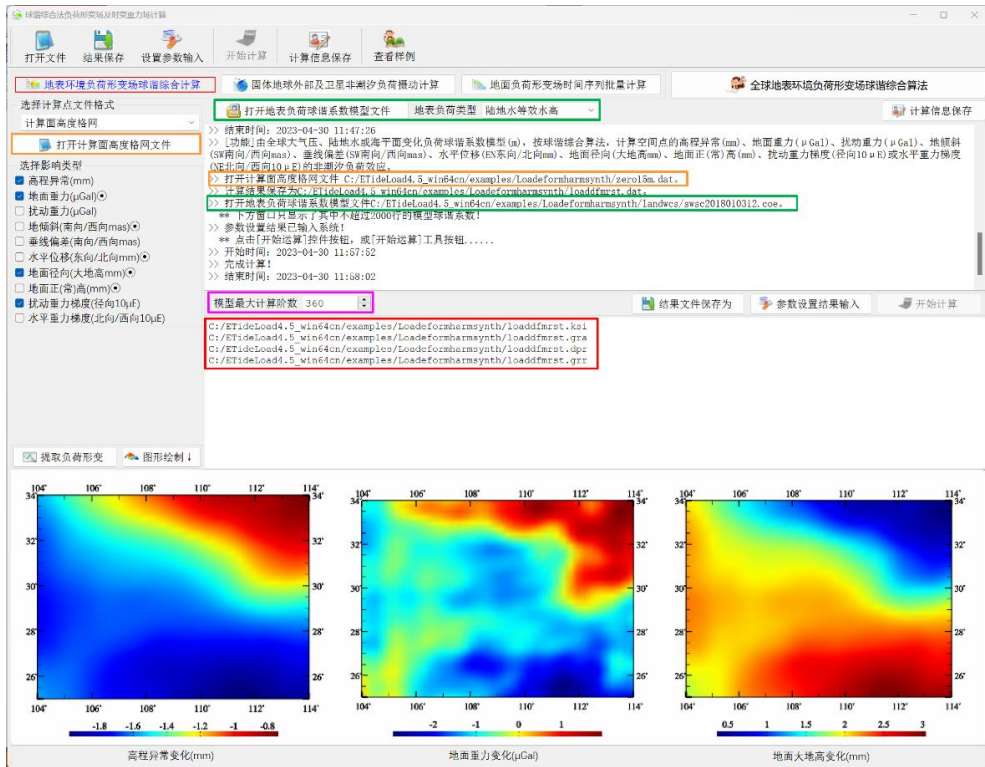


图 2.16 陆地水变化负荷效应球谐综合计算

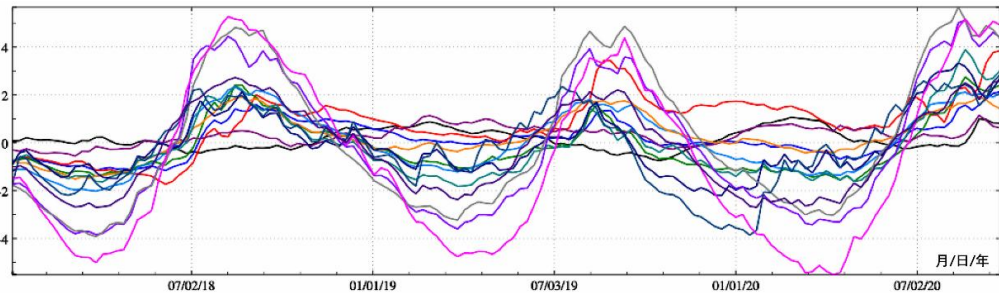


图 2.17 中国大陆陆地水变化负荷形变（720 阶）-大地水准面变化 mm

8.2.4~8.2.6 节的计算案例显示，全球海平面、大气压或陆地水非潮汐负荷变化引起的地球质心形变可达 1cm 以上，高精度大地测量需要考虑。

由于等效水高球谐展开及其负荷效应球谐展开都是线性的，因此，可以直接将海平面变化与陆地水变化格网相加后，再进行球谐分析，并按球谐综合方法计算地面或地球外部总负荷形变效应；也可以将海平面变化负荷球谐系数模型与陆地水变化负荷球谐系数

模型直接相加, 零阶项也相加, 再按球谐综合方法计算地面或地球外部总负荷形变效应; 分别按 8.2.5、8.2.4 节流程计算海平面变化和陆地水变化负荷形变效应后, 再相加得到地面或地球外部总负荷形变效应。上述三种情况下计算的总负荷形变效应相等。

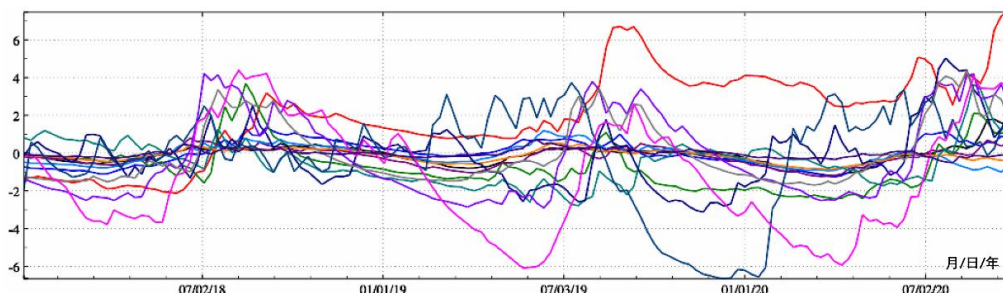


图 2.18 中国大陆土壤水变化负荷形变 (720 阶) -地面重力变化 μGal

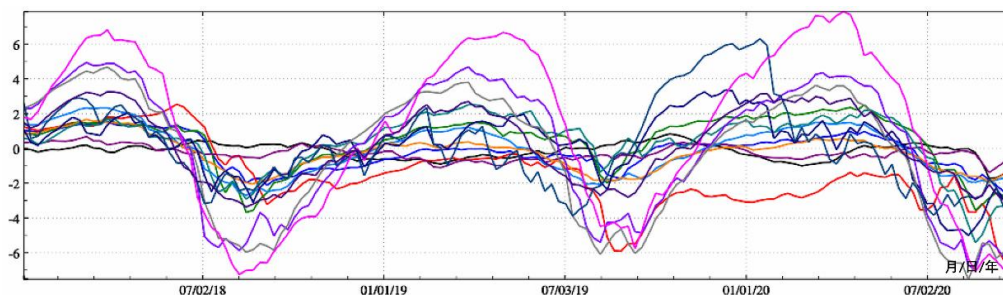


图 2.19 中国大陆陆地水变化负荷形变 (720 阶) -地面大地高变化 mm

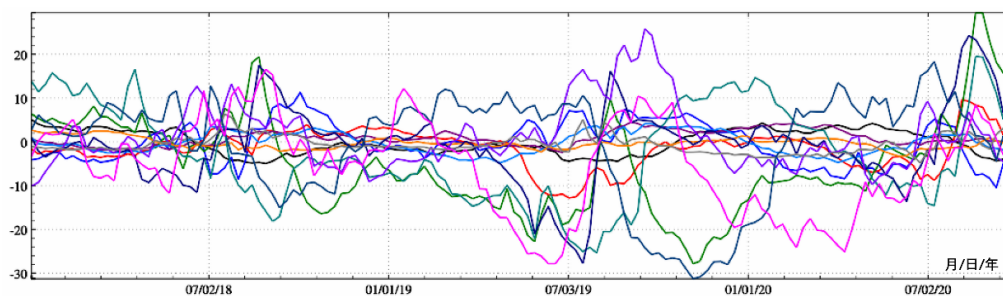


图 2.20 中国大陆陆地水变化负荷形变 (720 阶) -扰动重力梯度变化 $10\mu\text{E}$

利用全球海平面、地面大气压、陆地水变化监测数据, 确定地表环境负荷引起的 (非潮汐) 时变地球重力场, 包括重力位系数和地面及地球外部全要素扰动重力场元的非潮汐负荷效应, 可标定重力卫星关键测量载荷的多种参数, 有效提升和检核卫星重力场时变监测的质量、可靠性、精度与时变重力场监测水平。