

## 陆海统一的经典布格影响与均衡影响算法

### 7.8.1 陆地布格重力异常经典归算方法

Stokes 理论中布格重力异常在大地水准面上定义，等于大地水准面上的空间异常，减去大地水准面外所有地形质量对地面点重力产生的影响。大地水准面上的重力布格异常经典算法为：

$$\Delta g_B = \Delta g - g^R - 2\pi G\rho h \quad (8.1)$$

式中： $\Delta g$ 为大地水准面上空间异常， $-g^R$ 为经典的平面地形改正（ $g^R$ 等于 PAggrav4.5 中局部地形影响的平面近似）， $-2\pi G\rho h$ 称为层间改正（ $2\pi G\rho h$ 等于 PAggrav4.5 中球壳布格影响的平面近似）。

在陆地山区，层间改正 $-2\pi G\rho h$ 远小于零，因而布格重力异常也一般小于零。

由于实际重力测点一般不在大地水准面上，因而需要将实测重力从测点高度延拓到大地水准面上。得到该点在大地水准面上的空间异常 $\Delta g$ 后，才可以按算法公式（8.1），计算经典布格重力异常。

在经典的重力归算方法中，一般通过空间改正 $-0.3086h + O(h^2)$  (mGal)，将地面测点重力延拓到大地水准面上，这项改正仅考虑正常重力梯度不为零。实际情况是，即使在海拔数百米的丘陵地区，扰动重力梯度的影响量级就有可能达到或超过 mGal 级，考虑到目前有条件便捷精确地测量测点的高度信息，且能够严密计算测点高度处的正常重力，PAggrav4.5 因此直接放弃了空间改正概念。

PAggrav4.5 先由地面或近地空间测点的重力和高度观测量，直接精确计算测点的空间异常（正常重力采用严密解析公式，参见 2.3.1 节），然后，采用严密解析延拓方法，求得空间异常由地面或近地空间测点高度延拓到大地水准面上的解析延拓量。在不大于 1000m 高度，可采用超高阶重力场模型，直接计算测点高度处与大地水准面处的模型空间异常之差，将其作为解析延拓量（等价于移去测点高度上模型空间异常，恢复大地水准面上模型空间异常）。

对于困难山区，还可通过计算残差空间异常径向梯度延拓量（参见 2.5 节），进一步提高解析延拓的精度水平。

这样，对于地面或近地空间，由测点重力与测点高度观测量，计算布格重力异常（大地水准面上）的一般算法公式为：

$$\Delta g_B = \Delta g^s - g^R - 2\pi G\rho h - \Delta g^c \quad (8.2)$$

式中： $\Delta g^s$ 为测点空间异常（计算方法见 2.3 节）； $\Delta g^c$ 为空间异常的解析延拓量。

由于地形影响的对象是重力本身，与正常重力无关。因此由测点重力与高度观测量，计算布格扰动重力（大地水准面上）的算法公式为：

$$\delta g_B = \delta g^s - g^R - 2\pi G\rho h - \delta g^c \quad (8.3)$$

式中： $\delta g^s$ 为测点扰动重力（计算方法见 2.3 节）； $\delta g^c$ 为扰动重力的解析延拓量，与 $\Delta g^c$ 几乎相等。

式 (8.2) (8.3)，就是 PAggrav4.5 由地面或航空重力计算经典布格重力异常和布格扰动重力的通用公式。

需要强调的是，无论测点是在地面还是近地空间（如航空高度），经典布格重力异常（布格扰动重力）中的空间异常（扰动重力）都是指大地水准面上的，地形影响都特指地形质量对地面重力的影响。即使由航空重力计算经典布格重力异常或布格扰动重力，式 (8.2) (8.3) 中的 $g^R$ 也只能采用地面重力的局部地形影响。

### 7.8.2 海洋及陆海统一布格重力异常计算

陆域地形导致大地水准面以外存在质量，需要去掉，产生陆地布格影响。而在海洋地区，海平面（大地水准面）下方的海水密度小于地形密度，海水质量层亏损需要补偿，产生海水布格影响。

重力（空间异常/扰动重力）的海水完全布格影响计算方法参考 7.5.4 节，其严密积分公式为：

$$g_b^w = \frac{G\beta}{r} \iint_s \left[ \frac{r_0}{L} - \frac{r_0+d}{\sqrt{(\tilde{h}-d)^2+l^2}} \right] ds \quad (8.4)$$

式中： $d < 0$ 为海底水深； $\beta$ 为海水补偿密度（地形密度 $\rho_0$ 与海水密度 $\rho_w$ 之差），可取 $\beta = \rho_0 - \rho_w = 1.64 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ ； $\tilde{h}$ 为计算点相对于海面的高度； $r_0$ 为计算点正下方海面的地心距； $ds$ 为海面积分面元； $L$ 为海面流动积分面元到计算点的空间距离； $l$ 为计算点在海面上投影点与面元  $ds$  之间的球面距离。

由于 (8.1) 中的局部地形影响 $g^R$ 和 (8.4) 中的海水完全布格影响 $g_b^w$ 都是一定范围区域的积分值，因此，近岸海域受陆域地形影响不为零，近海陆地受海水布格影响也不为零。可见，海岸带地区必需采用陆海统一的布格影响算法。

海平面的高度等于零，局部地形影响积分区域若包含海域，则海域部分对局部地形影响的贡献等于零；同样，陆地海洋水深等于零，海水布格影响积分区域若包含陆域，则陆域部分对海水布格影响的贡献也等于零。可见，局部地形影响与海水布格影响在积分域上是完全分离且无缝拼接的，因此，两项积分公式直接相加，就是陆海统一的布格重力异常和布格扰动重力计算公式：

$$\Delta g_B = \Delta g^s - g^R - 2\pi G\rho h - g_b^w - \Delta g^c \quad (8.5)$$

$$\delta g_B = \delta g^s - g^R - 2\pi G\rho h - g_b^w - \delta g^c \quad (8.6)$$

值的注意是，PAggrav4.5 通过积分公式相加，才会形成陆海统一的算法能力，而不是积分结果相加。

$$\text{令 } g^B = g^R + 2\pi G\rho h + g_b^w \quad (8.7)$$

PAGrav4.5 中, 称  $g^B$  为经典的重力布格影响量 (参见 3.5 节)。不难看出, 对于空间异常或扰动重力, 经典的布格影响量是统一的, 无需区分。

### 7.8.3 陆地 Airy-Heiskanen 地形均衡影响

布格重力异常在山区通常表现为较大的负值, 人们因此联想地壳上不规则高山起伏的“多余”物质, 可能被下面岩浆层存在的对应亏损物质所补偿。令海平面 (大地水准面) 至岩浆面的深度为补偿深度  $D$ , Airy-Heiskanen 模型认为, 地壳下层是岩浆层, 密度为  $\rho_1=3.27 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ , 岩浆层上面漂浮一座山体, 密度为地壳密度  $\rho_0=2.67 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ , 这座山体高出海平面部分就是可见的地形, 山越高沉入岩浆的部分 (称为山根) 越深, 山体与山根相对岩浆面近似对称。山体与山根之间形成一个密度差  $\Delta\rho_1 = \rho_1 - \rho_0 = 0.6 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ , 是岩浆层中局部密度亏损。

假设把地形起伏的多余物质填入其下面的亏损部分, 给予补偿, 补偿密度正好等于亏损密度  $\Delta\rho_1=0.6 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ , 补偿密度使重力值加大, 这种因补偿而导致的重力值变化, 就是地形均衡影响。令地形高度为  $h$ , 山根深度为  $b$ , 由漂浮的静力平衡条件可知

$$b\Delta\rho_1 = \rho_0 h \Rightarrow b = \frac{\rho_0}{\Delta\rho_1} h = 4.45h \quad (8.8)$$

令  $z$  轴为铅垂线方向, 则陆地地形均衡影响等于

$$g_l = -G\Delta\rho_1 \iint_{\sigma} \int_D^{D+b} \frac{z-z'}{L^3} dz d\sigma \quad (8.9)$$

### 7.8.4 海洋及陆海统一均衡重力异常计算

海洋有一层低密度海水  $\rho_w=1.03 \times 10^3 \text{kg/m}^3$  和一层密度等于  $\rho_0$  的洋壳, 两层物质自重将小于岩浆的浮力, 需要补充物质才能达到静力平衡, 这就导致岩浆物质向海洋地区上涌, 形成反山根。

对海水层密度亏损的补偿  $\beta = \rho_0 - \rho_w = 1.64 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ , 产生海水布格影响, 已用 (8.4) 式表达。海水补偿后, 海洋反山根静力平衡条件变为:

$$b'\Delta\rho_1 = \beta d \Rightarrow b' = \frac{\beta}{\Delta\rho_1} d = 2.73d \quad (8.10)$$

式中:  $d$  为海底水深。

陆地山根质量亏损, 需要质量补偿, 因此, 一般情况下陆地均衡影响与平面布格影响大致反号; 而海洋反山根是过剩质量, 需要移去质量, 因此, 海洋均衡影响与海水布格影响一般也反号。海洋地形均衡影响等于:

$$g_l^o = -G\Delta\rho_1 \iint_{\sigma} \int_{D-b'}^D \frac{z-z'}{L^3} dz d\sigma \quad (8.11)$$

由于陆域地形均衡影响 (8.9) 式和海洋地形均衡影响 (8.11) 都是对一定范围内的区域积分, 因此, 近岸海域的陆地均衡影响不为零, 近海陆地的海洋均衡影响也不为零。可见, 海岸带区域, 也必需采用陆海统一的均衡影响算法。

与陆海统一的布格影响算法分析思路一样, 海平面高度等于零, 陆域地形均衡影响

积分区域若包含海域，则海域部分对陆域地形均衡影响的贡献等于零（海域无陆地山根）；同样，陆地海洋水深等于零，海洋均衡影响（反山根均衡影响）积分区域若包含陆域，则陆域部分对海洋均衡影响的贡献也等于零（陆域无海洋反山根）。因此，陆地均衡影响与海洋均衡影响在积分域上也是完全分离且无缝拼接的，两项积分公式直接相加，就得到陆海统一的均衡重力异常和均衡扰动重力计算公式：

$$\Delta g_B = \Delta g^s - g^B - g_I - g_I^o - \Delta g^c \quad (8.12)$$

$$\delta g_B = \delta g^s - g^R - g_I - g_I^o - \delta g^c \quad (8.13)$$

在 PAGrav4.5 中，令  $g^I = g_I + g_I^o$  (8.14)

并称  $g^I$  为经典的重力均衡影响量（参见 3.5 节）。对于空间异常或扰动重力，经典的均衡影响量也是统一的，无需区分。

### 7.8.5 布格/均衡影响符号问题的物理解析

陆地层间影响是移去大地水准面以外的地形质量，海水布格影响是补偿海水密度至地形密度，因此，陆地层间影响与海水布格影响反号。

陆地均衡影响是将地形多余物质填入山根的亏损部分，陆地均衡影响与层间影响反号；海洋均衡影响是移去海洋反山根的过程质量，海洋均衡影响与海水布格影响反号。

在 PAGrav4.5 中，层间影响（等于负的层间改正）大于零，因此，海水布格影响、陆地均衡影响小于零，而海洋均衡影响大于零。用 + 表示大于零，- 表示小于零，则层间影响 (+)，海水布格影响 (-)，陆地均衡影响 (-)，海洋均衡影响 (+)。

用经典地形改正的概念描述，则层间改正 (-)，海水布格改正 (+)，陆地均衡改正 (+)，海洋均衡影响 (-)。

由地壳均衡补偿原理可知，陆地的层间影响大于陆地均衡影响，且相互抵偿一部分；海洋的海水布格影响大于海洋均衡影响，也相互抵偿一部分。因此，无论是陆地还是海洋，在大部分地区，均衡影响量一般会小于布格影响量。