

地球质心变化效应与地心运动计算

地球表层质量迁移的最大空间尺度是地球重力场位系数 1 阶项，包括南北半球之间的质量交换，这种 1 阶项质量受固体地球形变影响，导致固体地球质心相对于地球几何中心存在厘米级变化，称为地心运动。

地球质心（Center of Mass of the earth system, CM）指的是包括海洋大气等的整个地球系统的质量重心，是地球卫星绕地球旋转的动力学中心。与地球自转形变一样，受地球密度分布变化、地球形变和地球内部动力学影响，地球质心在不断变化中。地球质心变化具有周期性和非周期性，十年尺度内一般没有明显的线性趋势变化。

8.4.1 地球质心变化影响因素及特点

由于各种动力学作用，地球各圈层是运动变化的，这些运动和变化将引起地球密度分布的变化，从而诱导地心运动。海水密度与海平面变化、大气密度和大陆水变化，引起海洋、大气两个圈层及地壳密度分布的变化，诱导各种周期和非周期的地心运动；冰后回弹、地壳均衡响应，地幔缓慢对流驱动的大尺度板块运动，也会使地球质心发生变化，这种变化是长期或长周期的；液体外核存在着对流和振荡，大约 2mm/s 的液核运动就会驱动金属内核，地核的变动将引起地心运动。

较大空间尺度的地球质量调整具有季节性和长周期变化特性，对地心运动（振幅）的影响在 1~3cm。海潮对地心运动的贡献约为 1cm，其中半日和周日海潮分潮对地心运动的贡献为亚毫米~几毫米不等；大气压主要呈现周日和半日变化，引起地球表层负荷变化，赤道附近由于太阳辐射长而影响大，这种大气负荷变化对地心运动的贡献可达到几毫米水平。

冰盖冰川消融和海平面长期变化诱导地壳均衡调整，由于地球的粘滞性，这种均衡调整在时间尺度上具有很大的范围，对地心运动影响的量级可达到 1mm/a，方向大致指向北极，在毫米级地球参考框架中应予以顾及。

地球密度分布的变化导致地球质心变化动，而地表负荷运动速度对地球质心变化没有直接影响。类似于 2 阶 ($n = 2$) 负荷变化对地球自转的激发，考虑到 CE 与 CF 差别很小，地球质心变化可用地球表层 1 阶 ($n = 1$) 负荷变化（直接影响）及其引起的地表荷形变（由负荷数表征的间接影响）来表达。负荷变化对地心运动的间接影响表明，地心运动还取决于固体地球的粘弹性性质。

8.4.2 地球质心与地球参考系统原点

采用地球质心 CM 作为地球参考系统原点有三方面的考虑：①从卫星动力学角度，地球卫星轨道遵守开普勒定律，地球质心是卫星椭圆轨道的焦点；②从天体力学角度，在研究地球受到其他天体的引力作用运动时，地球质心运动代表地球的整体运动；③从地球系统本身来说，如果不考虑外力作用，地球质心的运动是惯性的，它不因为地壳、地表水、大气、海洋等物质运动（不含密度分布变化）而受到影响。IERS 协议地球参考系统的原点约定为地球质

心 CM。

地球质心运动可用地球重力位 1 阶位系数变化表示。设参考历元 t_0 到当前历元 t 的这段时间里, 1 阶规格化位系数变化量为 $(\Delta\bar{C}_{10}, \Delta\bar{C}_{11}, \Delta\bar{S}_{11})$, 由地球重力场基本理论可知, 实际地球质心运动可表示为:

$$\Delta x = \sqrt{3}R\Delta\bar{C}_{11}, \quad \Delta y = \sqrt{3}R\Delta\bar{S}_{11}, \quad \Delta z = \sqrt{3}R\Delta\bar{C}_{10} \quad (4.1)$$

采用 1 阶位系数变化表示的地心运动, 反映的是地球动力学因素对地球质心运动的总贡献。注意到 $\sqrt{3}R \approx 10^7\text{m}$, 由 (4.1) 式可知, 若要求地心运动测定精度为毫米量级, 1 阶规格化位系数应精确到 10^{-10} 量级。

地球参考系统原点通常有如下三种选择方案:

(1) 理想的地球质心 CM。由牛顿万有引力定律可知, 理想的地球质心 CM 及其随时间 t 的变化在地球参考系统中可表示为:

$$\mathbf{r}_{CM}(t) = \frac{\int_{\Omega} \mathbf{r}(t)dm}{\int_{\Omega} dm} = \frac{\int_{\Omega} \mathbf{r}(t)dm}{M} \quad (4.2)$$

式中: $\mathbf{r}(t)$ 为历元 t 时刻地球系统内部流动点位置向量; Ω 表示对地球整体积分。

地球质心 CM 通常用作卫星动力学和星际飞行动力学参考系统的原点。

(2) 固体地球的质量中心 (Center of Mass of the solid earth, CE)。不包括地球表层负荷形变, 它在地球参考系统中可表示为:

$$\mathbf{r}_{CE}(t) = \frac{\int_V \mathbf{r}(t)dm}{\int_V dm} = \frac{\int_V \mathbf{r}(t)dm}{M_V} \quad (4.3)$$

式中: V 表示对固体地球整体积分; M_V 为固体地球的总质量。

(3) 固体地球表面的形状中心 (Center of Figure of the solid earth surface, CF)。简称地壳 (地面) 形状中心, 理论上可定义为: 相对于 CF, 整个固体地球表面的速度场为零。CF 与地球的密度分布无直接的关系, 通常用于地面的大地测量和形变测量, 是地球物理和大地测量学常用的地球参考框架, 它在地球参考系统中可表示为:

$$\mathbf{r}_{CF}(t) = \frac{1}{4\pi} \int_{\sigma} \mathbf{r}(\varphi, \lambda) \cos\varphi d\varphi d\lambda \quad (4.4)$$

式中: σ 为单位球面, 表示对整个固体地球表面积分。

若在任意历元有 $\mathbf{r}_{CM}(t) \equiv 0$, 则对应的地球参考框架称为瞬时质心 CM 框架。同样, $\mathbf{r}_{CE}(t) \equiv 0$ 对应 CE 框架, $\mathbf{r}_{CF}(t) \equiv 0$ 对应 CF 框架。

除 CM 框架外, CE 框架和 CF 框架都与地壳运动无关, 即 CE 框架和 CF 框架都不包括地球表层负荷形变, 这两种框架原点也非常靠近。研究表明, $|\mathbf{r}_{CE} - \mathbf{r}_{CF}| < 2\%|\mathbf{r}_{CM} - \mathbf{r}_{CF}|$ 。

8.4.3 地球质心变化与地心运动校正

8.4.3.1 地球参考框架原点与地心运动

若直接采用 (4.2) 式实现瞬时地球质心 CM, 不仅需要知道地球内部, 还需要知道地球表层负荷的密度分布及其变化, 这几乎是不可能的。虽然 GPS 卫星轨道也遵守开普勒定律,

可通过轨道动力学约束将轨道原点约束到 CM，但由于天线相位中心等系统误差的影响，不能精确实现 CM；VLBI 缺少轨道动力学约束，不能直接实现 CM；SLR 卫星轨道可以精确实现 CM 原点，但不能对框架的定向等进行约束，也需要地基约束来实现全球地球参考框架（朱文耀，2004）。可见，当前的空间大地测量技术都难以借助卫星轨道动力学约束来直接实现瞬时地球质心。

一种可行的方法是：采用 (4.4) 式，由均匀分布在地面上地球参考框架点的瞬时位置来实现 CF。实际上，式 (4.4) 也不易直接实现，一般只能采用一定数量、分布合理的测站组成地面网，在满足地壳形变无整网平移的条件下近似实现 CF，即要求地壳形变对地心运动的影响在任意历元相对于参考历元都为零。

国际地面参考框架 (ITRF) 通过附加基准约束来实现 ITRS 协议原点，即将 ITRF 原点相对于地球质心 CM 的运动附加如下线性的基准约束：

$$T(t_0) = 0, \quad \dot{T} = 0 \quad (4.5)$$

式中： $T(t_0)$ 为参考历元 t_0 时 ITRF 的原点相对于瞬时地球质心 CM 的平移量； \dot{T} 为线性的平移速率。

IERS 协议中，规定某一参考历元 t_0 的 ITRF 原点为相应参考历元的地球质心 CM（主要通过 SLR 技术实现），由固定在地壳上全球分布的若干地面站的多种空间大地测量观测数据，在 (4.5) 式的线性基准约束下按 (4.4) 式实现任意历元 t 的地面参考框架原点 CF。

用这种方法实现基准时，仅保证参考历元 t_0 时 ITRF 原点位于地球质心，而在其他历元时刻，ITRF 原点相对于 CM 的变化采用线性速率 $\dot{T} = 0$ 即长期变化进行约束，因此 ITRF 原点 CF 不包含表层负荷变化等引起的周期性和不规则变化，相对于 CM 有运动。通常将 CF 相对于 CM 的运动称为地心运动 $\mathbf{r}_{gc}(t)$ ：

$$\mathbf{r}_{gc}(t) = \mathbf{r}_{CF}(t) - \mathbf{r}_{CM}(t) \quad (4.6)$$

目前，基于不同空间大地测量技术提取的地心运动较为符合，在厘米级精度水平的大地测量基准建立维持过程中，地心运动的影响已不能忽略。精确估计地心运动是实现和维持基于 CM 的地面参考框架的重要内容。

8.4.3.2 地心运动对 ITRF 的影响及改正

地心运动影响地球定向参数的精确测定、卫星的精密定轨、地面站点的精密定位与地壳形变测量，影响所有以 ITRF 作为地球参考框架的空间大地测量成果。

地球质心 CM 框架是一种动力学地球参考框架，大地测量卫星如重力卫星、测高卫星、GNSS 卫星都基于 CM 框架。对 CM 框架，地面测站的位置可表示为：

$$\mathbf{X}^{CM}(t) = \mathbf{X}^{CM}(t_0) + \mathbf{V}^{CM}(t - t_0) + \sum_i \Delta \mathbf{X}_i^{CM}(t) \quad (4.7)$$

式中： $\mathbf{X}^{CM}(t_0)$ 为地面测站在参考历元 t_0 时的坐标； \mathbf{V}^{CM} 为地面站点的线性速度（如大尺度板块运动改正）； $\sum_i \Delta \mathbf{X}_i^{CM}(t)$ 为地面站点各种周期和非线性形变，包括潮汐形变、负荷形变与非负荷形变。

地壳形状中心 CF 框架是一种运动学地面参考框架，对于 CF 框架，整个固体地球表面的速度场为零。在 CF 框架中，地面测站的位置可表示为：

$$\mathbf{X}^{CF}(t) = \mathbf{X}^{CF}(t_0) + \mathbf{V}^{CF}(t - t_0) + \sum_i \Delta \mathbf{X}_i^{CF}(t) \quad (4.8)$$

ITRF 地面测站速度场实现的是 CF (CN) 框架，ITRF 作为 ITRS 的具体实现，理应将其原点定义为地球的质心。但地球运动改变了协议地球参考系统 CTRS 定义的第一点“CTRS 的原点定义在整个地球系统（包括海洋和大气）的质量中心”。在毫米级精度，这种改变是必然的，否则就难以采用一组地面站点来维持一个稳定的 CTRS；相对于整个地球，漂移着的 CTRS 也不符合 CTRS 定义的第四点“CTRS 的定向随时间的演变，遵循相对于地壳无整体旋转的约束条件”。

为减小 ITRF 原点这种因定义和实现的不一致所带来的影响，目前在构建 ITRF 时总是将参考历元时刻的 ITRF 解与 SLR 解对齐。如在 ITRF2005 构建时，将其原点定义为：在历元 2000.0 时刻 ITRF2005 与国际 SLR 服务 ILRS 的 SLR 解的平移参数及其速率为零，由此保证在历元 2000.0 时 ITRF2005 原点与由 ILRS 解得的瞬时地球质心重合，此后 ITRF2005 原点的线性速度与 ILRS 瞬时地球质心保持一致。可见，ITRF2005 原点不包含周期性和其他非线性变化项的地心运动。

将瞬时地球质心表示为：

$$\mathbf{X}^G(t) = \mathbf{X}^G(t_0) + \mathbf{V}^G(t - t_0) + \sum_i \Delta \mathbf{X}_i^G(t) \quad (4.9)$$

式中： $\mathbf{X}^G(t_0)$ 为参考历元 t_0 时 CF 相对于 CM 的坐标； \mathbf{V}^G 为地心运动的线性速度项，即长期变化项； $\sum_i \Delta \mathbf{X}_i^G(t)$ 为地心运动的周期性和其他非线性变化项。由此可得：

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^{CM}(t_0) &= \mathbf{X}^{CF}(t_0) + \mathbf{X}^G(t_0), \quad \mathbf{V}^{CM} = \mathbf{V}^{CF} + \mathbf{V}^G \\ \sum_i \Delta \mathbf{X}_i^{CM}(t) &= \sum_i \Delta \mathbf{X}_i^{CF}(t) + \sum_i \Delta \mathbf{X}_i^G(t) \end{aligned} \quad (4.10)$$

若要求 ITRF 原点严格定义在瞬时质心 CM，则需要在 ITRF 加上 $\sum_i \Delta \mathbf{X}_i^G(t)$ 这一地心运动主项，此时地面测站的坐标：

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{X}^{ITRF}(t_0) + \mathbf{V}^{ITRF}(t - t_0) + \sum_i \Delta \mathbf{X}_i^{ITRF}(t) + \sum_i \Delta \mathbf{X}_i^G(t) \quad (4.11)$$

因此，确定地心运动的周期及非线性变化项 $\sum_i \Delta \mathbf{X}_i^G(t)$ 是解决 ITRF 原点定义和实现不一致问题的关键。

在大地测量基准维持涉及的数年到十年时间内，地心运动对地面站点位置的影响可达 3~4cm（最大最小值之差）。地心运动年周期变化最为显著，振幅可达 2cm，半年振幅有时也达到 1cm。图 4.1 为 UT/CSR 采用 5 颗卫星激光测距（SLR）实测的地球质心月变化时间序列（ITRF2005 框架）。

对于地球参考框架，更多关注的是年、半年和更短周期的地心运动，这类地心运动主要受大气、海洋、地表及地下水等潮汐或非潮汐表层负荷变化的一阶项激发。若用表层面密度变化对这些因素引起的密度变化进行建模，就可以计算表层负荷变化引起的地心运动。

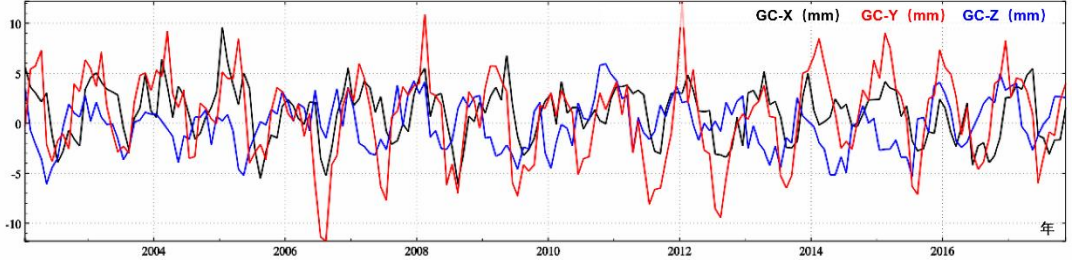


图 4.1 地球质心变化的海平面变化负荷效应-相对于 2018 年平均位置

8.4.4 地球质心变化的海洋大气负荷潮效应

海洋潮汐、地面大气压潮汐分别导致海水质量和大气密度的时空周期性变化，都会引起地球质心产生相应的随时间周期变化，进而影响地面测站位置，因此，地面测站位置需要对地球质心这种周期性变化进行补偿。

8.3 节介绍了由全球海洋潮汐调和常数模型和全球地面大气压潮汐调和常数，通过球谐分析，分别构造全球海潮负荷球谐系数模型和全球地面大气压潮负荷球谐系数模型的方案与算法。海潮负荷和大气压潮负荷引起的地球质心变化算法公式完全相同。由负荷潮负荷球谐系数模型中各分潮球谐系数的一阶项，包括一阶项同相幅值和一阶项异相幅值，可预报任意时刻该分潮引起的地球质心周期变化，之后，将负荷潮球谐系数模型中全部分潮的贡献叠加，就是任意时刻负荷潮引起的地球质心变化。

设分潮 j 的 1 阶负荷球谐系数变化的同相幅值和异相幅值分别为 $(\Delta\bar{C}_{10}^{j+}, \Delta\bar{C}_{11}^{j+}, \Delta\bar{S}_{11}^{j+})$ 和 $(\Delta\bar{C}_{10}^{j-}, \Delta\bar{C}_{11}^{j-}, \Delta\bar{S}_{11}^{j-})$ ，对于非地球质心框架， $k'_1 = 0$ ，则任意时刻 t ，全球海潮负荷或地面大气压潮负荷引起的地球质心变化可统一表示为：

$$\begin{cases} \Delta X_{CM}(t) = \sqrt{3}R \frac{\rho_w}{\rho_e} \sum_{j=1}^n \left[\Delta\bar{C}_{11}^{j+} \cos(\phi_j(t)) + \Delta\bar{C}_{11}^{j-} \sin(\phi_j(t)) \right] \\ \Delta Y_{CM}(t) = \sqrt{3}R \frac{\rho_w}{\rho_e} \sum_{j=1}^n \left[\Delta\bar{S}_{11}^{j+} \cos(\phi_j(t)) + \Delta\bar{S}_{11}^{j-} \sin(\phi_j(t)) \right] \\ \Delta Z_{CM}(t) = \sqrt{3}R \frac{\rho_w}{\rho_e} \sum_{j=1}^n \left[\Delta\bar{C}_{10}^{j+} \cos(\phi_j(t)) + \Delta\bar{C}_{10}^{j-} \sin(\phi_j(t)) \right] \end{cases} \quad (4.12)$$

式中： $\phi_j(t)$ 为 t 时刻分潮 σ_j 的天文幅角； n 为负荷潮球谐系数模型中分潮数量，如 8.3.3 节构造的 720 阶海潮负荷球谐系数 (cm) 模型 FES2014b720cs.dat，包含 36 个海洋分潮，其中含一阶项的分潮有 34 个 ($n = 34$ ；分潮 Ω_1, Ω_2 无一阶项)。如由 8.3.4 节构造的 360 阶全球地面大气压潮负荷球谐系数 (hPa) 模型 ECMWF2006n360cs.dat，包含了周日、半日、周年和半年 4 个地面大气压分潮 ($n = 4$)。

下面采用 8.3.3 节 FES2014b720cs.dat 模型中 34 个分潮 1 阶负荷球谐系数变化的同相幅值和异相幅值，预报 2026 年 1 月 1 日至 2027 年 12 月 31 日 (2 年) 地球质心变

化的海潮负荷效应，时间间隔 2h，如图 4.2。采用 8.3.4 节 ECMWF2006n360cs.dat 中 4 个分潮 1 阶负荷球谐系数变化的同相幅值和异相幅值，预报 2026 年 1 月 1 日至 2027 年 12 月 31 日（2 年）地球质心变化的地面大气压潮负荷效应，如图 4.3。

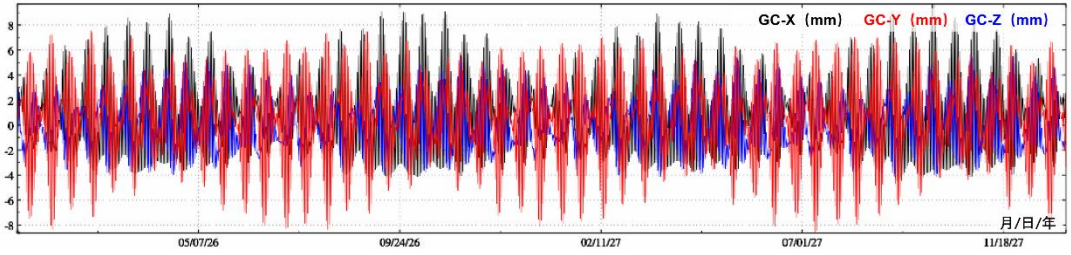


图 4.2 地球质心变化的海潮负荷效应时间序列预报

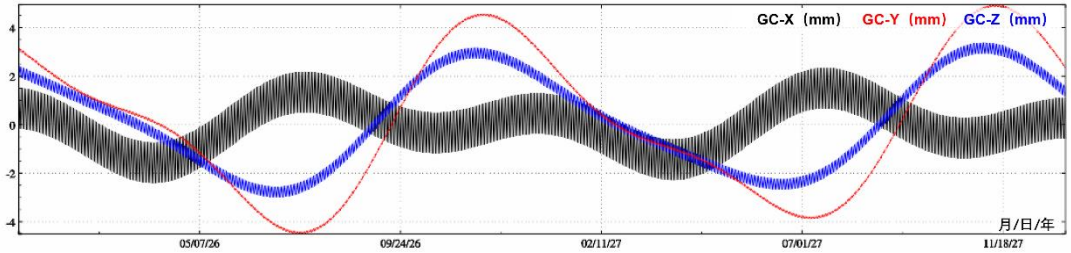


图 4.3 地球质心变化的大气压潮负荷效应时间序列预报

众所周知，大地测量直接观测量一般在当地瞬时自然坐标系（瞬时水准面与铅垂线构成的当地坐标系）中获取，无法响应地球质心变化，即直接观测量属于地球质心框架，本身不含一阶项。因此，ETideLoad 推荐采用基于负荷潮球谐系数模型的海潮负荷或大气压潮负荷效应计算方法，区域负荷效应格林积分移去恢复法精化也采用负荷潮球谐系数模型作为参考场，且一阶项不参与计算。这种情况下，除地面站点位移外，其他属于地球质心 CM 框架中的各种观测量和整个数据处理过程中无需补偿（不能重复补偿）地球质心变化的负荷潮效应。但是，若直接按负荷格林函数积分法移去 CM 框架中大地测量观测量的海潮或大气压潮负荷效应后，由于负荷格林函数本身包含一阶项（和零阶项，见 8.5.2 节），就需要对移去负荷潮效应的观测量或数据处理成果量，补偿地球质心变化的海潮或大气压潮负荷效应。后者由于移去了 CM 框架中大地测量观测量中负荷潮效应的一阶项，因此，在求解地球质心 CM 框架中的大地测量要素时，必须补偿实际并不存在的地球质心变化影响，需要推导额外的地球质心变化补偿算法公式。

8.4.5 地球质心变化的非潮汐地表负荷效应

地球质心变化可用地球重力场的 1 阶位系数变化表示。设参考历元 t_0 到当前历元 t 的这段时间里，海平面变化 1 阶负荷球谐系数变化 $[\bar{C}_{10}^{sea}(t - t_0), \bar{C}_{11}^{sea}(t - t_0), \Delta \bar{S}_{11}^{sea}(t - t_0)]$,

对于非地球质心框架, $k'_1 = 0$, 则由海平面变化此引起的地球质心变化可表示为:

$$\begin{cases} X_{CM}(t-t_0) = \sqrt{3}R \frac{\rho_w}{\rho_e} \bar{C}_{11}^{sea}(t-t_0) \\ Y_{CM}(t-t_0) = \sqrt{3}R \frac{\rho_w}{\rho_e} \bar{S}_{11}^{sea}(t-t_0) \\ Z_{CM}(t-t_0) = \sqrt{3}R \frac{\rho_w}{\rho_e} \bar{C}_{10}^{sea}(t-t_0) \end{cases} \quad (4.13)$$

图 4.4 为由 8.2.4 节 2018 年 1 月至 2020 年 12 月海平面周变化负荷球谐系数模型中的一阶球谐系数 $[\bar{C}_{10}^{sea}(t-t_0), \bar{C}_{11}^{sea}(t-t_0), \bar{S}_{11}^{sea}(t-t_0)]$ 时间序列, 按 (4.13) 式计算的地球质心周变化时间序列 (单位 mm, 相对于 2018 年平均位置)。

同理, 可计算非潮汐地面大气压变化和陆地水变化引起地球质心变化。图 4.5 为由 8.2.5 节 2018 年 1 月至 2020 年 12 月大气压周变化负荷球谐系数模型中的一阶项 $[\bar{C}_{10}^{air}(t-t_0), \bar{C}_{11}^{air}(t-t_0), \bar{S}_{11}^{air}(t-t_0)]$ 时间序列, 按 (4.13) 式计算的地球质心周变化时间序列 (单位 mm, 相对于 2018 年平均位置)。

图 4.6 为由 2018 年 1 月至 2020 年 9 月全球陆地水周变化负荷球谐系数模型中的一阶项 $[\bar{C}_{10}^{lnd}(t-t_0), \bar{C}_{11}^{lnd}(t-t_0), \bar{S}_{11}^{lnd}(t-t_0)]$ 时间序列, 按 (4.13) 式计算的地球质心周变化时间序列 (单位 mm, 相对于 2018 年平均位置)。

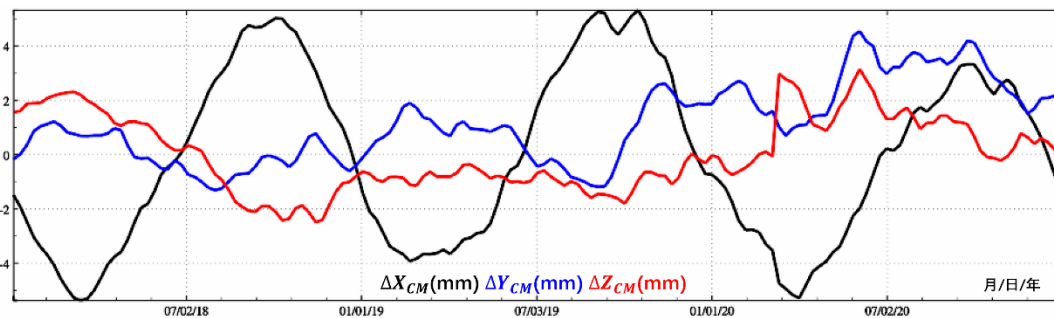


图 4.4 地球质心变化的海平面变化负荷效应-相对于 2018 年平均位置

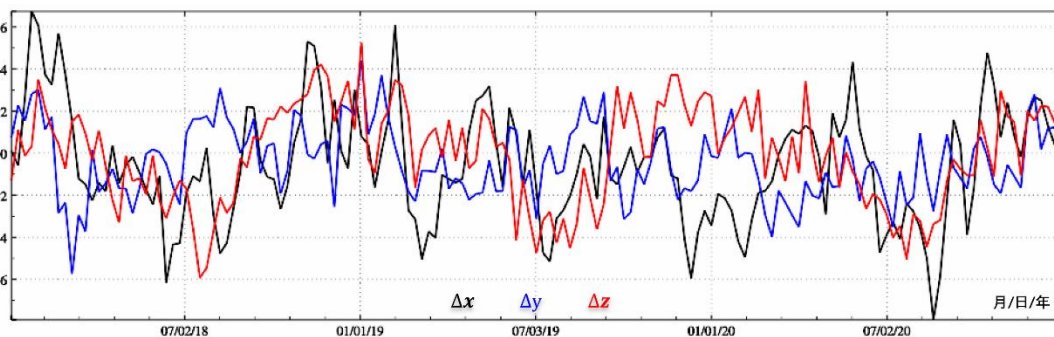


图 4.5 地球质心变化的地面大气压变化负荷效应-相对于 2018 年平均位置

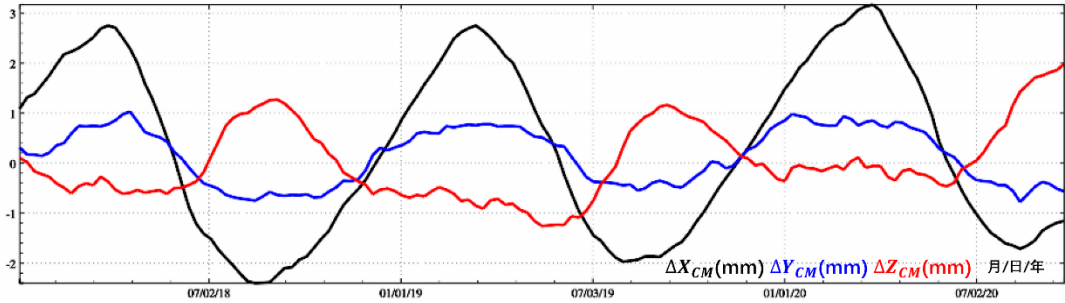


图 4.6 地球质心变化的陆地水变化负荷效应-相对于 2018 年平均位置

显然，若采样历元时刻一一对应，可直接将非潮汐海平面变化、地面大气压变化和全球陆地水变化球谐系数一阶项直接相加后，再按 (4.13) 式计算非潮汐地表环境负荷变化引起的地球质心变化；也可以将上述三种负荷变化引起的地球质心变化相加，得到非潮汐地表环境负荷变化引起的地球质心变化。两者结果等价。

类似于地球质心变化的负荷潮效应，ETideLoad 推荐采用基于地表负荷球谐系数模型的非潮汐负荷效应计算方法，且一阶项不参与计算。这种情况下，地球质心 CM 框架中各种观测和整个数据处理过程中无需补偿（不能重复补偿）地球质心变化的非潮汐地表负荷效应。但是，若直接按负荷格林函数积分法移去大地测量观测的地表环境负荷效应后，由于负荷格林函数本身包含一阶项（和零阶项，见 8.5.2 节），必须补偿实际并不存在于地球质心 CM 框架观测或数据处理成果量中的地球质心变化地表环境负荷效应，需要推导额外的地球质心变化补偿算法公式。