

自转极移效应与自转参数潮汐效应计算

ETideLoad4.5, 章传银

瞬时自转轴与平均形状轴不一致, 导致地球自转产生离心力位, 固体地球在离心力位作用下产生形变, 引起地球内部质量重新分布, 产生附加离心力位。大地测量要素的自转极移效应等于离心力位的直接影响与间接影响之和。

8.5.1 大地测量要素自转极移形变效应

地球自转极移引起地球空间的离心力位变化, 就是地球自转对重力位变化的直接影响, 可用自转极移对二阶一次重力位系数变化的直接影响表示, 顾及长期勒夫数 k_0 与二阶带谐位系数 \bar{C}_{20} 关系式, 有

$$\Delta\bar{C}_{21}^{dr} + i\Delta\bar{S}_{21}^{dr} = \frac{\sqrt{3}}{k_0}\bar{C}_{20}(m_1 + im_2) = -\frac{1}{\sqrt{15}}\frac{\omega^2 a^3}{GM}m \quad (5.1)$$

式中: $m = m_1 + im_2$ 为自转极移复数形式 (弧度单位); ω 为地球自转角速率。

自转极移引起的离心力位变化, 进一步导致固体地球形变, 产生附加离心力位, 通常用二阶一次体潮勒夫数表征, 自转极移离心力位对二阶一次重力位系数的间接影响为:

$$\Delta\bar{C}_{21}^{in} + i\bar{S}_{21}^{in} = \frac{\sqrt{3}k_{21}}{k_0}\bar{C}_{20}m = -\frac{1}{\sqrt{15}}\frac{\omega^2 a^3}{GM}k_{21}m \quad (5.2)$$

二阶重力位系数的自转极移形变效应等于离心力位的直接影响 (非保守力位) 与间接影响 (保守力位) 之和, 也即 (4.2.7) 式, 重写如下:

$$\Delta\bar{C}_{21} + i\Delta\bar{S}_{21} = (\Delta\bar{C}_{21}^{dr} + \Delta\bar{C}_{21}^{in}) + i(\bar{S}_{21}^{dr} + \bar{S}_{21}^{in}) = -\frac{1}{\sqrt{15}}\frac{\omega^2 a^3}{GM}(1 + k_{21})m \quad (5.3)$$

完全类似于固体潮效应算法公式推导过程, 可得各种大地测量要素的地球自转形变效应算法公式。顾及 $\bar{P}_{21}(\cos\theta) = \sqrt{15}\sin\theta\cos\theta$, 地面或固体地球外部高程异常自转形变效应的算法公式为:

$$\begin{aligned} \Delta\zeta(r, \theta, \lambda) &= \frac{GM}{\gamma r} \left(\frac{a}{r}\right)^2 (1 + k_{21})(\Delta\bar{C}_{21}^{dr} \cos\lambda + \Delta\bar{S}_{21}^{dr} \sin\lambda)\bar{P}_{21}(\cos\theta) \\ &= -\frac{\omega^2 a^5}{2\gamma r^3}(1 + k_{21})m^* e^{i\lambda} \sin 2\theta \end{aligned} \quad (5.4)$$

式中: γ 为计算点正常重力; $e^{i\lambda} = \cos\lambda + i\sin\lambda$; $m^* = m_1 - im_2$ 为自转极移 m 的复共轭。

同理, 地面重力自转形变效应算法公式 \odot

$$\Delta g^s = -\frac{3}{2}\frac{\omega^2 a^5}{r^4} \left(1 - \frac{3}{2}k_{21} + h_{21}\right) m^* e^{i\lambda} \sin 2\theta \quad (5.5)$$

地面或固体地球外部扰动重力自转形变效应的算法公式

$$\Delta g^\delta = -\frac{3}{2} \frac{\omega^2 a^5}{r^4} (1 + k_{21}) m^* e^{i\lambda} \sin 2\theta \quad (5.6)$$

地倾斜自转形变效应算法公式①

$$\text{南向: } \delta \xi^s = -\frac{\omega^2 a^5}{\gamma r^4} (1 + k_{21} - h_{21}) m^* e^{i\lambda} \sin \theta \cos 2\theta \quad (5.7)$$

$$\text{西向: } \delta \eta^s = -\frac{\omega^2 a^5}{\gamma r^4} (1 + k_{21} - h_{21}) m^* e^{i(\lambda - \pi/2)} \cos \theta \quad (5.8)$$

地面或固体地球外部垂线偏差自转形变效应算法公式

$$\text{南向: } \Delta \xi = -\frac{\omega^2 a^5}{\gamma r^4} (1 + k_{21}) m^* e^{i\lambda} \sin \theta \cos 2\theta \quad (5.9)$$

$$\text{西向: } \Delta \eta = -\frac{\omega^2 a^5}{\gamma r^4} (1 + k_{21}) m^* e^{i(\lambda - \pi/2)} \cos \theta \quad (5.10)$$

地面站点位移自转形变效应算法公式②

$$\text{东向: } \Delta e = \frac{\omega^2 a^5}{\gamma r^3} l_{21} m^* e^{i(\lambda - \pi/2)} \cos \theta \quad (5.11)$$

$$\text{北向: } \Delta n = \frac{\omega^2 a^5}{\gamma r^3} l_{21} m^* e^{i\lambda} \sin \theta \cos 2\theta \quad (5.12)$$

$$\text{径向: } \Delta r = -\frac{\omega^2 a^5}{2\gamma r^3} h_{21} m^* e^{i\lambda} \sin 2\theta \quad (5.13)$$

地面或固体地球外部重力梯度（径向）自转形变效应算法公式

$$\Delta T_{rr} = -\frac{6\omega^2 a^5}{r^5} (1 + k_{21}) m^* e^{i\lambda} \sin 2\theta \quad (5.14)$$

地面或固体地球外部水平重力梯度自转形变效应算法公式

$$\text{北向: } \Delta T_{NN} = \frac{2\omega^2 a^5}{r^5} (1 + k_{21}) m^* e^{i\lambda} \sin 2\theta \quad (5.15)$$

$$\text{西向: } \Delta T_{WW} = -\frac{\omega^2 a^5}{r^5} (1 + k_{21}) m^* e^{i\lambda} \cos 2\theta \quad (5.16)$$

与固体潮效应算法一样，上述标注①②的大地测量要素（观测量或参数），只有其点位与地球固连情况下有效，其余观测量或参数适合地面及固体地球外部空间，实际计算时，取上述算法公式右边复数结果的实部。

我们采用 IERS 地球定向参数产品 EOPC04，按 (5.4) ~ (5.16) 式，计算地面点 (105°E, 32°N, 720m) 处，各种大地测量要素的自转极移效应时序，如图 5.1。时间跨度 2018 年 1 月 1 日至 2022 年 12 月 31 日（5 年），时间间隔 6 小时。取体潮勒夫数 $k_{21} = 0.3077 + 0.0036i$ ， $h_{21} = 0.6207$ ， $l_{21} = 0.0836$ 。图中移去了自转极移 5 年平均值，并将自转极移 (m_1, m_2) 转换为地固直角坐标系中 x, y 轴方向的自转极坐标变化 ($\Delta x_p = m_1 b, \Delta y_p = -m_2 b$)，单位 m。

图 5.1 显示，虽然自转极移的量级达到米级，但对高程异常、地面正常高的影响也只有 mm 量级，对重力的影响在 μGal 级，对重力梯度（径向）的影响在 $10\mu\text{E}$ 级。自转极移对大地测量水平向量的影响很小，一般情况下可以忽略。

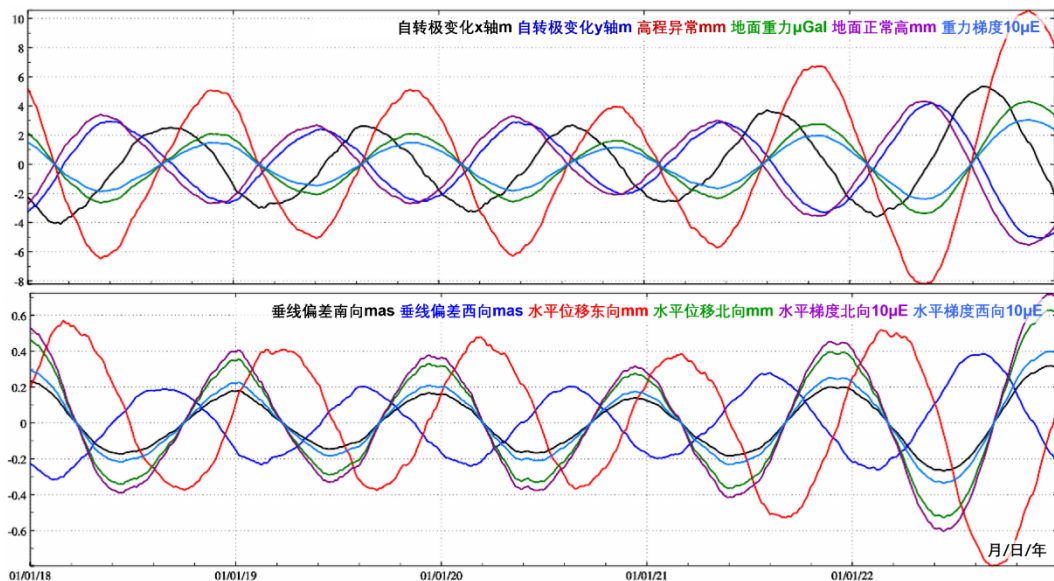


图 5.1 各种大地测量要素自转极移形变效应时间序列

8.5.2 自治平衡海洋极潮效应及其算法

一般认为，海洋极潮是极移离心力在海洋上的表现形式，其主要周期成分是约 433 天钱德勒摆动和年变化。在这些长周期上，海洋极潮负荷被期望有均衡响应，即期望海洋表面的位移与外力的等位面相均衡。移去季节性、逆气压效应和固体潮后的海面高二阶田谐分量，其能量（方差）的 70% 为极潮效应。假设海洋极潮的长波分量在钱德勒摆动周期上具有平衡响应，那么卫星测高可以用来估计该周期的勒夫数 k_2 。类似于自转极移形变效应，海洋极潮可以通过将海潮理论推广到极移离心力位而得到。

8.5.2.1 径向位移、海面高与重力位极移效应

设极移离心力位 $\Delta\Psi_c$ ，在径向勒夫数 h_2 作用下，产生地面径向位移，则地面径向位移的极移效应可表达为：

$$r_p(\theta, \lambda, t) = \frac{h_2}{g_0} \Delta\Psi_c = H_p \text{Re}(m^*(t) h_2 \bar{P}_{21}(\cos\theta) e^{i\lambda}) \quad (5.15)$$

$$H_p = \sqrt{\frac{A}{\rho_e R}} \frac{\omega^2 R^2}{GM} = \frac{\sqrt{8\pi}}{\sqrt{15}} \frac{\omega^2 R^4}{GM} = \frac{\sqrt{8\pi}}{\sqrt{15}} \frac{\omega^2 R^2}{g_0}, \frac{8\pi}{5} R^4 = \frac{3}{\rho_e R} A \quad (5.16)$$

式中： H_p 为径向位移自转极移效应的尺度因子； $g_0 = GM/R^2$ 为地面平均重力。当自转极移参数 m 以角秒 (as) 为单位时， $H_p = 0.1385\text{m}$ 。

类似于海洋潮高的表达方式, 采用海洋空间导纳函数 $Z(\theta, \lambda)$, 可将海面高的极移效应 $h_o(\theta, \lambda, t)$ 表示为:

$$h_o(\theta, \lambda, t) = H_p \text{Re}[m^*(t)Z(\theta, \lambda)] \quad (5.17)$$

引入径向位移极移效应尺度因子 H_p 后, 海洋导纳函数 $Z(\theta, \lambda)$ 就变成了无量纲的空间谐函数, 可将其分解为 n 阶球谐级数形式

$$Z(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} Z_n(\theta, \lambda) \quad (5.18)$$

海面高的极移效应 $h_o(\theta, \lambda, t)$ 会导致海洋质量重新调整, 使得重力位发生变化, 这是海面高极移效应对地球重力位的直接影响, 可表示为:

$$U(\theta, \lambda, t) = \sum_{n=0}^{\infty} U_n(\theta, \lambda, t) = H_p g_0 \text{Re}[m^*(t) \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n Z_n(\theta, \lambda)] \quad (5.19)$$

式中: $\alpha_n = \frac{3}{2n+1} \frac{\rho_w}{\rho_e}$ 。

海面高极移效应对地球重力位的直接影响 U_n , 通过位负荷勒夫数 k'_n 作用, 产生附加位

$$U_o^a(\theta, \lambda, t) = \sum_{n=0}^{\infty} k'_n U_n(\theta, \lambda, t) = H_p g_0 \text{Re}[m^*(t) \sum_{n=0}^{\infty} k'_n \alpha_n Z_n(\theta, \lambda)] \quad (5.20)$$

重力位的海洋极潮效应, 等于海面高极移效应对重力位的直接影响与附加位之和

$$U_o(\theta, \lambda, t) = \sum_{n=0}^{\infty} (1 + k'_n) U_n(\theta, \lambda, t) \\ = H_p g_0 \text{Re}[m^*(t) \sum_{n=0}^{\infty} (1 + k'_n) \alpha_n Z_n(\theta, \lambda)] \quad (5.21)$$

8.5.2.2 重力位系数自洽平衡的海洋极潮效应

在固体潮两个最大长周期分量上, 海洋很可能具有与平衡响应相对应的长波响应。随着周期增大, 这种响应偏离平衡态的程度越小。极移离心力位的周期分别为 365 天和 433 天, 因此海洋极潮应有一个平衡响应。平衡海洋极潮效应假设瞬时海洋表面为重力等位面, 即瞬时海洋表面与等位面处于平衡状态, 进而通过从海面等位面减去极潮, 来确定海洋表面相对于海底的平衡位移。

经典的平衡海洋极潮导纳函数 \bar{Z}^c 与地倾斜潮汐因子(海面高体潮因子) $\gamma_2 = 1 + k_2 - h_2$ 成正比, 可表示为与体潮勒夫数无关的归一化平衡导纳函数 \bar{E}^c 和地倾斜潮汐因子 γ_2 的乘积

$$\bar{Z}^c(\theta, \lambda) = \gamma_2 \bar{E}^c(\theta, \lambda) \quad (5.22)$$

$$\bar{E}^c(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \bar{E}_n^c(\theta, \lambda) = \mathcal{O}(\theta, \lambda) [\bar{P}_{21}(\cos\theta) e^{i\lambda} + K^c] \quad (5.23)$$

式中: $\mathcal{O}(\theta, \lambda)$ 为海洋函数, (θ, λ) 位于海洋区域时 $\mathcal{O}(\theta, \lambda) = 1$, (θ, λ) 位于陆地时 $\mathcal{O}(\theta, \lambda) = 0$ 。

式 (5.23) 引入复常数 K^c , 以维持经典平衡海洋极潮质量守恒。假设海洋具有常数密度, 则海洋极潮的零阶球谐分量应等于零, $\bar{Z}_0^c = \bar{E}_0^c = 0$ 。

考虑极移离心力位及其附加位后的自洽平衡海洋极潮响应函数 $\bar{Z}^s(\theta, \lambda)$ ，也与地倾斜潮汐因子 $\gamma_2 = 1 + k_2 - h_2$ 成正比，可用归一化自洽平衡导纳函数 \bar{E}^s 表示为：

$$\bar{Z}^s(\theta, \lambda) = \gamma_2 \bar{E}^s(\theta, \lambda) \quad (5.24)$$

$$\bar{E}^s(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \bar{E}_n^s = \mathcal{O}(\theta, \lambda) [\bar{P}_{21}(\cos\theta)e^{i\lambda} + \sum_{n=0}^{\infty} \gamma'_n \alpha_n \bar{E}_n^s + K^s] \quad (5.25)$$

式中： K^s 为复常数，用于维持自洽平衡海洋极潮质量守恒。 $\gamma'_n = 1 + k'_n - h'_n$ 为 n 阶地倾斜负荷形变因子。

归一化导纳函数 \bar{E}_n^c 和 \bar{E}_n^s 的球谐分量由系数 $(\bar{A}_{nm} + i\bar{B}_{nm})$ 按如下球谐级数形式定义：

$$\bar{E}(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \bar{P}_{|n|m}(\cos\theta) (\bar{A}_{nm} + i\bar{B}_{nm}) e^{i\lambda} \quad (5.26)$$

方程 (5.25) 的第一项和第二项可以认为是自洽平衡极潮的第一项和第二项，因此这个归一化导纳可以通过在第一次迭代中使用 $\bar{E}_n^s = \bar{E}_n^c$ 的迭代格式来计算。

令 $\bar{A}_{nm} = \bar{A}_{nm}^R + i\bar{A}_{nm}^I, \bar{B}_{nm} = \bar{B}_{nm}^R + i\bar{B}_{nm}^I$ 为自洽平衡态的 n 阶 m 次海洋极潮负荷系数，则海洋极潮负荷对规格化位系数的直接影响可用极移参数 (m_1, m_2) 表示 (Desai, 2002) 为：

$$\begin{bmatrix} \Delta\bar{C}_{nm} \\ \Delta\bar{S}_{nm} \end{bmatrix} = R_n \left\{ \begin{bmatrix} \bar{A}_{nm}^R \\ \bar{B}_{nm}^R \end{bmatrix} (m_1\gamma_2^R + m_2\gamma_2^I) + \begin{bmatrix} \bar{A}_{nm}^I \\ \bar{B}_{nm}^I \end{bmatrix} (m_2\gamma_2^R - m_1\gamma_2^I) \right\} \quad (5.27)$$

$$R_n = \frac{\omega^2 R^4}{GM} \frac{4\pi G \rho_w}{g_0(2n+1)} = \frac{\omega^2 R^2}{g_0^2} \frac{4\pi G \rho_w}{2n+1}, \quad \gamma_2 = \gamma_2^R + i\gamma_2^I \quad (5.28)$$

其中，2阶田谐位系数变化包含了近90%的海洋极潮效应。

这里采用 IERS 产品 EOPC04 和 IERS 协议 2010 中 360 阶自洽平衡态海洋极潮负荷系数 (Desai, 2002)，取体潮因子 $\gamma_2 = 0.687 + i0.0036$ ，计算 (程序可从 IERS 网站获得) 位于海岸带区域的 $(121.3^\circ E, 28.8^\circ N, h11m)$ 点处，大地测量要素的海洋极潮效应时间序列 (ITRF2014 参考框架)，如图 5.2。时间跨度 2018 年 1 月 1 日至 2022 年 12 月 31 日 (4 年)，时间间隔 6 小时。

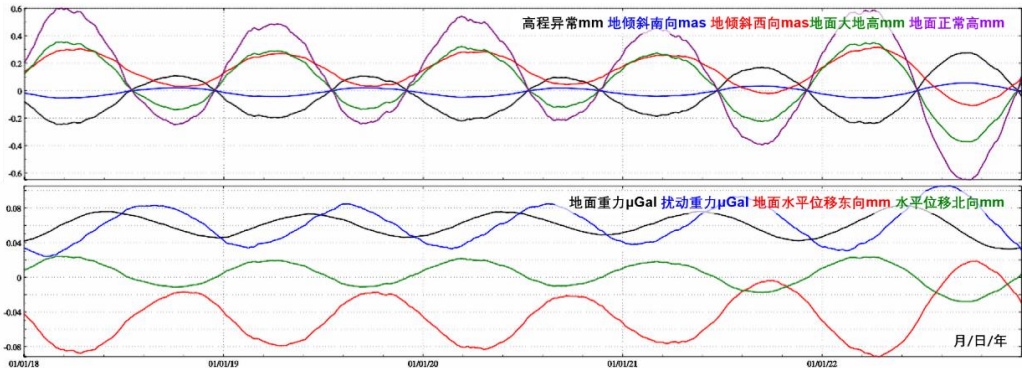


图 5.2 海岸点大地测量要素海洋极潮效应时间序列

海洋极潮效应量级很小，对于一般性大地测量应用，可以忽略。

8.5.3 地球自转参数潮汐效应及其计算

地球自转运动（极移和自转速率变化）表征着地球的整体运动状态以及固体地球与大气、海洋在各种时空尺度上的相互作用过程，它们在没有外力作用条件下维持总角动量守恒。目前，IERS 提供以天为间隔的天极补偿、*UT1*和 CIP 极坐标时序产品，其中 CIP 极移的高频变化由地球物理和实测数据建立的高频模型内插，主要考虑海潮和固体潮引起的近周日变化，而将固体潮中周期大于 2 天的部分并入章动模型中。

8.5.3.1 日长及自转速率的带谐潮汐效应

地球自转速率的周期变化与天文、地球物理和气象等许多因素有关，固体潮效应是导致月和半月自转速率变化的主要原因，地球液核效应和海洋负荷潮汐通过放大因子，又改变了这些周期变化的振幅。Woodlard (1959) 以弹性地球的惯量张量对固体潮响应的简单模型，导出了带谐潮的理论振幅。Yoder 等 (1981) 推导了由极惯性矩的潮汐形变引起的 *UT1* 周期性变化，包括具有解耦核、弹性地幔和平衡海洋的带谐潮汐形变效应，给出了尺度因子理论值为 $k/c_m = 0.944$ ，其中 k 是耦合地幔及海洋的有效勒夫数， c_m 为无量纲的液核极惯性系数。

目前，人们对日长的激发研究，主要包括几十年的长期变化、10 年左右的波动、年际变化、季节性变化、几十天到周日半日的短周期变化。在极移激发方面，随着资料积累和观测精度的提高，人们开始从局限于周年极移和钱德勒摆动的研究扩展到亚季节性、年际乃至几十年时间尺度上的极移研究。

固体地球对带谐引潮位的响应引起主惯性矩的周期性变化，按角动守恒原则放大自转极移振幅（4.2.3 节），改变自转速率的尺度因子（4.2.5 节）。

利用勒让德多项式，可以将地面 $P(\theta, \lambda)$ 点的天体引潮位 V_G 展开为球谐函数级数形式

$$V_G(P) = GM \sum_{n=2}^{\infty} \frac{a^n}{r^{n+1}} P_n(\cos\psi) \quad (5.29)$$

式中： ψ 为地固坐标中地面点 $P(\theta, \lambda)$ 与引潮天体 (r, θ, Λ) 的球面角距， (r, θ, Λ) 为引潮天体在地固坐标系中的球坐标，他们都随时间变化。将其中二阶引潮位 ($n = 2$) 分解为 3 组球谐函数形式

$$V_{G,20}(P) = GM \frac{a^2}{r^3} P_{20}(\cos\theta) P_{20}(\cos\theta) \quad (5.30)$$

$$V_{G,21}(P) = \frac{1}{3} GM \frac{a^2}{r^3} P_{21}(\cos\theta) P_{21}(\cos\theta) \cos(\Lambda - \lambda) \quad (5.31)$$

$$V_{G,22}(P) = \frac{1}{12} GM \frac{a^2}{r^3} P_{22}(\cos\theta) P_{22}(\cos\theta) \cos 2(\Lambda - \lambda) \quad (5.32)$$

式 (5.31) 和 (5.32) 分别包含扇谐函数和田谐函数, 用于描述半日变化和周日变化的短周期潮汐, 而式 (5.30) 包含带谐函数, 仅依赖于引潮天体地心余纬 θ 而缓慢变化, 因此用于描述了中长周期潮波。

月球带谐引潮位的主要周期是 14 天 M_f 和 28 天 M_m , 太阳带谐引潮位的主要周期是半年 S_{sa} 和周年 S_a , 这些带谐潮汐形变是引起日长变化的最大项。

取尺度因子 $k/c_m = 0.94$, 顾及地幔粘滞性长周期勒夫数 $k_{20}(\sigma)$ 的频率相关性 (1.26) 式, 周期为 5 天至 18.6 年的地球自转长周期潮汐变化改正算法公式 (IERS 协议 2010) 为:

$$\Delta UT1 = m_3 A_0 = -\sum_{i=1}^{62} (A_i \sin \phi_i - B_i \cos \phi_i) \quad (5.33)$$

$$\Delta LOD = \sum_{i=1}^{62} (A'_i \cos \phi_i - B'_i \sin \phi_i) \quad (5.34)$$

$$\Delta \omega = \sum_{i=1}^{62} (A''_i \cos \phi_i - B''_i \sin \phi_i) \quad (5.35)$$

式中: A_i 、 B_i 、 A'_i 、 B'_i 、 A''_i 、 B''_i 分别为频率 σ_i 长周期分潮的同相幅值 (余弦项系数) 和异相幅值 (正弦项系数), 如表 5.1 的第 7~12 列 (省略其中 6 个系数均小于 1.0 的潮波); ϕ_i 为长周期分潮 σ_i 的天文辐角, 由 Delaunay 变量 (表中第 1~5 列) 或 Doodson 数计算。

表 5.1 日长及自转速率的带谐潮汐效应校正

Delaunay 变量					周期(天)	$\Delta UT1$		ΔLOD		$\Delta \omega$	
l	l'	F	D	Ω		A_i	B_i	A'_i	B'_i	A''_i	B''_i
0	0	2	2	2	7.10	-0.1231	0.0000	1.0904	0.0000	-0.9203	0.0000
1	0	2	0	1	9.12	-0.4108	0.0000	2.8298	0.0000	-2.3884	0.0000
1	0	2	0	2	9.13	-0.9926	0.0000	6.8291	0.0000	-5.7637	0.0000
-1	0	2	2	2	9.56	-0.1974	0.0000	1.2978	0.0000	-1.0953	0.0000
0	0	2	0	0	13.61	-0.2989	0.0000	1.3804	0.0000	-1.1650	0.0000
0	0	2	0	1	13.63	-3.1873	0.2010	14.6890	0.9266	-12.3974	-0.7820
0	0	2	0	2	13.66	-7.8468	0.5320	36.0910	2.4469	-30.4606	-2.0652
2	0	0	0	0	13.78	-0.3384	0.0000	1.5433	0.0000	-1.3025	0.0000
0	0	0	2	0	14.77	-0.7341	0.0000	3.1240	0.0000	-2.6367	0.0000
-1	0	2	0	2	27.09	0.4352	0.0000	-1.0093	0.0000	0.8519	0.0000
1	0	0	0	-1	27.44	0.5339	0.0000	-1.2224	0.0000	1.0317	0.0000
1	0	0	0	0	27.56	-8.4046	0.2500	19.1647	0.5701	-16.1749	-0.4811
1	0	0	0	1	27.67	0.5443	0.0000	-1.2360	0.0000	1.0432	0.0000
-1	0	0	2	0	31.81	-1.8236	0.0000	3.6018	0.0000	-3.0399	0.0000
0	1	2	-2	2	121.75	-1.8847	0.0000	0.9726	0.0000	-0.8209	0.0000
0	0	2	-2	1	177.84	1.1703	0.0000	-0.4135	0.0000	0.3490	0.0000
0	0	2	-2	2	182.62	-49.7174	0.4330	17.1056	0.1490	-14.4370	-0.1257

0	1	0	0	0	365.26	-15.8887	0.1530	2.7332	0.0263	-2.3068	-0.0222
0	0	0	0	2	-3399.19	7.8998	0.0000	0.1460	0.0000	-0.1232	0.0000
0	0	0	0	1	-6798.38	-1617.2681	0.0000	-14.9471	0.0000	12.6153	0.0000

8.5.3.2 自转极移及有效激发的长周期海潮效应

无受迫的自转极移运动主要表现为振幅（约 100~200mas）随时间变化的钱德勒摆动（CW）和振幅（约 100mas）随时间有微小变化的周年摆动（AW）（Gross, 2000; Su 等, 2014）和速率约 3.5mas/年的长期漂移。自转极移的长周期项，主要包括半钱德勒周期项、半周年项、季节性周期、1 月周期、半月周期等，以及准两年周期及 300 天周期项。

以有效角动量函数 $\chi(t)$ 表示无受迫形变地球自转变化方程：

$$\chi(t) = m^*(t) + \frac{i}{\sigma_c} \dot{m}^*(t), \quad \psi_3(t) = -m_3(t) = \frac{\Delta LOD(t)}{A_0} \quad (5.36)$$

$$\chi(t) = \chi_1(t) + i\chi_2(t), \quad m(t) = m_1(t) + im_2(t) \quad (5.37)$$

$$\begin{cases} \chi_1(t) = \frac{1.608}{(C-A)\omega} [h_1(t) + (1 + k'_2)\omega I_{13}(t)] \\ \chi_2(t) = \frac{1.608}{(C-A)\omega} [h_2(t) + (1 + k'_2)\omega I_{23}(t)] \\ \chi_3(t) = \frac{0.997}{C\omega} [h_3(t) + 0.750\omega I_{33}(t)] \end{cases} \quad (5.38)$$

式中： $m^*(t)$ 为自转极移 $m(t)$ 的复共轭， σ_c 为钱德勒摆动的复值频率， A_0 为日长的平均值 86400s； $\mathbf{h}(t)$ 为物质运动相对角动量， C 和 A 为地球的主惯量矩， ω 为平均自转角速度。

式 (5.38) 的有效角动量函数 $\chi(t) = [\chi_1(t), \chi_2(t), \chi_3(t)]$ 主要包括两部分的作用：地球内部物质分布变化引起的惯量张量变化 ΔI ，以及物质运动速度引起的相对角动量变化 $\Delta \mathbf{h}$ 。式中引入了 4 个系数，1.608 为顾及地幔粘滞性和液核效应的振幅放大因子，0.750 为考虑海洋大气运动和地幔粘滞性拖曳效应的自转速率变化尺度因子，0.997 表示自转形变（离心力位）使自转速率减小 0.3%，各系数的地球物理意义参考 4.2 节。

周期为 9 天至 18.6 年的自转极移和有效角动量潮汐改正算法（IERS 协议 2010，计算程序可从 IERS 网站获得）如下：

$$m^*(t) = m_1(t) - im_2(t) = A_p e^{i[\phi(t) + \varphi_p]} + A_r e^{i[-\phi(t) + \varphi_r]} \quad (5.39)$$

$$\chi(t) = \chi_1(t) + i\chi_2(t) = A_p e^{i[\phi(t) + \varphi_p]} + A_r e^{i[-\phi(t) + \varphi_r]} \quad (5.40)$$

式中： $\phi(t)$ 为天文辐角； A_p 、 φ_p 分别为自转极移或有效角动量激发长周期海潮效应的正向前行调和振幅和相位； A_r 、 φ_r 分别为自转极移或有效角动量长周期海潮效应的逆向后退调和振幅和相位。

表 5.2 自转极移与有效角动量的长周期海潮效应校正

	Delaunay 变量					周期(天)	极移改正项 m				极移有效角动量改正项 χ			
	l	l'	F	D	Ω		$A_p/\mu\text{as}$	φ_p°	$A_r/\mu\text{as}$	φ_r°	$A_p/\mu\text{as}$	φ_p°	$A_r/\mu\text{as}$	φ_r°
m_{tm}	1	0	2	0	1	9.12	4.43	-112.62	5.57	21.33	205.83	67.21	269.95	21.17
M_{tm}	1	0	2	0	2	9.13	10.72	-112.56	13.48	21.3	497.59	67.27	652.59	21.14
m_f	0	0	2	0	1	13.63	27.35	-91.42	30.59	13.31	841.32	88.42	1002.12	13.15
M_f	0	0	2	0	2	13.66	66.09	-91.31	73.86	13.27	2028.73	88.53	2414.94	13.11
M_{sf}	0	0	0	2	0	14.77	5.94	-87.13	6.42	11.75	168.13	92.7	194.74	11.6
M_m	1	0	0	0	0	27.56	43.74	-56.7	31.12	-0.91	643.61	123.13	520.16	-1.06
M_{sm}	-1	0	0	2	0	31.81	8.85	-51.11	5.42	-4.21	111.62	128.72	79.23	-4.36
S_{sa}	0	0	2	-2	2	182.62	86.48	-20.3	99.77	175.57	118.56	159.42	336.32	175.46
S_a	0	1	0	0	0	365.26	17.96	-17.38	152.15	170.6	3.33	161.6	332.53	170.51
M_n	0	0	0	0	1	-6798.38	208.17	166.89	186.98	166.67	221.43	166.88	175.07	166.68

图 5.3 按 (5.33) ~ (5.35)、(5.39) 和 (5.40) 式, 预报 2026 年 1 月 1 日至 2028 年 12 月 31 日 (3 年) 地球自转运动的长周期潮汐效应时间序列, 时序采样间隔 4h。

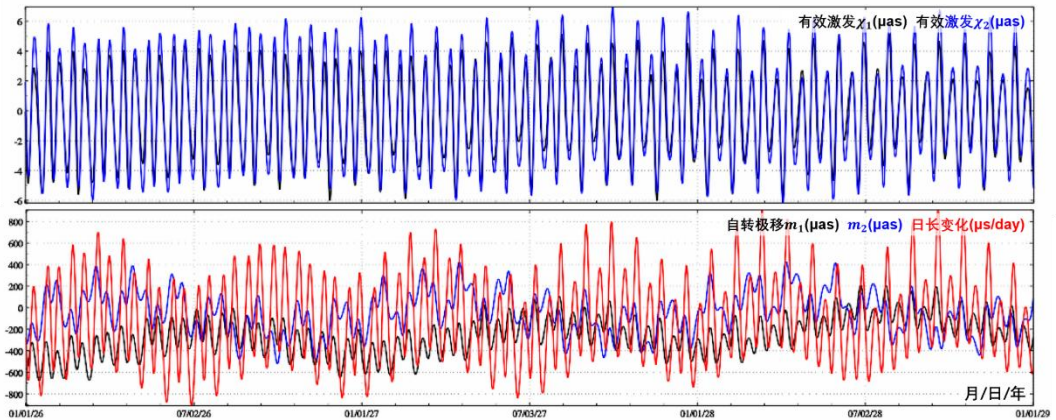


图 5.3 地球自转运动的长周期潮汐效应预报时间序列

8.5.2.3 地球自转参数周日半日海潮影响

进入 20 世纪, 多种空间大地测量技术已能从高精度高分辨率地球自转参数 (极移和 UT1) 中, 检测到周日、半日变化。与海潮模型所预测的结果进行比较, 在主要的周日、半日潮波频率上, 两者的振幅和相位符合得较好, 尤其是 UT1, 符合度为 90% 左右, 极移符合度约 60% 左右。目前的主流观点认为, 地球自转周日、半日变化主要是固体地球对海洋潮汐和洋流作用的响应。

基于高精度和高分辨率的地球自转数据, 1990 年 Dong 等人首次提出海洋潮汐潮流是产生周日、半日地球自转变化的主要因素。随后, 许多学者都针对海洋潮汐对周日、半

日地球自转的影响这一问题展开了研究。Chao 等人 1996 年的研究结果表明，海洋潮汐潮流对 $\Delta UT1$ 周日、半日变化的贡献约为 90%，还有大气潮、三轴地球以及非潮汐海洋等因素的影响。海洋潮汐潮流对极移周日、半日变化的贡献约为 60%，还有大气潮、三轴地球、核幔边界的二阶球谐分量以及地震等影响因素。不过，根据目前的研究结果，以上这些因素还不足以解释剩下的周日、半日极移。

自转离心力位引起固体地球形变，导致地球惯性张量变化，由 1.2.6 节可知，周日和半日的高频力矩主要来自三轴地球（主惯性轴坐标系）的主惯量差 $I_{22} - I_{11}$ ，记 $A = I_{11}$ ， $B = I_{22}$ 。可得非规格化二阶二次位系数 C_{22} 为：

$$C_{22} = \frac{1}{4}MR^2(B - A) \quad (5.41)$$

一般地固坐标系的主轴与地球主惯性轴不重合，此时，赤道面主惯量差 $B - A$ 变为：

$$B - A = 4MR^2\sqrt{C_{22}^2 + S_{22}^2} \quad (5.42)$$

由此导致极移和 $UT1$ 变化为：

$$m(t) = -\frac{0.36GM}{\omega^2 R^3} \frac{B-A}{A} \sin 2\theta e^{-i(\Lambda-2\lambda)} \quad (5.43)$$

$$UT1(t) = -\frac{0.36GM}{8\omega^2 R^3} \frac{B-A}{C_m} \sin^2 \theta \sin 2(\Lambda - 2\lambda) \quad (5.44)$$

式中： θ, Λ 分别为引潮天体在地固坐标系中的余纬和经度。

由 (5.42) ~ (5.44) 式可以看出， C_{22} 激发了周期为半日的地球自转变化，Chao 等人的理论计算表明其量级为 0.06mas 左右（1mas 地心角距对应地面距离约 3cm）。液核地球和核幔边界微椭使得旋转地球产生一个自转逆向简正模，呈现近周日自由摆动。

类似于式 (5.38) 海潮对极移和地球自转速率变化的激发，由海洋潮汐引起的地球自转周日、半日变化可以用谐波函数级数表示为：

$$m_1 = \sum_{i=1}^n (-A_i^c \cos \phi_i + A_i^s \sin \phi_i) \quad (5.45)$$

$$m_2 = \sum_{i=1}^n (A_i^c \sin \phi_i + A_i^s \cos \phi_i) \quad (5.46)$$

$$\Delta UT1 = m_3 \Lambda_0 = \sum_{i=1}^n (B_i^c \cos \phi_i + B_i^s \sin \phi_i) \quad (5.47)$$

目前应用比较广泛的是 IERS 协议 2010 中收录的 Eanes2000 模型和 interp.f 实现代码，计算程序可从 IERS 网站获得。该算法基于 Ray1994 模型发展而来，采用的全球海潮模型 Schwidersk (1980)，由 41 个周日潮波和 30 个半日潮波组成，包括 3 个主要周日、半日潮波改正项，以及 41 个边瓣潮波改正。图 5.4 按 (5.45) ~ (5.47) 式，预报 2026 年 3 月 1 日至 2026 年 4 月 30 日（2 个月）地球自转参数的周日/半日潮汐效应时间序列，时序采样间隔 15 分钟。

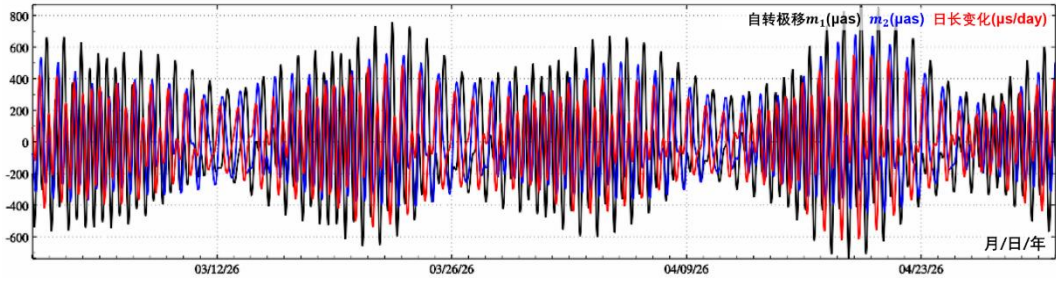


图 5.4 地球自转参数的周日/半日潮汐效应预报时间序列

8.5.4 ITRS 中 CIP 瞬时地极坐标的计算

按照 IERS 协议 2010, 天球中间极 CIP 在 ITRS 中的瞬时坐标采用地极坐标系表示, 其 y 轴方向与地固空间直角坐标系的 y 轴方向相反, 记为 (p_1, p_2) , 其单位和方向与自转极移 (m_1, m_2) 相同。由于周期小于 2 天的 GCRS 中外部天体强迫章动不包括在 IAU2000/IAU2006 章动模型中, 需要在 ITRS 中考虑地极的相应运动模型。 (p_1, p_2) 由 IERS 公报 A 与公报 B 提供的 $(m_1, m_2)_{IERS}$, 加上海洋潮汐和在 GCRS 中周期小于 2 天的外部天体受迫章动改正项 (摆动项) 构成

$$(p_1, p_2) = (m_1, m_2)_{IERS} + (m_1, m_2)_{OT} + (m_1, m_2)_{LIB} \quad (5.48)$$

式中: $(m_1, m_2)_{OT}$ 为海潮引起的高频自由极移; $(m_1, m_2)_{LIB}$ 描述了引潮天体外部力矩的非带谐项引起的周日与半日受迫极移。

海潮高频极移项 $(m_1, m_2)_{OT}$, 主要包括由海潮引起的周日变化和半日变化, 可按 5.4.3 节给出的 Ray 等 (1994) 算法模型计算, 计算程序也可从 IERS 网站获得。Ray 等 (1994) 由全球海潮模型 Schwidersk (1980), 计算由海潮负荷变化导致的惯性张量变化 ΔI , 并由全球海潮模型推算全球潮流模型, 计算潮流相对角动量变化 Δh 。Schwidersk 模型提供了 71 个潮汐分潮的振幅和参数, 这些潮汐参数由全球超过 2000 个位于沿岸、岛屿或海底的验潮 (压力) 站数据的调和分析与数值计算产生, 一般认为相当可靠。

非带谐摆动项 $(m_1, m_2)_{LIB}$, 包括周日和半日的受迫极移项, 以前被看成章动, 现在归为极移。非带谐摆动项 (Chao 等, 1991), 是由于外部天体引潮位的周日、半日 ($n \geq 2, 0 < m \leq 2$) 项, 导致地球惯性张量变化 ΔI , 进而按式 (5.1) 产生自转极移。 $(m_1, m_2)_{LIB}$ 计算程序可从 IERS 网站获得。

长周期项与引潮天体外力矩引起的长期变化, 一般认为已包含在观测到的极移中, 不需要加入 $(m_1, m_2)_{IERS}$ 中。