

引文格式:章传银,蒋涛,柯宝贵,等.高程系统定义分析与高精度 GNSS 代替水准算法[J].测绘学报,2017,46(8):945-951. DOI:10.11947/j.AGCS.2017.20170058.
ZHANG Chuanyin,JIANG Tao,KE Baogui,et al.The Analysis of Height System Definition and the High Precision GNSS Replacing Leveling Method[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2017, 46 (8) : 945-951. DOI: 10.11947/j. AGCS. 2017.20170058.

高程系统定义分析与高精度 GNSS 代替水准算法

章传银,蒋涛,柯宝贵,王伟

中国测绘科学研究院,北京 100830

The Analysis of Height System Definition and the High Precision GNSS Replacing Leveling Method

ZHANG Chuanyin,JIANG Tao,KE Baogui,WANG Wei

Chinese Academy of Surveying and Mapping, Beijing 100830, China

Abstract: Based on the definition of height system, the gravitational equipotential property of height datum surface is discussed in this paper, differences of the heights at ground points that defined in different height systems are tested and analyzed as well. A new method for replacing leveling using GNSS is proposed to ensure the consistency between GNSS replacing leveling and spirit leveling at mm accuracy level. The main conclusions include:①For determining normal height at centimeter accuracy level, the datum surface of normal height should be the geoid. The 1985 national height datum of China adopts normal height system, its datum surface is the geoid passing the Qingdao zero point.②The surface of equi-orthometric height in the near earth space is parallel to the geoid. The combination of GNSS precise positioning and geoid model can be directly used for orthometric height determination. However, the normal height system is more advantageous for describing the terrain and relief.③Based on the proposed method of GNSS replacing leveling, the errors in geodetic height affect more on normal height result than the errors of geoid model, the former is about 1.5 times of the latter.

Key words: GNSS replacing leveling; height system; height datum surface

Foundation support: The National Natural Science Foundation of China (Nos. 41374081;41674024)

摘 要:从高程系统定义出发,探讨高程基准面的重力等位性质,测试分析不同类型高程系统地面点高程之间的差异,考察 GNSS 代替水准与实际水准测量成果的一致性,进而提出新的 GNSS 代替水准算法。主要结论包括:①当精度要求达到厘米级水平时,正常高的基准面也应是大地水准面。中国国家 1985 高程基准采用正常高系统,其高程基准面是过青岛零点的大地水准面。②近地空间中解析正高面与大地水准面平行,GNSS 代替水准能直接测定地面点的解析正高,但正常高系统更有利于描述地势和地形起伏。③本文给出的 GNSS 代替水准测定近地点正常高算法,大地高误差对正常高结果的影响比大地水准面误差大,前者影响约为后者的 1.5 倍。

关键词:GNSS 代替水准;高程系统;高程基准面

中图分类号:P228.4

文献标识码:A

文章编号:1001-1595(2017)08-0945-07

基金项目:国家自然科学基金(41374081;41674024)

1 若干定义

1.1 正(常)高的力学定义

地面点的正高 h 定义为

$$h = \frac{c}{g} = \frac{W_0 - W}{\bar{g}} = \frac{1}{\bar{g}} \int_0^h g dh \quad (1)$$

式中, g 、 \bar{g} 分别为地面点到大地水准面间的流动点重力和平均重力; W 、 W_0 分别为地面点和大地

水准面的重力位; $c = W_0 - W$ 为重力位数。

由于不能测量地球内部重力,通常假设地面点到大地水准面的地壳密度为常数,采用珀雷归算公式计算平均重力 \bar{g}^H [1-3]

$$\bar{g}^H = g_0 - \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \gamma}{\partial h} + 2\pi G\rho \right) h \quad (2)$$

式中, g_0 为地面点的实测重力; G 为万有引力常数; ρ 为地壳密度; $\partial \gamma / \partial h$ 为正常重力梯度。

利用式(2),由水准测量高差和水准路线上的重力值计算得到的正高,称为赫尔默特(Helmert)正高 $h^H = c / \bar{g}^H$ 。采用不同重力归算公式确定平均重力,可得到不同形式的正高。

在式(1)中,将流动点重力 g 用流动点正常重力 γ 替换,得到正常高 h^* 定义如下[1,2,7]

$$h^* = \frac{c}{\bar{\gamma}^*} = \frac{W_0 - W}{\bar{\gamma}^*} = \frac{1}{\bar{\gamma}^*} \int_0^h g \, dh \quad (3)$$

式中, $\bar{\gamma}^*$ 为地面点到大地水准面间的平均正常重力。

1.2 解析正高与 Molodensky 正常高

1.2.1 解析正高

若直接由地球外部重力场数据,按解析延拓法计算地面点到大地水准面间的流动点重力 g ,则平均重力可按式(4)确定

$$\bar{g}' = \frac{c}{h'} = \frac{W_0 - W}{h'} = \frac{1}{h'} \int_0^{h'} g \, dh \quad (4)$$

本文将按解析平均重力 \bar{g}' 确定的正高暂称为解析正高 h' 。由式(4)得解析正高定义如下

$$h' = \frac{c}{\bar{g}'} = \frac{W_0 - W}{\bar{g}'} = \frac{1}{\bar{g}'} \int_0^{h'} g \, dh \quad (5)$$

与 Helmert 正高相比,解析正高可适用于近地空间的非地面点,利用解析正高公式,易于建立不同类型高程之间的重力学关系。

1.2.2 Molodensky 正常高

如图 1 所示,从地面点 A 向下量取其高程异常 ζ 后得到似地形面上的 Q 点(在一定海拔高度的大陆地区, $\zeta < 0$,似地形面在地面上方)。令 Q 到对应地球椭球面上 G 点之间的平均正常重力为 $\bar{\gamma}^G$,用 $\bar{\gamma}^G$ 替换式(1)或式(3)中 A 点到大地水准面上 O 点之间的平均(正常)重力,得到 Molodensky 理论中重力学定义[3]的正常高 $h^\gamma = c / \bar{\gamma}^G$ 。

设 $U_0 = W_0$,由 Molodensky 基本条件 $U_0 - U_Q = W_0 - W$ 得

$$h^\gamma = \frac{c}{\bar{\gamma}^G} = \frac{W_0 - W}{\bar{\gamma}^G} = \frac{1}{\bar{\gamma}^G} \int_0^h g \, dh = \frac{U_0 - U_Q}{\bar{\gamma}^G} =$$

$$\frac{1}{\bar{\gamma}^G} \int_G^Q \gamma \, dh \quad (6)$$

式中, U_0, U_Q 分别为地球椭球面和 Q 点的正常重力位; W 为 A 点的重力位。

式(6)中,通过引入 Molodensky 基本条件,只是将计算重力位数 c 的积分变量由难以测定的实际重力 g 变换为可解析计算正常重力 γ ,但仍然有 $c = W_0 - W$ 。

由式(5)和式(6)可得

$$\left. \begin{aligned} h' &= H - N \\ h^\gamma &= H - \zeta \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中, H 为 A 点的大地高; ζ 为 A 点的高程异常; N 为 A 点处的大地水准面高。

由于 $\bar{\gamma}^G \neq \bar{\gamma}^*$, $\bar{g}^H \neq \bar{g}'$,因此对于正常高 h^* 和 Helmert 正高 h^H 有

$$\left. \begin{aligned} h^* &\neq H - \zeta \\ h^H &\neq H - N \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

本文测试不同类型高程系统地面点高程之间的差异,分析 GNSS 代替水准与实际水准测量成果的一致性,研究高精度 GNSS 代替水准算法。

2 高程基准面的重力等位性质

传统的高程基准由水准原点(高程基准零点)和高程控制网实现,水准点正(常)高的起算面称为高程基准面或零高程面。为保证 GNSS 代替水准测定的正(常)高与水准测量成果一致,要求 GNSS 代替水准中采用的高程基准面与水准点正(常)高的起算面完全一致。

2.1 由高程系统定义分析高程基准面的等位性质

各种类型高程系统的通用高程定义可表示为: $h^G = c / G = (W_0 - W) / G$,而高程系统的差别视如何选定分母中的 G 值而定。将大地水准面重力位 W_0 用区域高程基准零点重力位 W_R 代替,区域高程基准中通用高程定义为: $h^G = c_R / G = (W_R - W) / G$ 。

在区域高程基准中,水准点的重力位数 c_R 等于高程基准零点重力位 W_R 与该点重力位 W 之差,水准点高程的起算重力位等于高程基准零点重力位 W_R ,水准点零高程面的重力位唯一,处处都等于 W_R ,因此,区域高程的零高程面(高程起算面)是过高程基准零点的重力等位面。

对于任一地面点,不论是用正高、正常高还是力高来表示其海拔高程,该点的重力位数 c 或 c_R 都是唯一的,高程基准面的重力位处处都等于高

程基准零点重力位,高程基准面的这种重力等位性质与采用的高程系统类型无关。

总之,不论是正高系统、正常高系统、力高系统,还是重力位数系统,高程基准面是唯一不变的,都是过高程基准零点的大地水准面。

2.2 非地面点的高程异常及其正常高起算面

由式(3)或式(6)可知,正常高定义适合非地面点,而由重力方法确定的似大地水准面是相对计算者选定、用于表示地面的特定数字高程模型而言。设在似大地水准面模型计算时用 $2' \times 2'$ 数字高程模型代表地面,若某地面点 A 的正常高为 h ,由 $2' \times 2'$ 数字高程模型内插得到该点在数字高程模型面上的正常高为 h_0 ,由对应的 $2' \times 2'$ 似大地水准面模型内插得到该点在数字高程模型面上的高程异常为 ζ_0 ,则 A 点的实际高程异常 ζ 为^[1]

$$\zeta = \zeta_0 + \Delta\zeta = \zeta_0 + \int_{h_0}^h \frac{\partial\zeta}{\partial h} dh = \zeta_0 + \int_{h_0}^h \frac{1}{\gamma} \frac{\partial T}{\partial h} dh = \zeta_0 - \int_{h_0}^h \frac{\delta g}{\gamma} dh \approx \zeta_0 - \frac{\delta g}{\gamma} \Delta h \quad (9)$$

式中, T 、 δg 、 γ 分别为地面点到对应数字高程模型面间流动点的扰动位、扰动重力和正常重力。

中国大陆 $2' \times 2'$ 数字高程模型的高程最大值一般只有 6 km,而珠峰地区的实际地面高程超过 8 km。若令 $\delta g = -100 \text{ mGal}$, $\gamma \approx 10 \text{ m/s}^2$, $\Delta h = 2000 \text{ m}$,则 $\Delta\zeta = 100 \times 10^{-5} / 10 \times 2000 \text{ m} = 20 \text{ cm}$ 。即在珠峰地区,若将 $2' \times 2'$ 重力似大地水准面直接作为正常高的基准面,则由 GNSS 代替水准测定的正常高要比实际正常高大 20 cm。

当 A 点不在地面上,如在地面下方或低空高度上, $\Delta\zeta$ 的绝对值还会进一步增大。因此,将似大地水准面作为正常高的起算面是不严密的。

综上所述,在严格意义上所有类型高程系统的基准面都是重力等位面。中国国家 1985 高程基准采用正常高系统,高程基准面是过青岛零点的大地水准面。

3 不同类型高程系统地面点高程之间的差别测试分析

3.1 地面点正常高 h^* 与 Molodensky 正常高 h^γ 的差别

任意地面点的正常高 h^* 与 Molodensky 正常高 h^γ 的差异可表示为

$$h^* - h^\gamma = \frac{c}{\bar{\gamma}^*} - \frac{c}{\bar{\gamma}^G} = \frac{\bar{\gamma}^G - \bar{\gamma}^*}{\bar{\gamma}^G} \frac{c}{\bar{\gamma}^*} = \frac{\bar{\gamma}^G - \bar{\gamma}^*}{\bar{\gamma}^G} h^* \approx$$

$$\frac{\partial\gamma}{\partial h} \frac{\zeta}{\bar{\gamma}^*} h^* \approx 0.3086 \times 10^{-6} \zeta h^* \quad (10)$$

式中, $\partial\gamma/\partial h = 0.3086 \times 10^{-5} \text{ s}^{-2}$ 为正常重力梯度。

在一定海拔高度的大陆地区, $\zeta < 0$,因此似地形面在地面上方,由式(10)可得: $h^\gamma > h^*$ 。

令 $\zeta = -50 \text{ m}$, $h^* = 6000 \text{ m}$,则 $h^* - h^\gamma = -0.3086 \times 10^{-6} \times 50 \times 6000 \text{ m} \approx -0.09 \text{ m}$ 。Molodensky 正常高 h^γ 与正常高 h^* 的差异在中国大陆东部地区约为 0~3 cm,中部 2~5 cm,西部 4~10 cm。

利用 Eigen6C4 地球重力场模型分别按 Molodensky 正常高定义 $h^\gamma = (W_0 - W)/\bar{\gamma}^G$ 和正常高定义 $h^* = (W_0 - W)/\bar{\gamma}^*$ 计算 $2' \times 2'$ 数字高程模型面上的正常高值,得到 $h^\gamma - h^*$ 结果见图 2。

在中国《国家一、二等水准测量规范》中,用于计算两水准点 $i, i+1$ 间水准高差正常水准面不平行改正 ϵ 的平均正常重力公式为^[8]

$$\gamma_m = \frac{\gamma_i + \gamma_{i+1}}{2} - 0.1543 h_m = \frac{(\gamma_i - 0.3086 h_i/2) + (\gamma_{i+1} - 0.3086 h_{i+1}/2)}{2} = \frac{\gamma_i^m + \gamma_{i+1}^m}{2} \quad (11)$$

式中, γ_i, γ_{i+1} 分别为水准点 $i, i+1$ 在地球椭球面上的正常重力(单位为 mGal); h_i 为水准点 i 的概略高程; $h_m = (h_i + h_{i+1})/2$; γ_i^m 为水准点 i (处)的平均正常重力。

式(11)中, $\gamma_i^m = \gamma_i - 0.3086 h_i/2$,是水准点 i 处似地形面到地球椭球面间正常重力平均值的线性近似,可见在中国国家水准网成果中,水准点的正常高属于 Molodensky 正常高系统。

3.2 解析正高 h' 与 $H-N$ 的差别测试分析

在中国大陆东部、中部北方和南方、西部北方和南方各取 1 点,分别从大地水准面起算,以大地高每增加 100 m 为考察点,用 Eigen6C4 重力场模型计算考察点的重力位 W 、大地水准面的重力位 W_0 、以及考察点到大地水准面间流动点的重力 g ,按定义计算解析正高 $h' = (W_0 - W)/g'$ 。以 $h = H - N$ 为 x 轴,以 h 与解析正高 h' 之差 $h - h'$ 为 y 轴绘图,见图 3。

由图 3 可知,在整个中国大陆地区,GNSS 直接代替水准测定的正高 $h = H - N$ 与解析正高 h' 相差不到 2 mm。忽略由地球重力场模型计算

其对应大地水准面上重力位 W_0 的计算误差, 则有: $h' = H - N$ 。可见, 等解析正高面与大地水准面平行, GNSS 代替水准能直接测定地面点的解析正高。

采用同样方法, 可以测试验证: $h^\gamma = H - \zeta$ 。

3.3 Molodensky 正常高 h^γ 与 $H - N$ 的差别

测试分析

顾及地面点解析正高 $h' = H - N$, 则 $h = H - N$ 与 Molodensky 正常高 h^γ 的差异可表示为

$$h - h^\gamma = h' - h^\gamma = \frac{c}{g'} - \frac{c}{\bar{\gamma}^G} = -\frac{\bar{g} - \bar{\gamma}^G}{\bar{\gamma}^G} \frac{c}{g'} = -\frac{\Delta\bar{g}}{\bar{\gamma}^G} h \quad (12)$$

式中, $\Delta\bar{g}$ 为地面点到大地水准面间的平均空间重力异常。

令 $\Delta\bar{g} = -100 \text{ mGal}$, $h = 6000 \text{ m}$, 则 $h - h^\gamma = 100 \times 10^{-6} \times 6000 \text{ m} = 0.6 \text{ m}$ 。

在中国大陆东部、中部北方和南方、西部北方和南方各取 1 点, 由 Eigen6C4 地球重力场模型按定义计算 Molodensky 正常高 $h^\gamma = (W_0 - W) / \bar{\gamma}^G$ 和有关模型参数。令 $h = H - N$, 以 h 为 x 轴, 以 h 与 Molodensky 正常高 h^γ 之差 $h - h^\gamma$ 为 y 轴绘图, 见图 4。

由图 4 可知, $h - h^\gamma$ 随高度增大而增大, 在大地水准面附近接近零, 在中国西部北方超过 0.5 m ; 在中国东部地区, $h - h^\gamma$ 一般小于 0.15 m 。

实际上, 由式(7)可得

$$h - h^\gamma = \zeta - N \quad (13)$$

4 不同类型高程的水准面不平行性

4.1 GNSS 代替水准中水准面不平行改正的通用形式

设 GNSS 定位测得地面点大地高为 H , 地面点到大地水准面的大地高差为 $h = H - N$, 由地球重力场知识可知, 该点的重力位 $W = T + U = \zeta\gamma + U$, 其中, T, ζ, U 分别为地面点的扰动位、高程异常和正常重力位, 顾及通用高程定义 $h^G = c/G$, 得

$$h^G - h = c/G - H + N = (W_0 - W) / G - H + N = (W_0 - \zeta\gamma - U) / G - H + N \quad (14)$$

$$\text{令 } \in = (W_0 - \zeta\gamma - U) / G - H + N \quad (15)$$

类比水准测量中正常高的水准面不平行改正, 这里仍将 \in 作为 GNSS 代替水准中通用高程的水准面不平行改正。

当 $G = \bar{g}'$ 时, $h^G = c/G = c/\bar{g}' = h'$ 为解析正

高, 此时 $\in = c/\bar{g}' - H + N = h' - H + N = 0$ 。因此在 GNSS 代替水准中, 解析正高 h' 的水准面不平行改正恒等于零。

当 $G = \bar{g}^H, \bar{\gamma}^*$ 或 $\bar{\gamma}^G$ 时, $\in \neq 0$ 。因此在 GNSS 代替水准中, Helmert 正高 h^H 、正常高 h^* 、Molodensky 正常高 h^γ 和力高 h^d (力高中 G 为常量, 力高系统可看成是与重力位数系统等价的一种特殊类型正常高系统), 都需要增加水准面不平行改正 \in 。

由于大地水准面重力位 W_0 已知, 地面点高程异常 ζ 可由大地水准面模型按 Poisson 积分计算, 正常重力位 U 、正常重力 γ 和平均正常重力 $\bar{\gamma}^*$ (或 $\bar{\gamma}^G$) 可严密计算, 因此在 GNSS 代替水准中, 正常高 (h^* 或 h^G) 水准面不平行改正 \in 能由 GNSS 定位和大地水准面模型按式(15)计算。

由于不能测量地球内部重力, Helmert 正高 h^H 的水准面不平行改正也难以准确计算。

若用 GNSS 代替水准传递高差, 也需对高差增加水准面不平行改正 $\Delta\in$ 。即

$$\Delta h^G = \Delta H - \Delta N + \Delta\in \quad (16)$$

4.2 地面点正高与正常高力学性质的差异

由图 2 可知, 等解析正高面相互之间平行, 且都与大地水准面平行; 但由图 3 可以看出, 等正常高面相互之间不平行, 等正常高面与大地水准面也不平行。利用等高程面上的重力位差大小和空间分布情况可以评价高程系统的力学性质。图 5 是用 Eigen6C4 重力场模型计算的 3000 m 等正高面的重力位 (图 5(a)) 和 3000 m 等正常高面的重力位 (图 5(b))。

由图 5 可知, 等正高面的重力位 (已扣除了平均值) 随空间变化复杂, 等正常高面沿卯酉圈方向具有等位性质。考察卯酉圈上正常高等于 3000 m 的两点 A, B , 其重力位差 $\Delta W_{AB} \approx 0.308 6 \times 10^{-5} \Delta N_{AB} h^* \approx 9.2 \times 10^{-3} \Delta N_{AB} \text{ m}^2/\text{s}^2$ (ΔN_{AB} 为两点处大地水准面高之差), 是小量。图 5(b) 中各卯酉圈方向的重力位标准差均小于 $0.03 \text{ m}^2/\text{s}^2$ 。可见, 正常高系统更有利于描述地势和地形起伏。

5 GNSS 代替水准测定正常高的新算法

5.1 GNSS 代替水准测定近地点正常高的统一算法

当忽略大陆水负荷、非潮汐海平面和非潮汐大气负荷等变化引起的大地水准面形变 (GRACE 监测结果显示, 非潮汐大地水准面形变

达到厘米量级)时,大地水准面高不随时间变化,是稳态的。本文只讨论稳态大地水准面情况下 GNSS 代替水准测定正常高算法。

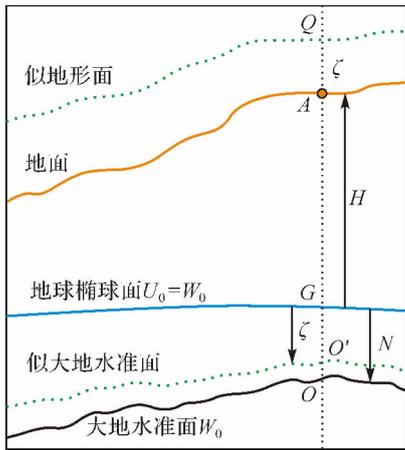


图 1 Molodensky 正常高的几何意义

Fig.1 Geometric interpretation for Molodensky normal height

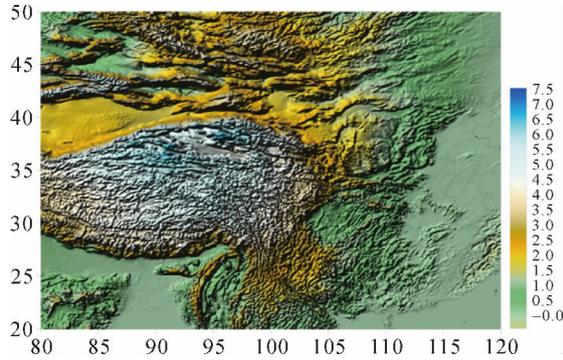


图 2 地面点 Molodensky 正常高 h^gamma 与正常高 h^* 之差

Fig.2 Differences between Molodensky normal height h^gamma and normal height h^* at ground points

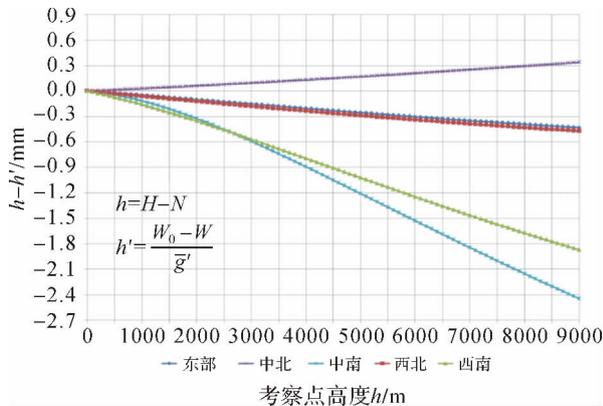


图 3 GNSS 直接代替水准测定的正高 h 与解析正高 h' 的差别

Fig.3 Differences between orthometric height h determined by GNSS replacing leveling and actual orthometric height h'

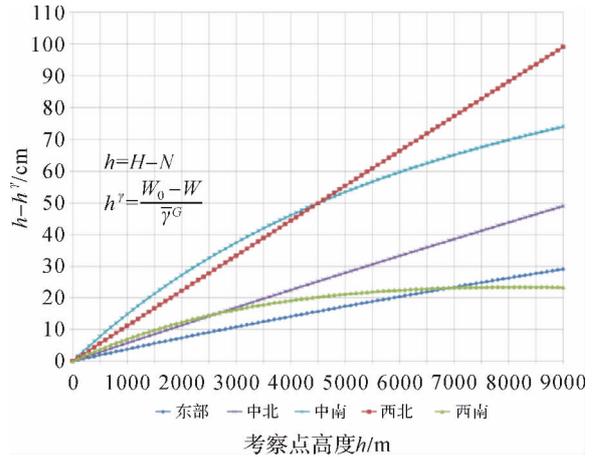
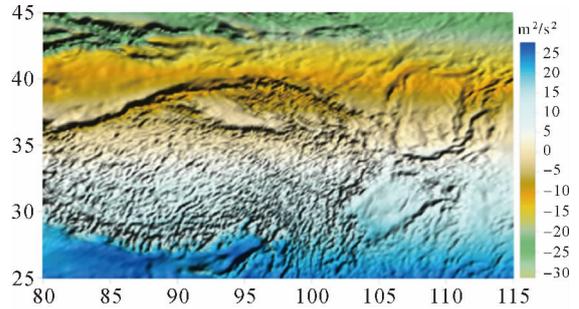
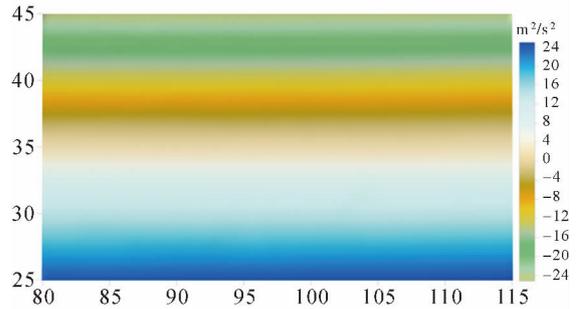


图 4 Molodensky 正常高 h^gamma 与 (H-N) 的差别

Fig. 4 Differences between Molodensky normal height h^gamma and (H-N)



(a) 3000 m 等正常高面重力位



(b) 3000 m 等正常高面重力位

图 5 重力位对比图

Fig.5 Gravitational potential contrast

设 GNSS 测定近地点 A (可以是地面点,也可以是非地面点)的大地高为 H,忽略厘米量级的地心运动影响,则 GNSS 代替水准测定正常高 h^* (或 h^gamma)的公式可统一写为如下形式

$$h^alpha = H - N + \epsilon - N^0 - \frac{1}{\gamma^alpha} \Delta W^r \quad (17)$$

式中, h^alpha = h^* 或 h^gamma; \gamma^alpha = \gamma^* 或 \gamma^G; N^0 为大地水准面零阶项; \Delta W^r 为区域高程基准位差。

实际作业中,可不额外计算水准面不平行改

正 \in , 直接由正常高定义导出 GNSS 代替水准测定 A 点正常高 h^a 的统一算法公式为

$$h^a = \frac{c}{\bar{\gamma}^a} - N^0 - \frac{1}{\bar{\gamma}^a} \Delta W^r = \frac{W_0 - \zeta \gamma - U}{\bar{\gamma}^a} - N^0 - \frac{1}{\bar{\gamma}^a} \Delta W^r \quad (18)$$

式中, W_0 为大地水准面重力位; γ 、 U 分别为 A 点正常重力与正常重力位; ζ 为 A 点高程异常, 能由大地水准面模型按 Possion 公式精确计算。GNSS 大地高 H 以 ζ 、 γ 、 U 自变量的形式代入。

不难发现, 式(18)也适合于 GNSS 代替水准测定力高 h^d 的高精度计算。

5.2 高精度 GNSS 代替水准测定正常高的误差分析

对 GNSS 代替水准测定正常高的通用算法式(18)进行变分, 省略 $\bar{\gamma}$ 上标, 顾及高程基准位差 ΔW^r 为小量, 以及 W_0 、 N^0 和 ΔW^r 为常数, 其变分都等于零, 得

$$\delta h^a = -\frac{\zeta}{\gamma} \delta \gamma - \frac{1}{\gamma} \delta U - \frac{h^a}{\gamma} \delta \bar{\gamma} - \frac{\gamma}{\gamma} \delta \zeta \quad (19)$$

式中, $\delta \gamma$ 、 δU 分别为 A 点正常重力变分和正常重力位变分; $\delta \bar{\gamma}$ 为平均正常重力变分; $\delta \zeta$ 为 A 点高程异常变分。

对于误差分析目的, 不失一般性, 可采用如下线性近似

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= \gamma_0 - \frac{\partial \gamma}{\partial H} H \\ U &= W_0 - \frac{\partial U}{\partial H} H = W_0 - \gamma H \\ \bar{\gamma} &= \gamma_0 - \frac{\partial \gamma}{2 \partial H} H \\ \zeta &= N + \frac{\partial \zeta}{\partial H} (H - N) = N - \frac{\delta g}{\gamma} (H - N) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

对式(20)进一步进行变分, 顾及 $\frac{\delta g}{\gamma} \ll$

$$\frac{200 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}^2}{9.81 \text{ m}^2/\text{s}^2} \approx 2 \times 10^{-4} \approx 0, \text{ 得}$$

$$\left. \begin{aligned} \delta \gamma &= -\frac{\partial \gamma}{\partial H} \delta H \\ \delta U &= -\gamma \delta H \\ \delta \bar{\gamma} &= -\frac{\partial \gamma}{2 \partial H} \delta H \\ \delta \zeta &= \delta N \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

将式(21)代入式(19), 并顾及 $\frac{\partial \gamma}{\partial H} h^a = \frac{\partial \gamma}{\partial h^a} h^a =$

γ , 得

$$\delta h^a = \left(1 + \frac{\gamma}{2\bar{\gamma}}\right) \delta H + \frac{\zeta}{2\bar{\gamma}} \frac{\partial \gamma}{\partial H} \delta H - \frac{\gamma}{\bar{\gamma}} \delta N \quad (22)$$

$$\text{令 } \frac{\partial \gamma}{\partial H} \approx 0.3086 \times 10^{-5} \text{ s}^{-2}, \zeta = -70 \text{ m}, \bar{\gamma} \approx$$

$$9.8 \text{ m}^2/\text{s}^2, \text{ 则 } \frac{\zeta}{2\bar{\gamma}} \frac{\partial \gamma}{\partial H} \approx -1.1 \times 10^{-5} \approx 0, \text{ 因此}$$

式(22)右边第 2 项可以忽略, 即

$$\delta h^a = \left(1 + \frac{\gamma}{2\bar{\gamma}}\right) \delta H - \frac{\gamma}{\bar{\gamma}} \delta N \approx 1.5 \delta H - \delta N \quad (23)$$

式(23)中, GNSS 代替水准测定正常高 (h^* 或 h^r) 的误差 δh^a 由两项构成: 大地高误差 δH 和大地水准面误差 δN , 误差影响因子分别为 $\tau_H \approx 1.5 (< 1.5)$ 和 $\tau_N \approx 1 (< 1)$ 。这表明, 1 倍大地高误差会导致近 1.5 倍的正常高误差, 1 倍大地水准面误差会导致近 1 倍的正常高误差。

在 GNSS 代替水准测定力高 h^d 时, 由于不存在 $\bar{\gamma}$ 误差, 因此有

$$\delta h^d = \delta H - \delta N \quad (24)$$

6 小 结

本文从高程系统定义出发, 探讨高程基准面的重力等位性质, 测试分析不同类型高程系统地面点高程之间的差异, 考察 GNSS 代替水准与实际水准测量成果的一致性, 进而提出新的 GNSS 代替水准算法。主要结论包括:

(1) 当精度要求达到厘米级水平时, 正常高的基准面也应是大地水准面。中国国家 1985 高程基准采用正常高系统, 其高程基准面是过青岛零点的大地水准面。

(2) 近地空间中解析正高面与大地水准面平行, GNSS 代替水准能直接测定地面点的解析正高, 但正常高系统更有利于描述地势和地形起伏。

(3) 本文给出的 GNSS 代替水准测定近地点正常高算法, 大地高误差对正常高结果的影响比大地水准面误差大, 前者影响约为后者的 1.5 倍。

致谢: 本文是在许厚泽院士、宁津生院士、晁定波教授、魏子卿院士、杨元喜院士、李建成院士、吴晓平教授、黄谟涛高工、李斐教授、翟国君高工、张传定教授、申文斌教授、罗志才教授与几位审稿专家的许多建设性意见基础上逐步完善的, 在此特别致谢。

参考文献:

- [1] 党亚民,章传银,陈俊勇,等.现代大地测量基准[M].北京:测绘出版社,2015.
DANG Yamin,ZHANG Chuanyin,CHEN Junyong, et al. Modern Geodetic Datum [M]. Beijing: Surveying and Mapping Press,2015.
- [2] 孔祥元,郭际明,刘宗泉.大地测量学基础[M].2版.武汉:武汉大学出版社,2010.
KONG Xiangyuan, GUO Jiming, LIU Zongquan. Foundation of Geodesy [M]. 2nd ed. Wuhan: Wuhan University Press,2010.
- [3] HOFMANN-WELLENHOF B, MORITZ H. Physical Geodesy[M].New York:Springer,2006.
- [4] ARDALAN A A, SAFARI A. Global Height Datum Unification;a New Approach in Gravity Potential Space [J].Journal of Geodesy,2005,79(9):512-523.
- [5] BALASUBRAMANIA N. Definition and Realization of a Global Vertical Datum[R].Ohio: Department of Geodetic Science and Surveying, the Ohio State University, 1994:112.
- [6] BLEWITT G. Self-consistency in Reference Frames, Geocenter Definition, and Surface Loading of the Solid Earth[J]. Journal of Geophysical Research, 2003, 108 (B2):2103.
- [7] FILMER M S, FEATHERSTONE W E, KUHN M. The Effect of EGM2008-based Normal, Normal-orthometric and Helmert Orthometric Height Systems on the Australian Levelling Network[J].Journal of Geodesy, 2010, 84(8): 501-513.
- [8] 国家测绘局.GB/T 12897—2006 国家一、二等水准测量规范[S].北京:中国标准出版社,2006.
National Bureau of Surveying and Mapping.GB/T 12897—2006 Specifications for the First and Second Order Leveling[S].Beijing:China Standard Press,2006.
- [9] IHDE J,SÁNCHEZ L.A Unified Global Height Reference System As a Basis for IGGOS[J].Journal of Geodynamics, 2005,40(4-5):400-413.
- [10] 李建成.最新中国陆地数字高程基准模型:重力似大地水准面 CNGG2011[J].测绘学报,2012,41(5):651-660.
LI Jiancheng. The Recent Chinese Terrestrial Digital Height Datum Model: Gravimetric Quasi-geoid CNGG2011 [J].Acta Geodaetica et Cartographica Sinica,2012,41(5): 651-660.
- [11] LAVALLÉE D A, VAN DAM T, BLEWITT G, et al. Geocenter Motions from GPS: A Unified Observation Model[J]. Journal of Geophysical Research, 2006, 111 (B5):B05405.
- [12] MORITZ H. Geodetic Reference System 1980[J].Journal of Geodesy,2000,74(1):128-133.

(责任编辑:陈品馨)

收稿日期:2017-02-10

修回日期:2017-07-21

第一作者简介:章传银(1968—),男,博士,研究员,研究方向为大地测量学。

First author: ZHANG Chuanyin (1968—), male, PhD, researcher, majors in geodesy.

E-mail: zhangchy@casm.ac.cn

通信作者:蒋涛

Corresponding author: JIANG Tao

E-mail: jiangtao@casm.ac.cn