

课堂教学 独立自学 工程计算 科学研究

高精度重力场逼近与大地水准面计算系统

PAGravf4.5 参考说明书

章传银

- 多种异质空天地海数据混叠
- 全空间全要素多种地形影响
- 全要素外部重力场全空间建模
- 外部场元循环闭合解析运算
- 精度指标测定与算法性能控制
- 多源异构重力勘探解析建模



中国测绘科学研究院
二〇二六年二月

摘要

高精度重力场逼近与大地水准面计算系统 (Precise Approximation of Earth Gravity Field and Geoid) PAggrav4.5, 是一种基于稳态重力场理论的大地测量科学计算程序包, 主要由地球重力场数据分析与预处理计算, 不同高度各类场元多种地形影响计算, 高精度重力场逼近与全要素建模, 区域高程基准优化、统一与应用计算, 以及大地测量数据文件编辑计算与可视化五大子系统构成。

PAggrav4.5 严格遵循物理大地测量学要求, 统一构造地球外部各类场元、多种性质地形影响解析算法体系, 提升地球物理重力勘探建模与重力场数据处理水平; 科学构建重力场空域边值理论积分与谱域径向基函数逼近算法体系, 实现多种异质、不同高度、交叉分布、陆海观测数据混叠的全要素外部重力场全空间解析建模; 研发基于物理大地测量的特色算法, 创建多源异构重力勘探解析建模方法, 优化与统一高程基准, 夯实与提升地球重力场的应用水平。

PAggrav4.5 完整覆盖物理大地测量学及地球重力场基本原理、主要方法与全部公式, 以改善高等教育环境; 有效解决各种外部地形影响、全要素解析建模、多源异构重力勘探建模、外部精度指标测定与计算性能控制系列难题, 以夯实拓展应用能力。

PAggrav4.5 适合大地测量与地球科学、地质与地球物理、测绘与地理信息、航天与卫星动力学、以及地震与地球动力学等领域本科生、研究生、科研和工程技术人员。用户可按需组织有关功能模块, 完成空天地海重力场数据处理与各种地形影响计算, 实现多源异质数据混叠的重力勘探、全要素重力场及 1cm 大地水准面解析建模, 优化、统一与完善区域高程基准, 开展重力场及高程基准应用计算及分析工作。

关键词: 地形影响; 重力场逼近; 大地水准面; 球面径向基函数; 高程基准; 大地测量计算。

- 多种异质空天地海数据交叉混叠
- 全空间全要素多种地形影响
- 全要素外部重力场全空间建模
- 外部场元循环闭合解析运算
- 精度指标测定与算法性能控制
- 多源异构重力勘探解析建模

<https://www.zcyphygeodesy.com>

技术支持: 章传银, 柯宝贵, 蒋涛

中国测绘科学研究院, 100036

北京市海淀区 莲花池西路 28 号

联系电话 (010) 63880705/0703

13240330136/13241136502/13910496532

zhangchy@casm.ac.cn/QQ916601604

目 录

第一章 PAGrav4.5 架构、特色与理念.....	1
1.1 PAGrav4.5 科学计算系统架构.....	1
1.2 PAGrav4.5 科学目标与技术特色.....	5
1.3 PAGrav4.5 重要概念与特色理念.....	5
1.4 PAGrav4.5 格式、约定与练习.....	15
1.5 PAGrav4.5 算法特色与使用说明.....	17
第二章 地球重力场数据分析与预处理计算.....	22
2.1 正常重力场、地球椭球常数及 Wg 分析计算.....	22
2.2 重力场位系数模型及其频谱特征分析计算.....	24
2.3 测点扰动场元计算与大地水准面误差分析.....	29
2.4 非等位面上扰动场元边值问题校正计算.....	31
2.5 离散扰动场元多阶径向梯度法解析延拓.....	33
2.6 扰动重力场元粗差探测与基函数格网化.....	35
第三章 不同高度各类场元多种地形影响计算.....	38
3.1 大地水准面外部各种场元局部地形影响计算.....	38
3.2 外部重力陆地/海洋/湖库完全布格影响积分.....	44
3.3 各种外部场元地形 Helmert 凝聚影响计算.....	48
3.4 近地空间场元陆海剩余地形影响积分计算.....	53
3.5 陆海统一的经典重力布格/均衡影响积分计算.....	58
3.6 超高阶陆海地形球谐分析与球谐系数模型构建.....	61
3.7 外部场元完全布格/剩余地形影响球谐综合计算.....	63
3.8 重力场元各种地形影响计算练习流程.....	67
第四章 高精度重力场逼近与全要素建模.....	78
4.1 Stokes/Hotine 积分外部高程异常计算.....	78
4.2 Vening-Meinesz 积分外部垂线偏差计算.....	83
4.3 多种扰动重力场元反算与逆运算积分.....	88
4.4 外部场元梯度与 Poisson 数值积分计算.....	96
4.5 球面径向基函数性能特征与参数分析.....	102
4.6 谱域 SRBF 重力场逼近及性能指标测评.....	106
4.7 多源异质数据 SRBF 重力场全要素建模.....	113
4.8 重力场及大地水准面建模练习流程.....	118
第五章 区域高程基准优化、统一与应用计算.....	136
5.1 高程异常高差改正及高程系统差别计算.....	136
5.2 过指定点重力等位面构造与精化计算.....	139
5.3 过指定点等高面重力位和大地高计算.....	141
5.4 残差 GNSS 水准大地水准面精度评定.....	144

5.5 GNSS 水准融合与高程基准优化计算	145
5.6 GNSS 代替水准测定正(常)高计算器	147
第六章 大地测量数据文件编辑计算与可视化	149
6.1 文本记录数据标准化提取	149
6.2 数据插值、提取与区域分离	150
6.3 大地测量数据文件简单直接运算	153
6.4 大地测量数值格网低滤波运算	155
6.5 点值简单格网化与区域数据构造	155
6.6 向量格网文件构造与转换	156
6.7 大地测量数据的统计信息提取	158
6.8 格网水平梯度与向量格网内积计算	158
6.9 大地测量数据可视化绘图工具	158
第七章 主要公式及算法	162
7.1 空间任意点正常重力场参数计算	162
7.2 地球重力位系数模型计算公式	165
7.3 椭球与球边界面的边值校正公式	167
7.4 经典地面重力归算方案及其局限性	168
7.5 陆海完全布格与剩余地形影响算法	170
7.6 局部地形补偿与地形 Helmert 凝聚	178
7.7 陆海地形球谐分析与地形影响综合	179
7.8 陆海统一经典布格与均衡影响算法	181
7.9 扰动地球重力场积分算法公式	185
7.10 球面径向基函数重力场逼近算法	191
7.11 高程系统及高程基准理论与概念	198
PAGrav4.5 科学计算程序功能索引	204
样例目录名与可执行程序名对照列表	209
参考文献	211

第一章 PAGravf4.5 架构、特色与理念

高精度重力场逼近与大地水准面计算系统 (Precise Approach of Earth Gravity field and Geoid) PAGravf4.5, 是一种基于稳态重力场理论的大地测量科学计算 Windows 程序包。PAGravf4.5 严格遵循物理大地测量理论与技术要求, 统一构造不同高度、各类场元、多种地形影响的解析算法体系, 提升地球物理重力勘探建模与重力场数据处理水平; 科学构建重力场空域边值理论积分与谱域径向基函数逼近算法体系, 有效解决各种外部地形影响、全要素解析建模、外部精度指标测定与计算性能控制系列难题, 全面实现多种异质、不同高度、交叉分布、陆海观测数据混叠的全要素重力场全空间解析建模; 研发基于物理大地测量的特色算法, 创建多源异构重力勘探解析建模方法, 优化与统一高程基准, 夯实与提升地球重力场应用水平。PAGravf4.5 完整覆盖物理大地测量学及地球重力场基本原理、主要方法与全部公式, 以普及改善高等教育。

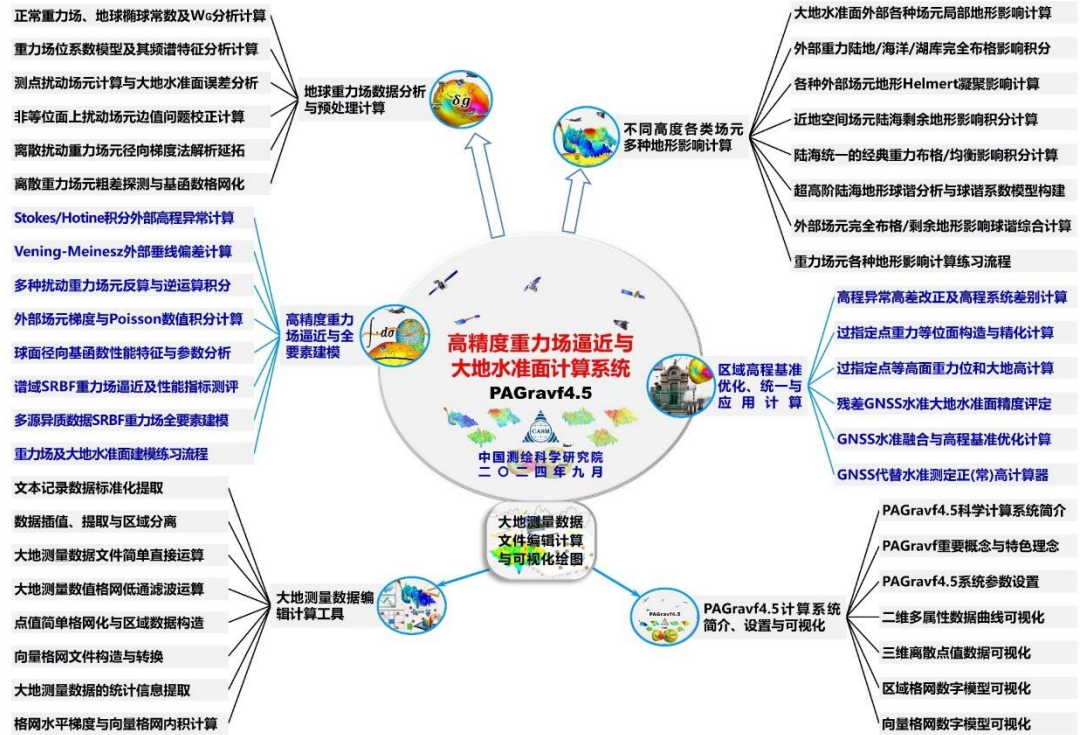


1.1 PAGravf4.5 科学计算系统架构

1.1.1 PAGravf4.5 总体结构

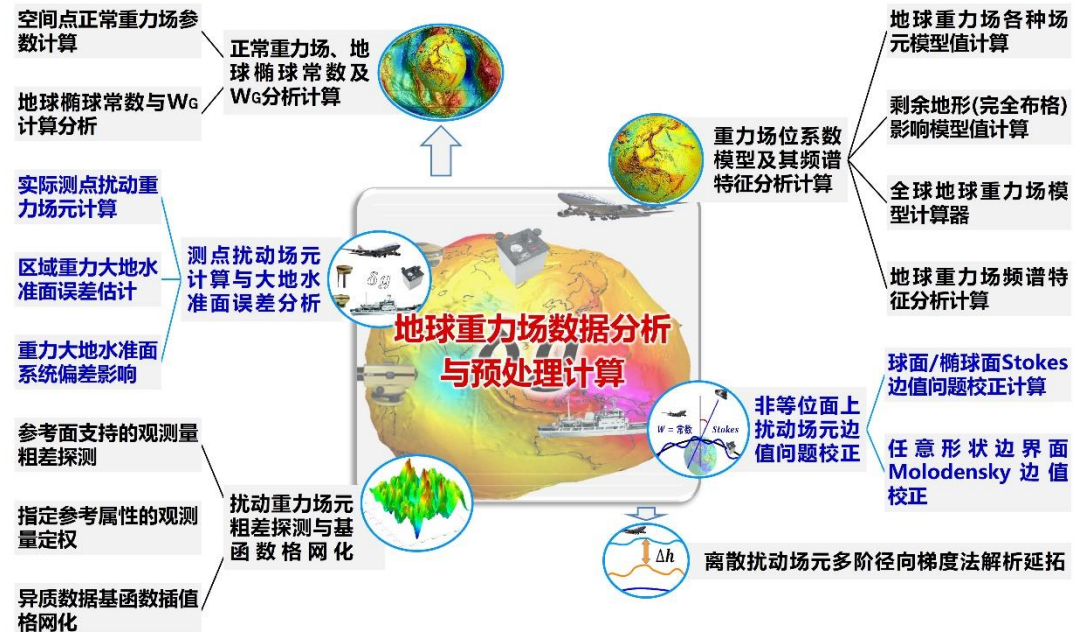
PAGravf4.5 主要由地球重力场数据分析与预处理计算, 不同高度各类场元多种地形影响计算, 高精度重力场逼近与全要素建模, 区域高程基准优化、统一与应用计算, 以

及数据文件编辑计算与可视化五大子系统构成。



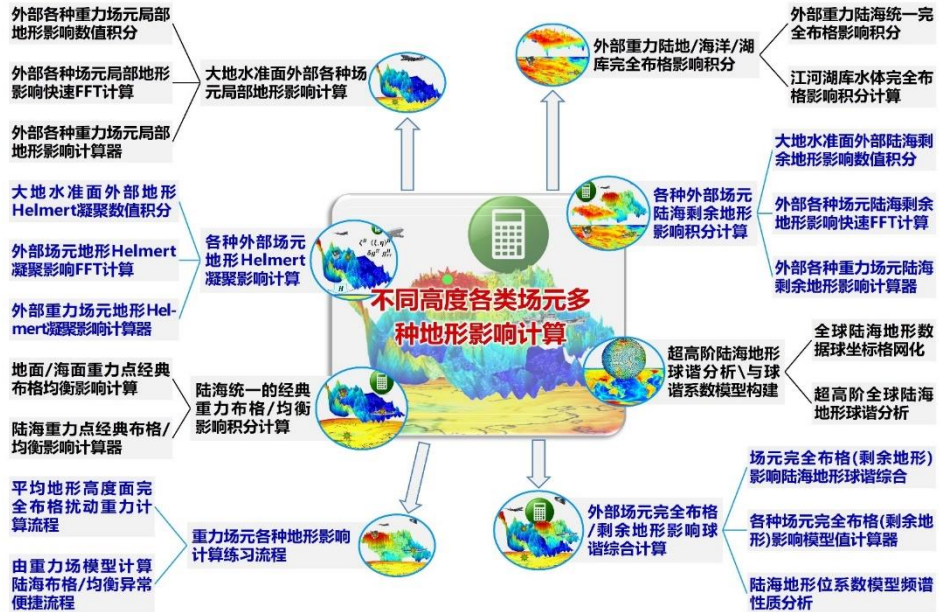
1.1.2 地球重力场数据分析与预处理计算

地球重力场数据分析与预处理计算子系统主要用于正常重力场计算、地球椭球常数及 W_G 分析，位系数模型重力场计算及频谱特征分析，非等位面上扰动场元边值问题校正计算，以及重力场数据解析延拓、粗差探测、误差分析与格网化运算。



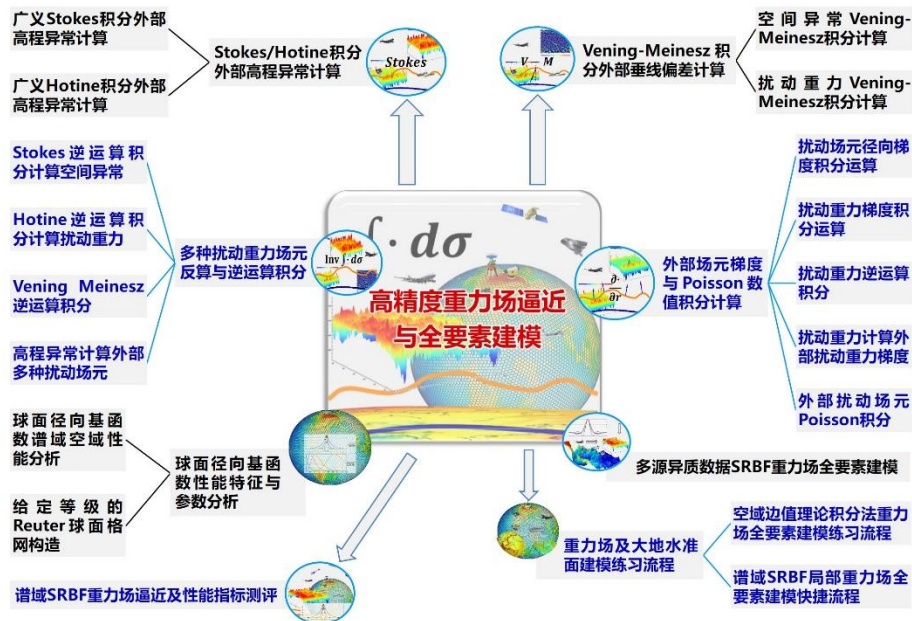
1.1.3 不同高度各类场元多种地形影响计算

通过构造外部空间解析调和的多种性质地形影响场，研发适合空天地海不同高度、各种类型场元、多种性质地形影响严密统一的解析算法体系，以应对复杂观测情况下地质地球物理重力勘探要求，提升物理大地测量数据处理与重力场逼近性能。



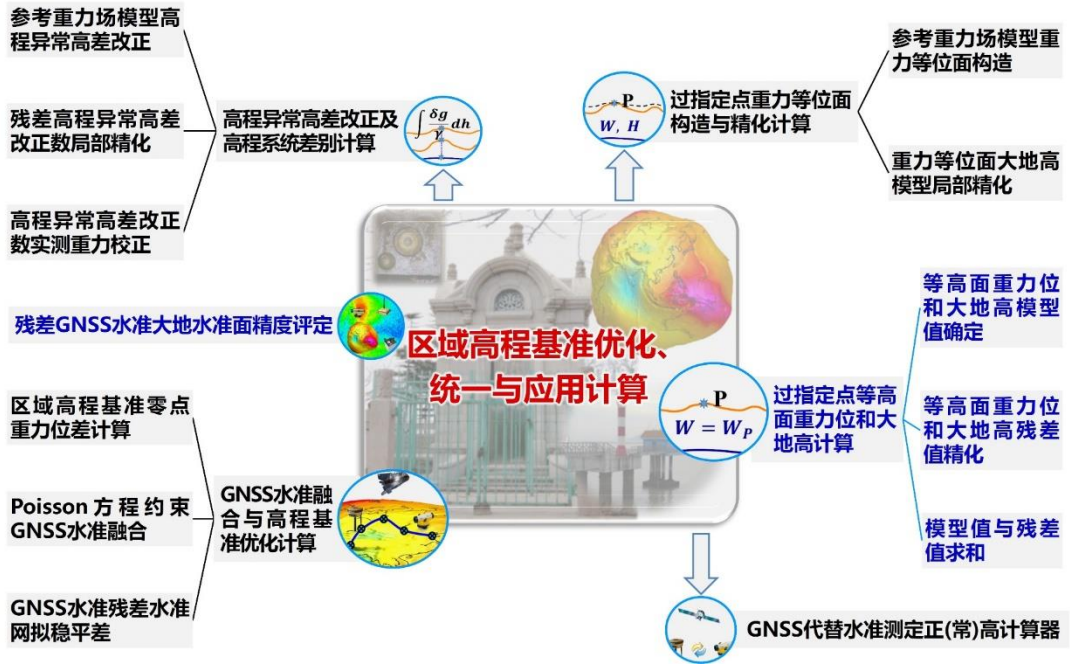
1.1.4 高精度重力场逼近与全要素建模

构建科学完备的重力场空域边值理论积分与谱域径向基函数逼近算法体系，具备观测测量粗差探测、外部精度指标测定与计算性能控制能力，适合观测数据多种异质、不同高度、交叉分布、陆海混叠的全要素外部重力场全空间解析建模。

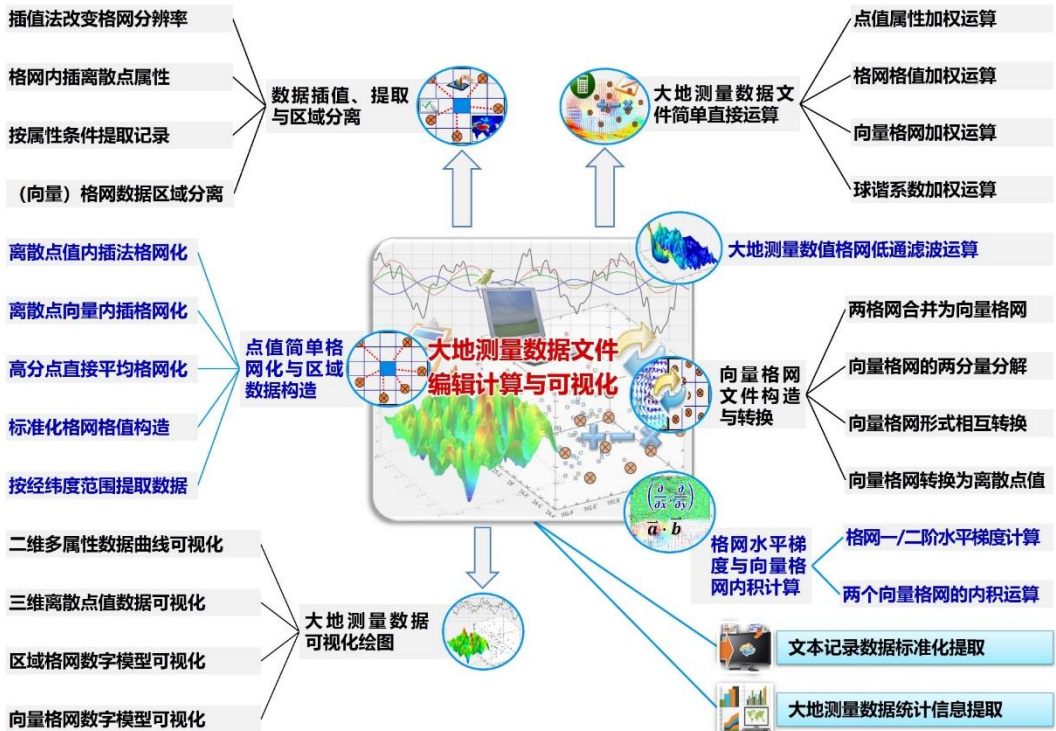


1.1.5 区域高程基准优化、统一与应用计算

依据物理大地测量学原理，研发了一组基于重力场数据和方法的特色算法，以优化与统一区域高程基准，夯实与提升地球重力场的应用水平。



1.1.6 大地测量数据文件编辑计算与可视化



1.2 PAGravf4.5 科学目标与技术特色

1.2.1 PAGravf4.5 科学目标

严格遵循地球重力场逼近理论要求，解决地球外部空间各种类型重力场元的多种性质地形影响问题，实现外部扰动场元解析关系的循环闭合运算、全要素重力场全空间解析建模与 1cm 稳态大地水准面精化，拓展物理大地测量计算水平与应用能力。

(1) 解决地球外部各类场元、多种地形影响的解析相容性与严密统一计算问题，以应对复杂观测情况下地球物理重力勘探要求，提升重力场数据处理与逼近水平。

(2) 构建重力场空域边值积分与谱域径向基函数逼近算法体系，解决观测量粗差探测、外部精度指标测定与计算性能控制问题，实现全要素重力场全空间解析建模。

(3) 研发基于物理大地测量的特色算法，创建多源异构重力勘探解析建模方法，优化与统一高程基准，夯实与提升地球重力场的应用水平。

1.2.2 PAGravf4.5 技术特色

(1) 构造大地水准面外部解析调和的多种地形影响场，研发适合空天地海不同高度、各类场元、多种性质地形影响的解析算法体系，以满足复杂情形下地球物理重力勘探要求，全面提升重力场数据处理水平。

(2) 研发科学完备的重力场空域正反积分运算与谱域 SRBF 逼近算法体系，全面实现多种异质、不同高度、交叉分布、陆海观测数据混叠的区域全要素重力场全空间解析建模，实现各种场元的循环闭合解析运算。

(3) 依据物理大地测量学要求，提出地形影响优选定量准则，梳理重力场与高程基准解析关系；研发特色算法，创建多源异构重力勘探解析建模方法，优化与统一高程基准，夯实与提升地球重力场的应用水平。

(4) 具备复杂情形下观测重力场量粗差探测、外部精度指标测定、全要素解析建模与计算性能控制功能，系统解决这些长期制约高精度重力场逼近、多源异构重力勘探建模以及物理大地测量应用的技术瓶颈问题。

1.3 PAGravf4.5 重要概念与特色理念

1.3.1 大地测量学的计量学性质与约束性要求

现代大地测量学是一门精准度量地球和监测全球变化的计量科学，其研究对象及测量要素的客观唯一性、精密可测性与时空统一性，是所有大地测量学科的约束性要求。大地测量学的本质在于，通过极大化测量对象的直接大地测量性能和精度水平，形成解决测量对象所在领域有关科学问题的能力与水平。

为突出大地测量学的本质和计量学属性，我们引入两个大地测量学概念。一是所有一般性大地测量要素，应严格满足客观唯一性和精密可测性要求，如各种大地测量观测量、参数和目标解；二是大地测量基准常量，是不随时间变化的大地测量要素，应严格

满足唯一不变性、精密可测性与无历元无误差概念要求，称为大地测量学基准性要求。这两个概念所对应的技术要求，是整个大地测量学科的约束性要求。

大地测量基准常量有且仅有 9 个，包括地固参考系的原点（平地球质心，3 个常量）、参考极（平形状极， z 轴指向，2 个常量）和经度零点（参考子午面， x 轴指向，GCRS 无旋转零点，1 个常量），全球大地位 W_0 、地心引力常数 GM 和平均地球自转角速度 ω 。9 个基准常量相互之间统计独立且无解析函数关系，能支撑起整个大地测量学。

基准常量一经定义实现后，具有约定性质。由这 9 个大地测量基准常量，按大地测量学原理可导出其他大地测量常量，这些导出常量也具有约定性质。具有约定性质的大地测量常量，唯一不变（如 20 年不变），无误差无历元概念，不存在地形影响、潮汐效应和负荷形变效应问题。

1.3.2 大地水准面与高程基准的概念更新

(1) 大地水准面、全球大地位与正常重力场

依据高斯定义，大地水准面是与全球平均海面最佳吻合的重力等位面，这本质上是一种人为约定。高斯大地水准面的重力位称为地球重力位常数，又称全球大地位 W_0 。

大地水准面是重力位约定为常数 W_0 的特定重力等位面，其在地固参考系中的几何定位结果用大地水准面（大地、椭球）高表达，大地水准面只能依附于地固坐标参考系而存在。计算大地水准面高之前，需要事先指定（约定）正常椭球，且要求正常椭球面的正常重力位 $U_0 = W_0$ 。

在表达正常重力场的正常椭球四个常数中，地心引力常数 GM 和地球自转平均角速度 ω 是实测量；另外两个常数，一个是地球长半轴 a ，另一个可从地球力学形状因子 J_2 、椭球面正常重力位 U_0 或椭球几何扁率 f 中选择一个。后两个常数中，需要约定其中一个常数值后，另一个常数才具有可测性。

与重力大地水准面解析一致的全球大地位 W_0 实现原理。先由最佳全球重力位系数模型，联合全球平均海面高模型，按高斯大地水准面约定原则，估计地球长半轴 a ，再由全球位系数模型的实测位系数 \bar{C}_{20} （与 a 协调一致），联合 GM 和 ω ，构成地球正常椭球四个基本常数，从而解析计算正常椭球面的正常重力位 U_0 ，最后将 U_0 约定为全球大地位常量 $W_0 = U_0$ ，从而科学实现 $W_0 = U_0 = W_G$ 。

重力场量位系数展开式指出，确定或表达整个外部重力场，无需知道或事先约定大地水准面重力位，更无需事先知道大地水准面形状。大地水准面可在外部重力位完全确定后，由其约定的常数值 W_0 ，在地固坐标参考系中直接表达（如工程放样）。

正常重力场与全球大地位 W_0 都具有约定性质。具有约定性质的大地测量要素，一旦约定其常数值，应在较长时期（如 20 年）内唯一不变，不随时间变化，以保证与其关联的地球重力场量的唯一性和场量相互之间关系的解析相容性。

具有约定性质的正常重力场和大地水准面重力位（全球大地位）均不存在地形影响、

潮汐效应和负荷形变效应问题，无误差概念和无历元概念。

(2) 解析大地水准面与解析正高概念

受地形密度近似和地形质量调整方式假设影响，地形质量调整后的所谓“真实”大地水准面，在大陆山区的不确定性可达分米级，在厘米级精度水平上不满足大地测量要素的唯一性和可测性限制性要求，经地形调整后的大地水准面高在计量学上无定义，因而不是科学有效的大地测量要素，既无法精密测定，也没有精度概念。

为解决这一理论问题，PAGrav4.5 引入解析大地水准面概念，替换以往各种大地水准面概念，使其满足唯一性和可测性约束性要求，而能成为有效的大地测量要素，从而维持高程基准概念、高程系统定义与重力场逼近理论的科学严密性。

PAGrav4.5 将地形质量按某种方式调整到大地水准面内部，且地形质量调整前后，整个地面及地球外部空间（或地球外部任一封闭曲面）的重力位（扰动位）处处相等，这种情况下解算的大地水准面高，就是解析大地水准面。解析大地水准面高，是地面或地球外部高程异常的解析延拓解，解析大地水准面高与高程异常之间具有严密的解析函数关系和 Poisson 积分关系，满足 GNSS 代替水准测量的技术要求。

PAGrav4.5 通过维持大地水准面解的唯一性和可测性，能有效深度融合卫星重力、重力场位系数模型和区域重力场数据，严格在重力场理论框架中实现重力场及大地水准面的高精度解析逼近。

由于地面点到大地水准面之间的地壳密度不能精准获得，Helmert 正高存在不确定性。当点位下方没有被地形质量填充时，平均重力计算不严密，因而 Helmert 正高不是唯一可测的。在厘米级精度水平上，Helmert 正高不是满足唯一性要求的大地测量要素，也不满足 GNSS 代替水准测量的基准性条件。PAGrav4.5 令地面到大地水准面间流动点的重力等于外部重力场解析延拓到流动点的重力值（解析重力），而平均重力等于流动点解析重力的几何平均值，由此得到的正高为解析正高。

解析正高无需地壳密度假设，其平均重力能由最新重力场数据不断精化。从大地测量要素的唯一性和精密可测性上考察，解析正高比其他类型正高更适合高程基准目的。不同于 Helmert 正高，解析正高和正常高都严格满足 GNSS 代替水准测量的基准性条件，相互之间还具有严密的重力场解析函数关系，都可直接推广应用于月球和类地行星。

经简单计算，全球地面点的解析正高与正常高在数值上更为接近，与 Helmert 正高在 3000m 高度上相差约 60cm。

(3) 大地水准面作为零高程面的适用性

正（常）高在地固坐标参考系中用重力场理论定义，是具有唯一性和可测性的大地测量要素，然而其代表的物理意义（重力位数）只能是近似的，这是正（常）高大地测量学定义的固有性质。

正常高为零的地面点，正高和重力位数都等于零，其重力位等于大地水准面重力位

常数，该地面点一定在大地水准面上。可见，零正高面、零正常高面就是重力位数等于零的重力等位面，零正高面、零正常高面、零重力位数面与大地水准面重合。由此推论，无论是正高系统、正常高系统，还是重力位数系统，高程起算面都是（全球或区域）大地水准面（章传银，2017）。

高程系统大地测量学定义规定了大地水准面重力位 W_G 才是其唯一的起算基准常数，依据重力场逼近理论和大地水准面定义，该常数 W_G 在地固参考系中的几何实现（几何定位结果）就是大地水准面。三种高程系统的起算面因而都只能是大地水准面。

大地水准面几何形变的定义。任意地面点的高程客观存在，由其重力位数唯一定义，而重力位数 c 等于大地水准面重力位 W_G 与地面点重力位 W 之差 $c = W_G - W$ 。对于时刻形变着的地球，重力位 W 客观上随地球内部质量重新分布而变化，从而导致任意点的重力位数或几何高程随时间变化。地球形变直接引起两个历元时刻重力位的空间分布不同，导致地固坐标参考系中重力位等于 W_G 的大地水准面高在两个历元时刻存在差异，这种差异就是大地水准面（的几何）形变。

（4）似大地水准面作为基准面引发的问题

传统物理大地测量学中，将椭球高（大地高）等于地面高程异常的地球封闭曲面称为似大地水准面，并将似大地水准面看作正常高的起算基准面，然而这种认识与正常高定义矛盾。一方面，零正常高面的重力位数等于零，零正常高面就是大地水准面，而不是所谓的似大地水准面。另一方面，经纬度相同、高度不等的两个点，高程异常不相等，若认为正常高由似大地水准面起算，则在垂直方向就必须有两个不重合的起算点，正常高系统的唯一性不成立。

通常情况下，实际测点不会正好落在地面高程异常模型构建（或确定）时所选择的特定地面数字高程模型面上，在厘米级精度水平的高程基准应用中，需要对地面高程异常模型，增加一项随高度变化的高程异常梯度（或扰动重力）改正。

可见，虽然正常高系统定义严密，但将似大地水准面作为正常高的起算面是不严密的。PAGrav4.5 淡化似大地水准面概念，也不将似大地水准面看作正常高的起算面，PAGrav4.5 中的高程异常与其所在空间位置严格一一对应。

（5）高程系统几何性质与概念更新

无论是正高还是正常高系统，都是在地固参考系中用重力场理论定义的。由于垂直方向高差为 Δh_{12} 的两个点，大地水准面高 N 相等，因而 $\Delta h_{12} = h_2 - h_1 = (h_2 + N) - (h_1 + N) = H_2 - H_1 = \Delta H_{12}$ ，可见，两个等正高面的椭球高差等于其正高高差，等正高面在地固参考系中相互平行，与大地水准面高 N 无关。

因此，局域范围内所有等正高面与大地水准面平行，等正高面与大地水准面具有相同的几何形状。由此推论，正高为地面点到大地水准面沿垂直于大地水准面的直线距离高度。受垂线偏差和弯曲正常重力线影响，铅垂线是不规则曲线，地面到大地水准面间

的铅垂线长度大于直线距离。习惯上将正高看成是地面点沿铅垂线到大地水准面的不规则曲线长度，这种认识没有大地测量学依据，是错误的。

正常高是具备唯一性与可测性的大地测量要素，然而由于高程异常随高度不同而不相等，等正常高面在地固参考系中并不严格平行。高程异常信号随高度增加衰减，因此，等正常高面的几何形状，相对于大地水准面的几何形状，随高度增加会越来越平滑。

等正常高面与大地水准面平行，因而正高系统具有更直观的几何度量性质；等正常高面随高度增加会越来越平滑，这表明正常高系统更接近重力场性质。可见，正高系统和正常高系统，分别有各自的优势、不足和科学应用，都有存在的必要性和科学性。

1.3.3 地形影响概念解析及其限制性要求

物理大地测量学中，重力场量的地形影响处理有且仅有两个目的：一是离散扰动重力场量推估或格网化，以方便空域重力场积分数值计算或重力勘探建模；另一个目的是重力场逼近时用于分离重力场量的超短波成分，以改善超短波重力场的逼近性能。重力场量地形影响处理方法与技术要求都应紧密围绕这两个目的分析研究。

(1) 重力场量地形影响优化选择的基本原则

重力场量的地形影响涉及三个关键要素：①地形或地壳质量调整方式；②重力场量类型（地形影响对象）；③重力场量所在位置（与地形质量的位置关系）。

按质量调整方式不同，地形影响类型通常有局部地形影响、地形布格影响、海水布格影响、地壳均衡影响、地形 Helmert 凝聚和剩余地形影响等。

为有效提升地形影响性能，充分发挥其应有的作用，PAGrav4.5 依据物理大地测量学基本要求，给出地形影响的类型选择及其算法参数设置的简化定量准则如下。

①为提高离散观测扰动场量推估或格网化精度水平，要求移去地形影响后的离散场量平滑度有所提高。此时地形影响的优选准则为：移去地形影响后的离散场量，其标准差应有所下降。

②重力场逼近时要求地形影响仅有超短波成分，因而其优选准则为：地形影响移去前后，扰动场量的标准差有所减小，且地形影响量在数十公里范围内的平均值很小，可以忽略。

③某种扰动场量某类地形影响的最大最小值之差 D (Range, 地形影响极差) 与标准差 ε 比率 D/ε , 反映该种场量的该类地形影响超短波信号的离群性。 D/ε 大, 代表超短波信号占比小但量级大。用该类地形影响处理该种场量, 对改善数据处理性能有利。

④当几种地形影响极差标准差比率 D/ε 的量级相当时, 重力地形影响标准差与高程异常地形影响标准差之比越大, 此种地形影响的短波成分越丰富, 对改善大地水准面超短波性能越有利。

上述四个准则中, 前两个准则是技术规定, 具有全球普适性, 需要遵守; 后两个准则可作为技术参考, 需及时分析, 灵活把握。当重力数据匮乏到其统计结果的空间代表

性严重不足时，这些准则不再适用。

这四个准则只是方便直观地表达物理大地测量学中处理地形影响问题的基本理念，面向具体问题时，应根据这些准则蕴含的理念，细化具体方法、算法和技术方案。

(2) 重力场量地形影响的性质与技术特点

地形影响的性质，随计算区域的地形起伏和重力场短波超短波结构不同，会存在明显差异。面向具体区域或目标问题时，应事先计算、比较与分析各种重力场量的不同性质地形影响，如高程异常、扰动重力、垂线偏差、重力梯度等多种性质地形影响的统计性质，及其相互之间的差异，归纳总结目标区域各种性质地形影响的谱域特征、算法参数性质以及对不同类型场量的影响特点。据此设计出适应性强的地形影响处理方案。

地形影响处理的性能和效果，与当地的地形复杂程度、重力场短波结构、重力数据类型以及测点空间分布都是密切相关的。需要指出的是，当地形复杂性低，局部重力场结构简单，重力点分布较好时，存在选择任何性质的地形影响，都不能改善（甚至会降低）某种类型场量推估、格网化或重力场逼近性能的可能。

为统一地形影响概念，PAGrav4.5 严格区分地形影响性质、被影响的重力场量类型和重力场量所处位置。如地面扰动重力、地球外部扰动重力、大地水准面上扰动重力的局部地形影响、地形 Helmert 凝聚、剩余地形影响，涉及 $3 \times 3 = 9$ 种不同的地形影响量。

(3) 地形影响移去恢复法及其限制性要求

当地球外部地形影响调和时，可类似于参考重力场移去恢复方案，采用地形影响移去恢复法，提高重力场逼近性能和算法的稳定性。地形影响移去恢复法基本方案：

- ① 计算并移去源重力场量的地形影响，得到源场量的剩余值；
- ② 由源场量剩余值，按重力场逼近方法，求解所需目标重力场元的剩余值；
- ③ 计算并恢复目标场元地形影响，获得目标重力场元的逼近解。

地球外部任意类型重力场量都是整个地球质量及其分布的总效应，显然包含全部地形质量对该重力场量的影响（贡献）。地形质量密度是典型的地球物理要素，重力场量地形影响计算总会因密度的不确定性而存在不确定性，可见，任意重力场量的任何性质地形影响，都不满足唯一性和可测性要求，而不能成为有效的大地测量要求。

可见，源重力场量在移去地形影响时，必然引入不确定性，这种不确定性只有在恢复目标场元地形影响时能被有效地消除，才有可能让地形影响发挥正面作用，保证目标场元不受任何残留地形影响信息的负面影响。因此，重力场逼近中地形影响处理应满足如下两项限制性要求：

① 用于计算源场量地形影响和计算目标场元地形影响所用的地形质量模型（包括地形质量调整方式）和选择的积分半径（或作用范围）完全相同；

② 地形影响原则上应是解析调和的，源场量地形影响算法和目标场元地形影响算法应完全解析相容，即源场量地形影响和目标场元地形影响之间的解析函数关系，与源场

量和目标场元之间的解析函数关系完全相同。

在上述两项限制性要求中，只要有其中一项得不到满足，重力场逼近结果都会产生不可控制的不确定性，从而影响重力场逼近的性能水平与质量控制能力。

(4) 地形影响在重力场逼近中的作用与性能控制原则

重力场逼近过程中，地形影响处理方案可采用“移去-重力场逼近-恢复”技术流程，其中，移去的是观测场量的地形影响，恢复的是目标场元的地形影响。由于地形密度近似或地球物理假设必然引起地形影响量的不确定性，因而高精度物理大测量学普遍要求，移去的地形影响量和恢复的地形影响量之间应具有严格解析函数关系，以确保从观测场量中移去的地形影响，能在目标场元地形影响恢复时切实消除残留的地形影响。

PAGrav4.5 据此推出借助地形超短波信息（如剩余地形影响）改善全球或局部重力场逼近性能的一般原则和要求：

- ①任意类型重力场量的各种性质地形影响都不可独立作为重力场逼近的观测场量，这是限制性要求，必须严格遵守；
- ②可通过地形影响移去恢复方法，以当前观测场量为约束控制，采用重力场逼近方法改善分辨率或观测类型，构造含地形超短波信息的加密观测场量；
- ③维持当前观测场量的重力场逼近（参数化）观测模型不变（这是约束性要求），补充加密观测场量的重力场逼近（参数化）观测模型，并明显降低加密观测场量对待估参数的灵敏性（有条件时），按最小二乘法实现全球或局部超高分辨率重力场逼近。
- ④可采用残差重力场累积逼近技术，改善超短波重力场逼近性能。

地面大地测量时代，重力资源匮乏，地面存在大量重力空白区，人们假设重力异常空间变化与当地地形起伏存在某种相关性，从而借助地形影响推估空白区重力异常。然而，在地球重力场探测技术快速发展和观测资源不断丰富的今天，未经深入细致地测试分析，无具体依据地过分跨大地形影响在重力场逼近中的地位和作用是不科学的。

1.3.4 重力场外部边值问题的分类及解法

按位理论第一、第二和第三边值问题，来区分重力场边值问题性质，难以有效描述边值积分解法的特点。位理论第一边值问题的边界值是引力位（扰动位），第二边值问题的边界值是扰动重力，第三边值问题的边界值是空间异常。若边界值为垂线偏差、重力梯度或其他类型扰动重力场量时，没有对应的位理论边值问题可表达。

考察 Stokes 第三边值问题积分解的推导过程与 Hotine 第二边值问题积分解的推导过程不难发现，两种位理论边值问题解的推导过程相同。考察同属于位理论第三边值问题的 Stokes 问题和 Molodensky 问题，两种边值问题积分解的推导过程和解的表现形式存在显著差异，求解 Molodensky 问题远比求解 Stokes 边值复杂得多。

可见，将外部重力场边值问题按位理论边值问题分类，无法满足地球重力场逼近的理论需要，也难体现重力场边值问题解的性质和特点。

实际上，重力场边值问题的性质主要取决于边界面是否为等位面。观测场量大都以水准面和铅垂线为参考，在测点当地水平坐标系中获取，因而根据边界面是否为等位面，PAGrav4.5 将所有以扰动位在当地水平坐标系中偏导数的线性组合为边值的外部边值问题分成 Stokes 问题和 Molodensky 问题两大类。

将边界面是等位面、边界值为扰动位在当地水平坐标系中偏导数任意线性组合的边值问题统称为 Stokes 问题，将边界面不是等位面、边界值为扰动位偏导数任意线性组合的边值问题统称为 Molodensky 问题。当边界面不是等位面时，可用如下 4 种方式中任一种来求解边值问题。

(1) 将边界面重力场量如空间异常或垂线偏差等解析延拓到与边界面接近的重力等位面上，此时边界面转换为等位面，从而将边值问题变成 Stokes 问题，然后解 Stokes 边值问题。

(2) 对边界面重力场量施加由边界面内法线方向到铅垂线方向的校正，从而将边值问题变成 Stokes 问题。

(3) 在非等位面上直接按积分法解 Molodensky 边值问题。

(4) 按谱域最小二乘逼近法求解 Molodensky 边值问题。

Molodensky 边值问题难以获得严密积分解，考虑到 Stokes 边值问题积分解在计算地面高程异常时同样也可完全避开地形压缩问题，因而建议，重力场边值问题主要采用 Stokes 问题解法，而 Molodensky 边值理论可用于重力场数据向重力等位面的归算处理，以及定量分析非等位面数据处理过程中重力场信息近似的误差影响等。

1.3.5 区域重力场及大地水准面精化原则

任意点的大地水准面高及其他重力场量都需要覆盖全球的观测重力场数据才能精密确定，区域观测重力场数据无法完整包含中长波重力场及大地水准面信息。按重力场逼近方法确定的重力场及大地水准面，其波长越长（空间尺度越大），对应谱分量的精度水平一般越高。

由此可得，科学合理的区域重力场及大地水准面精化原则：采用合适的全球重力位系数模型作为参考重力场和区域外边界约束条件，控制中长波误差，在此基础上集成区域及周边观测重力场资源，以提高区域重力场及大地水准面中短波分量的精度水平，两者结合实现区域重力场及大地水准面高精度建模。

同理，对于省级或城市等局部地区，也应以区域重力场模型为参考重力场，控制中短波误差累积，集成局部地区及周边重力场数据，以区域外参考场为远区边界约束，提高大地水准面短波超短波的精度水平，实现局部地区大地水准面的精细建模。因此，按照大地测量学要求，区域重力大地水准面精化方案一般应遵循“小区域重力大地水准面精化，以较大区域重力场模型为参考重力场和远区外边界条件”的逐级控制原则。

水准测量采用高差逐站传递方式，本质上是实测两水准点间的重力位差，相对误差

原则上与水准路线长度无关。

显然，对于任一特定区域，会存在某个空间尺度，小于该空间尺度时，两点间重力高程异常差的相对精度会低于 GNSS 水准高程异常差的相对精度。可见，GNSS 水准与重力大地水准面融合算法应能有效整合重力高程异常的高精度中长波成分与 GNSS 水准控制网的高精度短波超短波成分，而在误差处理方面，能同时有效抑制短波重力高程异常误差，控制长距离 GNSS 水准高程异常误差的累积。

此外，纳入地固参考系和归算到全球高程基准后的 GNSS 水准高程异常，应能成为一般观测场量，参与重力场及大地水准面逼近建模。

1.3.6 重力场逼近的误差分析与精度评定

地球重力场无缝连续地充满于整个地固空间，我们只能用一定分辨率的格网空间平均值来表达重力场量，这是重力场量区别于一般离散点几何大地测量要素的典型特征，重力场逼近的误差分析与质量控制因而没有几何大地控制网误差分析与质量控制那样直观有效。然而，各种重力场量及其相互之间在整个地球外部空间是高度解析相关的，重力场逼近问题本质上是重力场量之间的一维线性变换问题，充分利用重力场的这些性质和特征，可灵活构建形式多样的解析约束条件，丰富重力场建模误差分析与质量控制的内涵与策略。

(1) 观测重力场量误差与目标重力场元精度概念

地球重力场量在地球外部空间或边界面上连续可微，因而观测重力场量虽然在离散点上获取，但在重力场逼近的数学模型中，实际发挥作用的是相应于某种分辨率的观测场量空间平均值，例如空域重力场积分需要积分边界面上格网平均观测场量，谱域观测场量的观测模型一般截断到某一最大阶数，观测场量也等效于相应分辨率的空间平均值。

同理，地球重力场逼近得到的目标重力场元，也是相应于其有效分辨率的空间平均值，而不是离散点值。例如，重力场逼近求得的 $1' \times 1'$ 扰动重力格网模型，其格网值表达的是 $1' \times 1'$ 格网扰动重力平均值，由谱域基函数展开式（如重力位系数展开式）计算某处目标场元，由于展开式截断到最大阶数，计算结果等效于该处目标场元有效分辨率的空间平均值。

可见，对于重力场逼近目的，观测重力场量误差特指该观测场量相应某一空间分辨率的空间平均值误差，称为观测场量的空间代表性误差，而不是测点处实际观测误差；用于表达逼近解的目标场元，目标场元精度特指该重力场元相应于有效分辨率的空间平均值精度，下称重力场元的空间代表性精度，也不是点值精度。重力场元格网的空间代表性精度取决于重力场逼近精度、空间分辨率与单元格网处局域重力场结构（特别是短波超短波结构）。顾及空间分辨率与重力场空间解析结构，可有效改善目标场元格网的科学应用水平。

观测重力场量的空间代表性误差取决于观测误差、测点空间分布密度和局域重力场

空间结构，当观测精度足够时，空间代表性误差主要由测点分布密度和局域重力场结构决定。例如，当测点重力测量精度优于 0.1mGal ， $1' \times 1'$ 扰动重力空间代表性误差为 1mGal 时，则扰动重力空间代表性误差主要由测点分布密度、局域重力场结构和格网化算法性能决定，此时进一步提高测点重力测量精度，对改善观测扰动重力空间代表性误差无效。地面大地测量时代，通常假设重力场的短波超短波结构与地形起伏相关，也将空间代表性误差称为地形代表性误差。

特别地，重力场量的空间分辨率，不是简单的几何图像像素平均，其代表性与局域重力场结构相关，即相同空间分辨率在重力场结构简单的地区代表性强，而在重力场结构复杂地区的代表性弱。任一空间分辨率任意类型的重力场量格网，单元格网重力场量之间都蕴含着丰富的空间解析函数关系，因而其所含的重力场信息量，要比其几何分辨率丰富得多。

(2) 重力场逼近的误差分析与精度评定理论基础

地球重力场逼近是地球重力场线性空间中自由度为 1 的一维线性变换，不同空间位置上同一类型重力场量之间、不同类型重力场量之间以及不同位置上各种类型重力场量之间都是函数相关的，能用空域重力场积分公式或谱域参数化基函数级数形式解析表达，因此，地球重力场信息（信号）是高度解析的，重力场的高度解析性质在整个地球外部空间中无处不在。科学有效地利用重力场高度解析的典型地球物理特性，可从强观测噪声环境中有效提取微弱重力场信号。这是地球重力场逼近问题区别于一般几何大地测量学问题的显著特征。例如，卫星重力场探测方法可从信噪比小于 10^{-3} 的强噪声环境中有效提取重力场信号。

当按空域积分法逼近重力场时，原则上有两类方案可用于分析局部重力场建模的精度水平。第一类方案直接基于其数学模型即重力场积分公式。首先，需估计边界面上被积观测场量格网（如 Stokes 公式中空间异常格网）的空间代表性误差，包括由实际离散观测量获得边界面上被积观测场量格网过程中的各种引入误差；然后，由重力场积分公式导出误差传播公式，忽略参考重力场模型误差影响，估计目标场元的空间代表性精度。

第二类方案基于重力场量之间解析函数关系。①构造以目标场元为被积场量，目标场元所在面为边界面，以离散点实际观测场量为被积场量的重力场积分算法；②按重力场积分法，计算测点上观测场量的积分值，统计分析积分值（具有空间代表性精度）与观测场量（实测精度，参考真值）差异，获得观测场量的空间代表性误差；③由观测场量的空间代表性误差按照第一类方案，估计目标场元的空间代表性精度。

第二类方案统计出的观测场量空间代表性误差，以实际观测场量为参考真值，而实际观测场量都是全波段的，故空间代表性误差也必然是全波段的，因此，第③步一般无需考虑参考重力场模型误差影响，而第②步获得观测场量空间代表性误差的过程，就是观测误差分析流程。

当按多种观测场量谱域最小二乘法逼近重力场时，如全球重力位系数模型构建或区域 SRBF 重力场逼近，可直接依据重力场逼近数学模型，在最小二乘框架中实现全空间全要素观测场量误差分析、谱域系数（位系数或 SRBF 系数）与目标场元精度评定。

①由重力场逼近获得的谱域系数估计值，按谱域级数展开式，分别计算测点上每种观测场量的估计值，并统计分析估计值（具有空间代表性精度）与观测场量（实测精度，参考真值）差异，获得每种观测场量的空间代表性误差；

②由谱域最小二乘法重力场逼近数学模型，导出误差传播算法公式；

③由各种观测场量的空间代表性误差，按误差传播算法计算全部谱域系数精度和目标场元的空间代表性精度。

不难发现，利用重力场逼近方法，可有效测定空天地海任意类型观测重力场量的空间代表性误差，却无法确定测量设备的直接测量精度指标。重力场逼近方法虽然只能给出实际设备测量误差的上限，但对重力场建模水平取决定性作用只能是观测场量的空间代表性误差。

1.4 PAGravf4.5 格式、约定与练习

1.4.1 大地测量数据文件格式约定

PAGravf4.5 采用自定义格式数据。[离散点值记录标准化]，是 PAGravf4.5 接受外部文本格式数据的重要接口。利用[点值简单格网化与区域数据构造]，可以构造指定规格的大地测量数值格网文件。软件的其他模块只接受系统本身产生的格式数据，如点值文件数据，格网文件或向量格网文件数据。

(1) 离散点大地测量数据记录文件

①容许有多行头文件，头文件内容和格式不受限制。

②离散点大地测量数据有多个记录组成，每个记录的属性依次为：点号（点名），经度（度小数），纬度（度小数），高度（米），属性 5，……，属性 n 。

③记录属性约定为数值格式，属性数 n 的最大值为 80，属性之间用空格隔开。

(2) 大地控制网观测量记录文件

一个大地控制网观测量文件可存储 CORS 网（GNSS 网）一维基线解、水准控制网水准路线高差观测量或重力控制网重力段差观测量数据。

①头文件占据一行，格式为：基线或路线名字符数，站点名字符数，…

②记录格式：基线或测段名称，起点经纬度和高度，终点经纬度和高度，…，观测量（缺省值 9999）。

③大地控制网的基线或测段与站点之间的关联，由其名称字符体现。基线或测段名称约定由两端站点名 A、B 构成（B***A），并要求所有站点名称（如 A、B）的字符数相等。因此基线或测段名称的字符数，不小于站点名称字符数的两倍。

(3) 大地测量数值格网文件

①头文件占住一行，用于表示格网经纬度范围和空间分辨率。格式为：最小、最大经度，最小、最大纬度，格网的经度间隔、纬度间隔。单位都是度小数。

②格网的格值按行纬度、列经度递增方式依次存放，直到放完全部数据。

单元格网的格值代表单元格网的平均值。数值积分运算时，取单元格网中心点位置作为平均被积场元的位置，计算面元到计算点的积分距离。

(4) 大地测量向量格网文件

向量格值文件是在标准格值文件的基础上，增加一个无头文件的、格网范围和分辨率完全相同的格网数据。PAGrav4.5 中的垂线偏差向量、水平梯度向量等格网，采用向量格网文件形式存放。

(5) 球谐系数文件约定格式

重力场位系数模型、地形质量球谐系数模型与地形质量位系数模型采用球谐系数文件格式存储。

①头文件占住一行，至少由两个属性数据构成，即地心引力常数 GM ($\times 10^{14} \text{m}^3/\text{s}^2$)、椭球长半轴 a (m)。 GM, a 称为球谐系数/地球位系数模型的尺度参数。面谐基函数定义在半径等于地球长半轴 a 的球面上。

球谐系数值与 GM, a 对应，不同的球谐系数模型， GM, a 不一定相同。

②球谐系数模型由若干个记录组成，每个记录的属性格式：阶 n ，次 m ，球谐系数 C_{nm}, S_{nm} (C_{nm} 中误差， S_{nm} 中误差)。每个记录的属性之间用空格隔开。

PAGrav4.5 不要求球谐系数阶次按顺序排列，容许阶次不充分。对于非充分阶次的球谐系数文件，程序自动将非充分阶次的球谐系数值置零。

1.4.2 主要物理量单位及方向约定

(1) 扰动重力场元单位约定：高程异常 ζ /大地水准面高 N (m, 米)、空间异常 Δg /扰动重力 δg (mGal, 毫伽)、垂线偏差 ($''$ /角秒)，扰动重力梯度 T_{rr} /水平重力梯度 (E)。

(2) 各类场元地形影响量的单位与场元单位一致。

(3) 经度 (度小数)，纬度 (度小数)，大地高 (m)，正 (常) 高/水深 (m)。

(4) 垂线偏差方向 SW。第一分量 ξ 指向南方向，第二分量 η 指向西方向，与扰动重力 δg 方向 (铅垂线方向) 构成右手直角坐标系，即自然坐标系。

(5) 水平重力梯度方向 NW。第一分量 T_{nn} 指向北方向，第二分量 T_{ww} 指向西方向，与扰动重力梯度 T_{rr} 方向 (天顶方向) 构成右手直角坐标系。

PAGrav4.5 中，扰动重力梯度和水平重力梯度为扰动位对坐标的二阶偏导数，是重力梯度张量的主对角线分量。

注意区分水平重力梯度与重力水平梯度概念，后者是扰动位或重力位垂向导数的水

平梯度，仅是重力梯度张量的非对角线分量（交叉项，如 T_{rm} 或 T_{rw} ）。

1.4.3 课堂教学、独立自学与练习

PAGravf4.5 为每个程序配置了完整的计算样例，存放在 C:\PAGravf4.5_win64cn\examples 目录下，每个目录存放了该程序样例的计算过程文件 process.txt、输入输出数据文件和计算过程的界面系列截图。

样例所在的目录名与可执行程序名相同。使用 PAGravf4.5 程序前，建议按照 process.txt 流程信息，由输入输出数据文件，对照截图，完整操作一遍样例。全部样例练习完成后（约 7 个工作日），基本具备独立使用 PAGravf4.5 的能力。

PAGravf4.5 适合大地测量与地球科学、测绘工程与地理信息、地质与地球物理、航天与卫星动力学、以及地震与地球动力学等领域本科生、研究生、科研和工程技术人员，可用于课堂教学、独立自学、工程计算与科学研究。

用户可根据工程和研究需要，设计个性化的作业流程，灵活组织有关功能模块，完成空天地海重力场数据处理与各种地形影响计算，实现多源异质数据混叠的陆海精细重力勘探、全要素重力场及 1cm 大地水准面解析建模，优化、统一与完善区域高程基准，开展重力场及高程基准应用服务计算及分析工作。

1.5 PAGravf4.5 算法特色与使用说明

1.5.1 完整的地形影响解析算法体系

为实现地球外部各种类型重力场元、不同性质的地形影响，PAGravf4.5 发展了一套完整的地形影响解析算法体系。

- (1) 这套算法公式理论严密，数值积分无计算误差，快速算法的精度可控；
- (2) 地形影响性质多样，地形影响的重力场元类型可以是任意的；
- (3) 不同类型场元地形影响之间严格遵循重力场解析关系，算法公式精炼；
- (4) 充分运用不同性质地形影响之间的解析相容性，算法代码实现短小精悍。

如 7.5~7.8 节很多算法公式很相似。实际上，一些地形影响算法，只需调整一些参数，就可调用同一套算法代码实现。

1.5.2 局部重力场积分算法技术特点

(1) 固定积分半径。PAGravf4.5 通过控制核函数定义域，实现固定半径的重力场积分，包括数值积分与积分快速 FFT 算法（核函数加窗），以协调统一各种重力场逼近算法。二维 FFT 采用改化的平面二维核函数，在纬度 10° 范围内，其计算精度与一维 FFT 没有明显差异。

(2) 计算点和流动点位置。点位大地坐标一律用经纬度和大地高表示，如边界位置、测点、计算点、积分流动点（面元、体元）的位置一律用点位大地坐标表示，积分格网位置取单元格网中心点大地坐标，积分距离一律采用大地坐标计算。

(3) 等重力位边界面。大多数重力场积分公式由 Stokes 边值问题导出，如 Hotine 积分、V-M 积分与径向梯度积分公式等。Stokes 边值问题解要求边界面是等位面，即扰动场元位于重力等位面。

PAGrav4.5 程序中，由于扰动重力场元和移去参考模型量的残差重力场元对位置敏感性低，因此，用于表示边界面位置的大地高精度只要不低于 10m 就能满足要求。可用 360 阶重力位系数模型构造，近地空间可用等正（高）面大地高格网代替。

1.5.3 径向基函数重力场解析逼近

PAGrav4.5 提出三个关键性的技术措施，使得 SRBF 重力场逼近算法与观测场元误差无关，避免待定目标场元谱泄漏，提升算法的解析性，实现复杂多种数据交叉混叠的 SRBF 重力场解析逼近。

(1) 采用边缘效应抑制方法代替法方程正则化。

PAGrav4.5 提出了一种通过抑制边缘效应来提高参数估计性能的算法。当球面径向基函数 (SRBF) 中心点位于计算区域边缘时，将其 SRBF 系数等于零作为观测方程，以提升 SRBF 系数参数估计的稳定性和可靠性。引入边缘效应抑制方法后，法方程不再需要正则化，从而有效避免各种场元及其相互之间的解析关系受观测量误差影响。

(2) 多种异构测量系统融合的法方程规范法。

PAGrav4.5 推荐一种普适性好的多种异构观测系统深度融合方法，通过规范化不同组的法方程，可有效控制各组不同类型观测量在协方差结构上的深度融合，以实现多种异质观测场元融合的重力场逼近。该方法将观测系统模型（协方差结构）与观测质量（误差或粗差）的影响完全分离，使得融合过程不受观测量误差（粗差）、观测类型和测点空间分布差异的影响，从而有利于融合空间分布存在极端差异的多种类型观测场元（如极少数天文垂线偏差或 GNSS 水准点数据），有利于精准探测观测量粗差。

(3) 多次累积 SRBF 逼近法实现重力场最佳逼近。

目标场元是观测场元与滤波器 SRBF 的卷积。当目标场元与观测场元类型不同时，单个 SRBF 难以同时与观测场元和目标场元的谱域中心及带宽有效匹配，势必导致目标场元的谱泄漏。而且，除 Bjerhammar 球埋藏深度（宽度参数）外，SRBF 类型、最小最大阶数与 SRBF 中心分布也都影响重力场逼近性能。因此，仅以埋藏深度为参数的 SRBF 系数最优估计，不足以保证重力场的最佳逼近。

为解决这一关键问题，PAGrav4.5 提出了多次累积 SRBF 逼近法重力场最佳逼近方案。该方案通过组合多个 SRBF 谱域中心及带宽，充分解析目标场元的谱域信号，避免谱泄漏，从而在空域中实现对目标场元的最佳恢复。每次残差逼近本质是用上次逼近结果作参考重力场，按移去恢复法精化残差目标场元。

PAGrav4.5 提供的多源异质 SRBF 全要素重力场逼近程序，是一种适应性超强的重力场全要素建模与质量测评万能工具。

1.5.4 多源异构重力勘探解析建模

PAGrav4.5 具有大地水准面及其外部任意类型重力场元、多种性质地形影响的高精度解析计算能力，同时具备多种异质、不同高度、交叉分布、陆海共存观测数据混叠的全空间、全要素外部重力场解析建模功能。两者结合，可有效解决任何复杂观测情况下，深度融合所有多源异质重力场数据的地球物理重力勘探解析建模问题。

例如，在全球任意区域，都可联合空天地海的重力、重力梯度、(天文)垂线偏差、卫星测高、GNSS 水准和卫星重力等多源数据，精确计算陆海统一的完全布格重力异常、完全布格扰动重力、完全布格垂线偏差和完全布格重力梯度，计算陆海统一的经典布格/均衡重力异常/扰动重力。

利用 PAGrav4.5 计算系统，可按如下四个步骤实现多源异构重力勘探解析建模：

(1) 确定计算范围、计算面(如地形等高面)与重力勘探模型类型，获取(收集)计算范围及周边各种重力场探测与大地测量数据；

(2) 利用[高精度重力场逼近与全要素建模]有关程序，精密确定计算面上的目标重力场元高分格网模型；

(3) 利用[不同高度各类场元多种地形影响计算]有关程序，精密计算与重力勘探模型类型一致的地形影响高分格网模型；

(4) 将第(3)步重力场元格网模型，直接减去第(4)步地形影响格网模型，就是充分融合所有可能重力场数据信息重力勘探格网模型。

多源异构重力勘探解析建模方案，本质上以重力场量之间的解析函数关系为强约束，深度融合不同高度、交叉混叠、陆海共存的多源多种异质重力场观测数据，直接依据重力勘探模型的严密定义，在统一的观测系统数学模型中整体实现多种类型重力勘探模型的高精度解析建模。

多源异构重力勘探解析建模方案，可避免重力归算、延拓和格网化运算，有效解决传统方法中的重力场信号衰减、非解析失真、地形影响不易控制难题。重力场观测类型可以是重力、重力梯度、卫星测高、垂线偏差、GNSS 水准等，测量方式可以在陆地、海洋、航空或卫星。目标模型类型可以是重力异常(重力扰动)、重力梯度或垂线偏差。

可见，多源异构重力勘探解析建模方案，能充分提取所有各类重力场与大地测量信息，实现全要素解析建模(如完全布格重力梯度/垂线偏差建模)，以显著提升重力场精细结构探测及精细重力勘探能力与技术水平。

1.5.5 算法与计算技术路线优化

PAGrav4.5 的算法体系设计科学严密，原则上可以采用多种方案，计算空天地海任意类型场元的多种性质地形影响；可以由任意一种类型扰动重力场元，计算外部各种类型扰动重力场元。场元类型可以是传统类型，也可以是卫星跟踪卫星、卫星轨道摄动等非常见类型，适用空间可以是大地水准面及其外部整个地球空间。

地球外部重力场逼近理论基于线性空间。PAGrav4.5 中实现的地形影响、重力场逼近算法都是线性的。这表明，若用模拟空间噪声作为重力场元观测量（或陆海地形），调用 PAGrav4.5 中任何算法，则该算法输出结果能有效表达目标场元（地形影响）的误差分布性质。PAGrav4.5 具有很强的误差模拟和误差分析能力，这是优化重力勘探建模与重力场逼近算法及技术路线的重要手段。

一种性质的地形影响，也有多种方案可选。如计算陆海完全布格影响，PAGrav4.5 就有三种方案和程序可供选用。

针对某特定计算目标，可以选择多个不同 PAGrav4.5 程序算法、多种不同参数或多条技术路线来实现。实际计算时，应深入考察目标区域重力数据条件和重力场性质，仔细选择、测试和分析合适的 PAGrav4.5 算法和参数，优化技术路线。

1.5.6 算法性能及参数测试分析

(1) 地形影响算法性能测试分析

PAGrav4.5 提出的地形影响优选准则，基于物理大地测量基本原理，能大幅降低地形影响分析的复杂性，为有效发挥地形影响在地质地球物理重力勘探和重力场逼近中关键作用提供了具体可行的技术路线。

地形影响的性质随计算区域的地形起伏、重力场结构、重力数据类型与重力点分布不同，都会存在明显差异。PAGrav4.5 地形影响子系统案例中，选择了某个困难山区，对各种场元各类地形影响的最大最小值之差与标准差的比值之比进行统计分析，结果显示：不考虑数据分布和重力场结构，局部地形影响对重力数据处理有利，地形 Helmert 凝聚对重力梯度数据处理有利，而剩余地形影响对精化大地水准面更有利。

若结合具体重力数据资源，就可以分析该区域重力场结构与重力点分布的影响，此时需要进一步按定量准则（1）（2）进行统计分析，结论可能会发生变化。

实际计算前，应针对目标区域的地形、重力场特征与可用重力资源情况，依据地形影响定量准则，全面细致地测试分析地形影响技术路线，保证地形影响算法及参数选择有据可依，才有可能显著提升地形影响数据处理方案的适用性和技术水平。

(2) 重力场逼近算法性能测试

大多数重力场逼近算法和参数设置性能，可用某一超高阶地球重力位系数模型来测试验证。PAGrav4.5 局部重力场逼近计算样例，就以 EGM2008 重力位系数模型的 2~540 阶为参考重力场，采用 541~1800 阶作为残差扰动场量，给出各种算法的统计分析测试结果。基于超高阶重力位系数模型的重力场逼近算法性能测试技术流程为：以部分类型残差扰动场量为观测场量，调用待测试的局部重力场逼近算法，计算得到另一部分类型残差场元的计算值。通过对比分析局部重力场逼近算法计算的残差扰动场元计算值，与由重力位系数模型直接计算的残差扰动场元模型值（参考真值）的差异，评价局部重力场逼近算法及有关参数设置的技术性能。

PAGravf4.5 重力场逼近算法体系具备由一种类型观测场量，计算大地水准面外部全空间全要素场元的能力，可以循环计算同一点上的同类型场元。通过比较分析循环计算得到的计算场元与观测场量（参考真值）之间的差异，可以分析计算技术流程中参与计算的算法特点和性能。通过优化配置算法，完善重力场建模方案。

选择不同单一类型观测场量、不同类型球面径向基函数 SRBF 及其参数、计算不同类型目标场元，可全面测试 SRBF 及其重力场逼近算法的空域、谱域和解析性质，以揭示目标区域重力场空域谱域精细结构。考察观测场量、SRBF 与目标场元的谱域中心及带宽，以充分解析目标场元谱结构为原则，结合实际观测条件，可优化设计区域重力场最佳逼近方案。

[多种异质数据 SRBF 重力场全要素建模] 程序，本身具有很强的测试、验证和分析功能，可以测试验证极少高精度天文垂线偏差或 GNSS 水准数据的解析融合（令其观测系统权 >1 ）、多源多代混叠数据的粗差探测与外部精度评估（令相应观测系数权 $=0$ ），浅水卫星测高的边界流探测与海面地形分离（卫星测高系统权 <1 ），以及多种数据空间分布、质量与精度差异大等极端情况下重力场逼近的性能特点和技术水平。

针对某特定重力场逼近目标，可以选择多个不同重力场逼近算法、多种不同参数或多条技术路线来实现。实际计算时，应深入考察目标区域重力数据条件和重力场性质，仔细选择、测试和分析合适的重力场逼近算法和参数，优化技术路线。

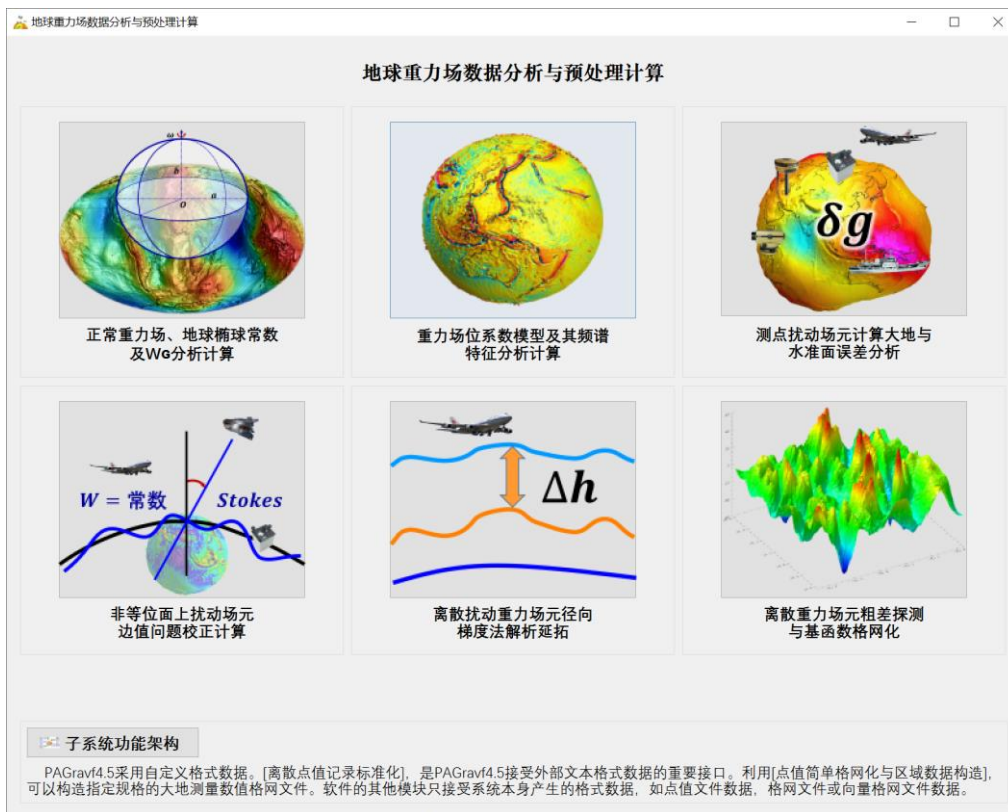
(3) PAGravf4.5 自带案例说明

PAGravf4.5 自带的地形影响案例，选择了平均海拔 4000m、地形起伏超过 3000m 的困难山区，以便展示地形影响及其算法的细节特征；同样，PAGravf4.5 重力场积分案例，选择了重力场短波信号丰富（移去前 540 阶模型值后的残差扰动重力，空间变化超过 300mGal）的复杂特征地区，以便展示局部重力场及其逼近算法的细节特征。

这些案例的统计结果，大致显示了相应算法的基本性能和水平。由于案例本身以介绍计算流程为主要目的，并没有对算法本身及其主要参数进行优化与分析，更大的潜力，还需用户结合具体情况进一步挖掘。

第二章 地球重力场数据分析与预处理计算

地球重力场数据分析与预处理计算子系统主要用于正常重力场计算、地球椭球常数及 W_G 分析，位系数模型重力场计算及频谱特征分析，非等位面边值问题校正计算，重力场数据解析延拓、粗差探测、误差分析与格网化运算等。



2.1 正常重力场、地球椭球常数及 W_G 分析计算

[目标]按严密的球谐级数和解析算法，计算地球空间点的正常重力参数、正常地球椭球的几何物理常数和重力大地水准面的重力位 W_G 。

按地球重力场逼近理论确定的大地水准面，其重力位 W_G 恒等于正常椭球面的正常重力位 U_0 。

2.1.1 空间点正常重力场参数计算

[功能]采用严密的球谐级数公式，计算地球空间点的正常重力位 (m^2/s^2)、正常重力 ($mGal$)、正常重力梯度值 (E)、正常重力线方向 ($'$ ，用其相对于地心的北偏角表示)或正常重力梯度方向 ($'$ ，用其相对于地心的北偏角表示)。

[输入]空间计算点文件。

记录格式：点号/点名 经度 (度小数) 纬度 (度小数) 大地高 (m)

[参数设置]设置计算点文件头行数，文件记录中大地高属性所在的列序号，选择计

算场元类型。

空间点正常重力场参数计算

打开空间计算点文件

设置点值文件格式
头文件占住的行数 1
大地高属性序号 4
选择计算场元类型

- 正常重力(m/s^2)
- 正常重力($mGal$)
- 正常重力梯度(E)
- 正常重力方向(分)
- 正常重力方向(分)

计算结果保存为

参数设置结果输入

开始计算

输入输出数据显示

no	lon(deg)	lat(deg)	ellipheight(m)	62609994.0026	978633.0022	3074.9063	-10.3533	5.1183
3248	103.671939	31.938051	2743.9394	62612369.3305	978701.8741	3075.2510	-10.3399	5.1446
3249	103.696944	31.864721	2501.2449	62613013.6271	978719.4456	3075.3432	-10.3339	5.1567
3250	103.710330	31.831114	2435.4206	62613687.5573	978737.7722	3075.4395	-10.3273	5.1696
3251	103.735559	31.795280	2366.6700	62614397.5729	978758.6092	3075.5429	-10.3239	5.1764
3252	103.777216	31.776390	2294.0304	62614992.6837	978775.8948	3075.6293	-10.3206	5.1828
3253	103.822773	31.758333	2233.2317	62615164.7271	978778.5505	3075.5515	-10.3144	5.1951
3254	103.849717	31.724168	2215.6606	62614897.3184	978764.1322	3075.6047	-10.3009	5.2217
3255	103.816666	31.650003	2242.9951	62614365.2277	978744.6783	3075.5237	-10.2949	5.2337
3256	103.783335	31.616667	2297.3654	62615136.1113	978766.0935	3075.6335	-10.2883	5.2464
3257	103.740556	31.581110	2218.6104	62615248.6381	978768.0029	3075.6482	-10.2846	5.2537
3258	103.703894	31.560833	2207.1173	62614875.3318	978753.8691	3075.5901	-10.2793	5.2643
3259	103.682782	31.531391	2245.2634	62615123.5409	978760.0991	3075.6248	-10.2754	5.2717
3260	103.651839	31.510554	2219.8076	62616487.9108	978801.4694	3075.8251	-10.2718	5.2784
3261	103.613883	31.491662	2080.5161					

按地球重力场边值问题确定的大地水准面,其重力位 W_0 恒等于正常椭球面的正常重力位 U_0 。PA Grav4.5推荐以 $W_0=U_0$ 为全球大地位 $W=W_0$ (全球高程基准),代替IERS协议中由地球重力位系数模型与海平面观测数据,按大地水准面Gauss经验定义计算的 W_0 。

[输出]正常重力场计算结果文件。在空间计算点记录基础上,增加一列或若干列正常重力场参数计算值,保留4位有效数字。

2.1.2 地球椭球常数与Wg计算分析

[功能]输入地球椭球四个基本参数,计算地球椭球主要的几何导出常数和物理导出常数。此项功能可用于课堂教学演示。

地球椭球常数与Wg计算分析

设置地球椭球四个基本参数

地球中心力常数GM(10¹⁰m³/s²) 3.986004415 自转平均角速度ω(10⁻⁵) 7.292115 长半轴a(m) 6378136.3
地球四个基本参数(C₂₀(10⁻¹⁰), J₂(10⁻¹⁰), 1/Fl_{eq}(四一位) 地球重力位系数C₂₀(10⁻¹⁰) -0.4841651437908

输入地球椭球四个基本参数

地球椭球几何物理导出常数计算

几何导出常数计算结果

椭球赤道半径a(m) 6378136.3000
椭球半轴b(m) 6356751.6551
等纬半径r(m) 6371000.1037
弦线半径ρ(m) 621854.6604
第一偏心率平方e² 0.00669436794242894
第二偏心率平方e'² 0.00673933137719190
赤道半径r_{eq}(Mm) 6335438.7088
极半径r_{po}(m) 6399592.8846

物理导出常数计算结果

动力学形状因子J₂ 1.0826261739 正常重力位U₀(W₀)(m²/s²) 62636858.3919 重力常数μ(m³/s²) 517.6353224813
大地水准面参数m 0.003449783945 赤道正常重力g_{eq}(m/s²) 9.7803274325 两极正常重力g_{po}(m/s²) 9.8321870775

计算过程 ** 操作提示

完成地球椭球基本几何物理导出常数计算!
完成地球椭球主要几何物理导出常数计算!
完成地球椭球主要几何物理导出常数计算!

正常椭球的潮汐系统与C₂₀或J₂一致

正常椭球的潮汐系统与C₂₀或J₂一致

输入地球椭球四个基本参数，然后点击[输入地球椭球四个基本参数]控制按钮...，程序在界面上输出并显示地球椭球全部几何物理参数。

地球椭球的第四个基本参数，可从地球重力场位系数 \bar{C}_{20} 、地球动力学形状因子 J_2 、地球椭球扁率倒数 $1/f$ 和地球椭球面正常重力位 U_0 中选择其中之一。

PAGrav4.5 推荐将参考重力场位系数模型的尺度参数 (GM 、 a)、 \bar{C}_{20} 和地球自转平均角速度 ω 作为正常椭球四个基本参数。采用这样的正常椭球作为参考基准，扰动地球重力场的 2 阶带谐项恒为零，有利于提高重力场逼近性能。

重力场模型	尺度参数		$\bar{C}_{20} \times 10^{-4}$	$Wg/U_0 (m^2/s^2)$	潮汐系统
	$GM \times 10^{14} m^3/s^2$	$a(m)$			
EGM2008	3.986004415	6378136.3	-4.84165143791	62636858.392	无潮汐
EIGEN-6C4	3.986004415	6378136.46	-4.84165217061	62636856.834	零潮汐
SGG-UGM2	3.986004415	6378136.3	-4.84168732275	62636858.644	零潮汐
GOCO05c	3.986004415	6378136.3	-4.84169458843	62636858.694	零潮汐
XGM2019	3.986004415	6378136.3	-4.84169494748	62636858.697	零潮汐

2.2 重力场位系数模型及其频谱特征分析计算

[目标]输入地球重力场位系数模型，计算地球空间任意点处扰动重力场元模型值，计算位系数模型阶方差、误差阶方差，大地水准面与扰动重力累积误差，以及位系数频谱特征，评价位系数模型的性能。

当设置相等的位系数模型最小、最大计算阶数 n 时，程序计算第 n 阶位系数对扰动重力场元的贡献。可用于分析评价位系数模型的谱域空域性质。

2.2.1 地球重力场各种场元模型值计算

[功能]输入地球重力场位系数模型，计算地球空间任意点处的（剩余）高程异常 (m)、空间异常 ($mGal$)、扰动重力 ($mGal$)、垂线偏差向量 (s , "/秒, 南向、西向)、扰动重力梯度 (径向, E)、水平重力梯度向量 (E , 北向、西向) 或 Laplace 算子 (E) 的模型值。

[输入]全球地球重力场位系数模型文件，计算点空间位置文件或计算面大地高格网文件。

位系数模型文件第 1 行约定为位系数尺度参数：地心引力常数 GM ($10^{14} m^3/s^2$) 与椭球长半轴 a (m)。尺度参数 (GM 、 a) 是位系数模型的代表基准，面谐函数定义在半径等于地球长半轴 a 的球面上。

计算点空间位置文件记录格式：点号/点名 经度 (度小数) 纬度 (度小数) 大地高 (m)

计算面大地高格网用于提供按格网计算的空间计算点大地坐标。

[参数设置]选择计算点文件、计算重力场元类型，输入位系数模型最小计算阶数、最大计算阶数。

程序选择重力场模型最大阶数和输入最大阶数中的最小值作为计算阶数。

当位系数最小计算阶数等于 1 时，程序计算扰动重力场元模型值；当位系数最小计算阶数大于 1 时，程序计算剩余扰动重力场元模型值。

[输出]（剩余）扰动重力场元模型值计算结果文件。

当输入计算点空间位置文件时，输出结果文件记录格式：在空间计算点值文件记录的基础上，增加一列或若干列模型扰动场元计算值，保留 4 位有效数字。

当输入计算面大地高格网文件时，程序输出结果文件记录格式：点号，经度，纬度，大地高，若干列指定场元类型（剩余）模型值。

地球重力场模型及其随纬度特征分析计算

打开位系数模型 打开计算点文件 设置参数输入 计算结果保存 开始计算 查看样例

地球重力场各种场元模型值计算 剩余地形(完全布格)影响模型值计算 全球地球重力场模型计算器 地球重力场频谱特征计算

打开全球地球重力场位系数模型文件

选择计算点文件格式
离散计算点文件

打开空间计算点文件

设置点值文件格式
头文件占住的行数 1
大地高属性列序号 4

选择计算场元类型
 高程异常(m)
 空间异常(mGal)
 扰动重力(mGal)
 垂线偏差(")
 扰动重力梯度(E)
 水平重力梯度(E)
 Laplace算子(E)

最小计算阶数 2
最大计算阶数 360

计算信息保存：
>> 打开全球地球重力场位系数模型文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/data/EGM2008.gfc-
** 下方窗口只显示了其中不超过2000行的位系数模型数据！
>> 打开计算点空间位置文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/PrModelgravfdcalc/calcpnt.txt.
** 观察下方窗口文件信息，设置点值文件格式...
>> 计算结果文件保存为 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/PrModelgravfdcalc/result.txt.
** 在空间计算点值文件记录的基础上增加一列或若干列模型扰动场元计算值，保留4位有效数字。
>> 参数设置结果已输入系统！
** 点击[开始计算]控件按钮，或[开始计算]工具按钮...
** 计算过程需要等待，期间可打开输出文件查看计算进度...
>> 计算开始时间：2024-08-31 17:43:01
>> 完成地球重力场(剩余)模型值计算！
>> 计算结束时间：2024-08-31 17:44:34

计算结果保存为 参数设置结果输入

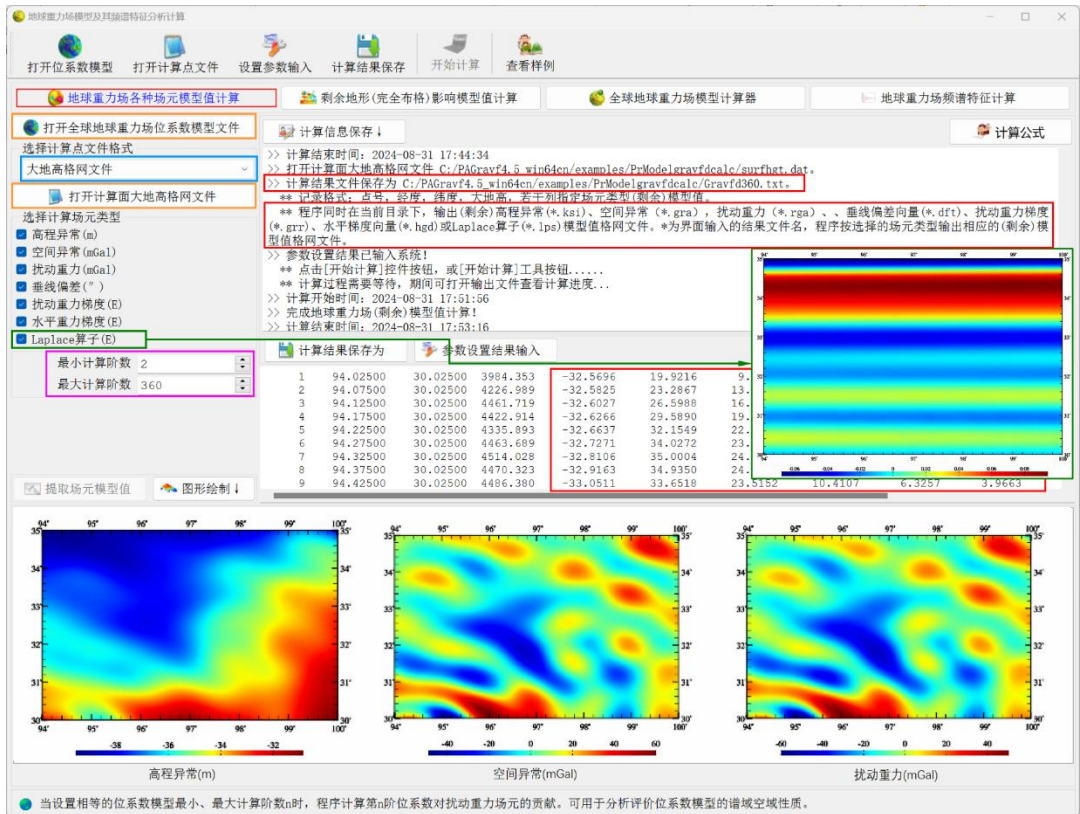
no	lon(deg)	lat(deg)	ellipheight(m)			
1	94.025000	30.025000	3984.353	-32.5696	9.9303	-7.0197
2	94.075000	30.025000	4226.989	-32.5825	13.2926	-5.1102
3	94.125000	30.025000	4461.719	-32.6027	16.5996	-3.1215
4	94.175000	30.025000	4422.914	-32.6266	19.5823	-1.2269
5	94.225000	30.025000	4335.893	-32.6637	22.1364	0.5431
6	94.275000	30.025000	4463.689	-32.7271	23.9898	2.0700
7	94.325000	30.025000	4514.028	-32.8106	24.9376	3.2059
8	94.375000	30.025000	4470.323	-32.9163	24.8396	3.8694
9	94.425000	30.025000	4486.380	-33.0511	23.8182	3.9663

高程异常(m) 扰动重力(mGal) 扰动重力梯度(径向E)

当设置相等的位系数模型最小、最大计算阶数n时，程序计算第n阶位系数对扰动重力场元的贡献。可用于分析评价位系数模型的谱域空域性质。

当按计算面大地高格网计算时，程序还在当前目录下，输出（剩余）高程异常(*.ksi)、空间异常(*.gra)、扰动重力(*.rga)、垂线偏差向量(*.dft)、扰动重力梯度(*.grr)、水平梯度向量(*.hgd)或Laplace算子(*.lps)模型值格网文件。*为界面输入的结果文件名，程序按选择的场元类型输出相应的（剩余）模型值格网文件。

计算过程需要等待，计算期间可打开输出文件查看计算进度...



任意 n 阶、累积 n 阶或 $n_1 \sim n_2$ 阶的 Laplace 算子 (E) 的理论值都恒等于零。用某地球重力场位系数模型, 计算 n 阶、累积 n 阶或 $n_1 \sim n_2$ 阶 Laplace 算子, 可评价该位系数模型的谱域和空域性能。

2.2.2 剩余地形(完全布格)影响模型值计算

[功能]输入全球陆海地形位系数模型 (m), 计算大地水准面及其外部空间任意点处高程异常 (m)、空间异常 (mGal)、扰动重力 (mGal)、垂线偏差 (s, "/秒, 南向、西向)、扰动重力梯度 (径向, E)、水平重力梯度 (E, 北向、西向) 或 Laplace 算子 (E) 的剩余地形 (完全布格) 影响模型值。

全球陆海地形位系数模型可事先调用[超高阶陆海地形球谐分析与球谐系数模型构建]程序构造。

[输入]全球陆海地形位系数模型 (m, 程序忽略一阶项) 文件, 计算点空间位置文件或计算面大地高格网文件。

地形位系数模型第 1 行约定为位系数尺度参数: 地心引力常数 GM ($10^{14}m^3/s^2$) 与椭球长半轴 a (m)。尺度参数 (GM 、 a) 是位系数模型的代表基准。

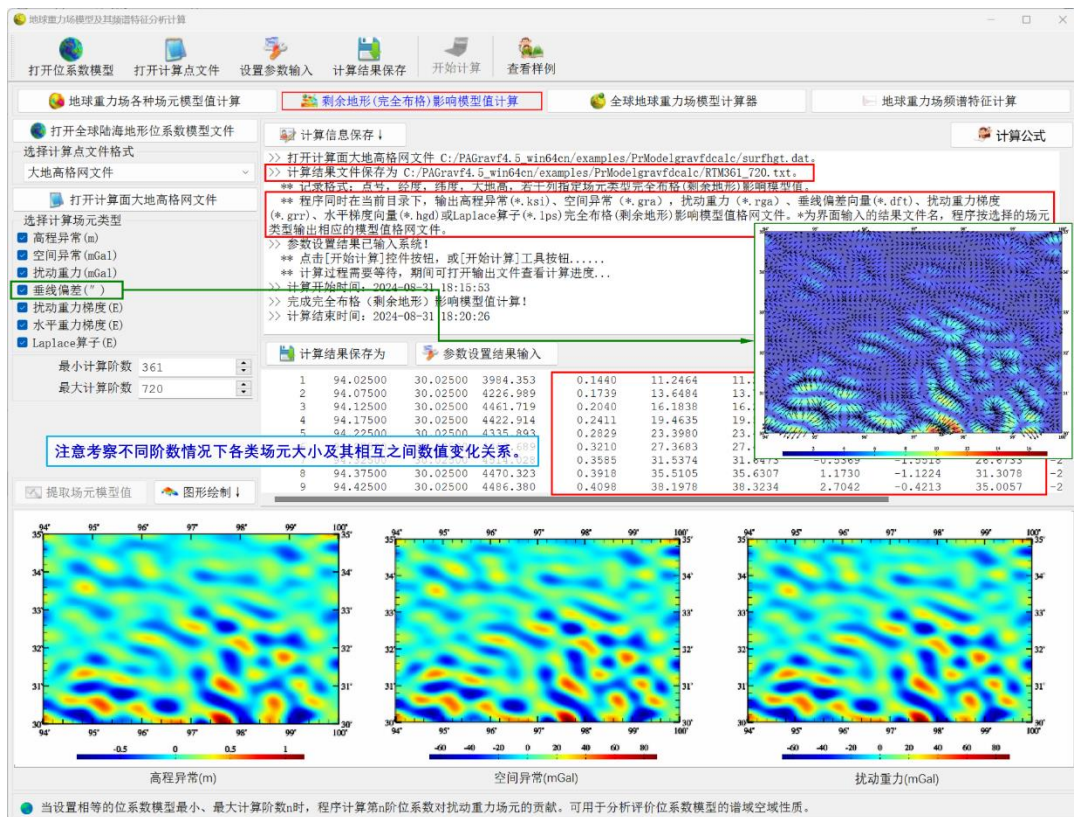
计算点空间位置文件记录格式: 点号/点名 经度 (度小数) 纬度 (度小数) 大地高 (m)

计算面大地高格网用于提供按格网计算的计算点空间大地坐标。

[参数设置]选择计算点文件格式、计算场元类型，输入位系数模型最小计算阶数、最大计算阶数。

程序选择地形位系数模型最大阶数和输入最大阶数中的最小值作为计算阶数。

当位系数最小计算阶数等于 1 时，程序计算陆海统一的扰动重力场元完全布格影响模型值；当位系数最小计算阶数大于 1 时，程序计算陆海统一的扰动重力场元剩余地形影响模型值。



[输出]扰动重力场元完全布格影响或剩余地形影响模型值计算结果文件。

当输入计算点空间位置文件时，输出结果文件记录格式：在空间计算点值文件记录的基础上，增加一列或若干列完全布格（或剩余地形）影响模型值，保留 4 位有效数字。

当输入计算面大地高格网文件时，输出结果文件记录格式：点号，经度，纬度，大地高，若干列指定场元类型完全布格（剩余地形）影响模型值。

当按计算面大地高格网计算时，程序还在当前目录下，输出高程异常 (*.ksi)、空间异常 (*.gra)，扰动重力 (*.rga)、垂线偏差向量 (*.dft)、扰动重力梯度 (*.grr)、水平梯度向量 (*.hgd) 或 Laplace 算子 (*.lps) 完全布格 (剩余地形) 影响模型值格网文件。
*为界面输入的结果文件名，程序按选择的场元类型输出相应的模型值格网文件。

计算过程需要等待，计算期间可打开输出文件查看计算进度...

类似地，计算 n 阶、累积 n 阶或 $n_1 \sim n_2$ 阶 Laplace 算子，可评价该剩余地形影响的谱

域和空域性能。

2.2.3 全球地球重力场模型计算器

[功能]输入超高阶地球重力场位系数文件，由计算点大地坐标，实时计算高程异常(m)、空间异常(mGal)、重力值(m/s²)、扰动重力(mGal)、垂线偏差向量(″/秒，南向、西向)、扰动重力梯度(径向，E)、水平重力梯度向量(E，北向、西向)、Laplace算子(E)、重力梯度(E)和重力位(m²/s²)的模型值。

首次打开超高阶地球重力场位系数文件时，程序需要时间读取和初始化，请耐心等待…

通过计算大地水准面重力位 W_G ，可以验证 W_G 等于正常椭球面的正常重力位 U_0 。验证方法：随意给定经纬度，第一次输入大地高为零，计算得到该点高程异常，第二次将高程异常作为大地高输入，再次计算，当计算得到的高程异常与输入大地高相等时，界面输出的重力位就是 W_G 。



容易验证，全球任意点处大地水准面上的重力位恒等于 W_G 。改变计算点的经纬度，并根据高程异常值调整计算点的大地高，你会发现，在全球任意点处，大地水准面的重力位不变。

2.2.4 地球重力场频谱特征分析计算

[功能]输入全球地球重力场位系数模型，计算 Kaula 曲线、位系数阶方差、位系数误差阶方差、以及大地水准面和重力异常累积误差曲线。考察与评估重力场位系数模型的谱域和空域性质。

打开超高阶地球重力场位系数文件时，程序需要时间读取和初始化，点击[开始计算]后请耐心等待，直到[图形绘制↓]点亮。



程序一次最多可以绘制 10 个全球重力场位系数模型的频谱曲线。

2.3 测点扰动场元计算与大地水准面误差分析

[目标]由实测重力数据，计算测点的空间重力异常、扰动重力或扰动重力梯度，估计格网平均重力误差、局部积分半径对区域重力大地水准面的影响。

2.3.1 实际测点扰动重力场元计算

[功能]采用严密的球谐级数公式，计算正常重力场参数值，进而由测点的重力 (mGal) 或重力梯度 (E) 观测值，计算其空间异常 (mGal)、扰动重力 (mGal) 或扰动重力梯度 (E) 值。

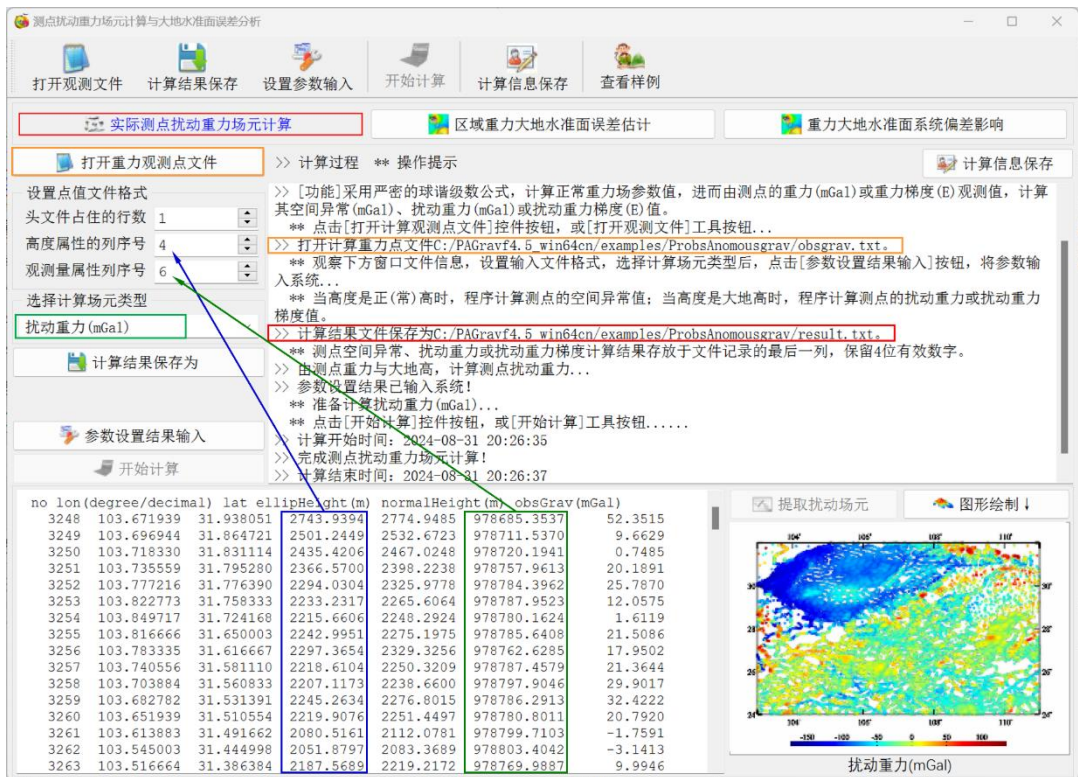
[输入]实测重力数据点值文件。

[参数设置]设置点值文件头行数，文件记录中高度、观测量属性所在的列序号，选择计算场元类型。

当高度是正 (常) 高时，程序计算测点的空间异常值；当高度是大地高时，程序计算测点的扰动重力或扰动重力梯度值。

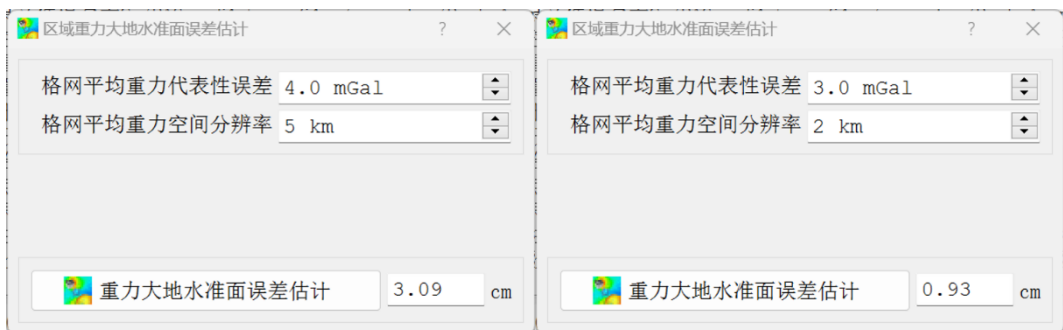
按照物理大地测量习惯，重力梯度观测量为铅垂线方向，正常重力梯度方向指向地球内部，扰动重力梯度方向为天顶方向。

[输出]计算结果文件。测点空间异常、扰动重力或扰动重力梯度计算结果存放于文件记录的最后一列，保留 4 位有效数字。



2.3.2 区域重力大地水准面误差估计

[功能]由格网平均重力的空间分辨率和误差，估计区域重力大地水准面的误差。区域重力大地水准面误差分析，依据有限积分半径的Stokes/Hotine积分公式，忽略残差重力场远区效应影响。



这里的平均重力代表误差主要是指地形代表误差，因为一般情况下，网格化过程中的重力观测误差远小于地形代表误差的影响。

2.3.3 重力大地水准面系统偏差影响

[功能]由空间异常或扰动重力的系统偏差，计算不同积分半径对重力大地水准面的影响。

空间异常/扰动重力系统偏差。可能成因：正常重力场不一致，高程基准差别，全

球大地位 W_0 取值不当或重力测量基准误差等。



2.4 非等位面上扰动场元边值问题校正计算

[目标]对位于球面、椭球面或其他任意形状非等位面上的扰动场元，进行 Stokes 边值问题校正，从而将非等位边界面的 Molodensky 边值问题转换为 Stokes 问题。

2.4.1 球面/椭球面 Stokes 边值问题校正计算

[功能]输入地球重力场位系数模型，计算扰动重力或空间异常由非等位的球面或椭球边界面到重力等位面的校正值 (mGal)，从而将 Molodensky 问题转换为 Stokes 边值。

椭球面边值校正，主要用于 FFT 空域全球积分法地球重力场椭球谐分析；球面边值校正，通常用于 Bjerhammar 边值问题计算。

非等位面上扰动场元的边值问题校正计算

打开计算点文件 设置参数输入 计算结果保存 开始计算 计算信息保存 查看样例

球面/椭球面Stokes边值问题校正计算 任意形状边界面Molodensky边值校正 椭球与球边界面边值校正公式

打开重力场位系数模型文件 >> 计算过程 ** 操作提示 计算信息保存

打开边界面计算点文件

设置点值文件格式

头文件占住的行数 1

大地高属性列序号 4

选择扰动场元类型

扰动重力(mGal)

选择边界面类型

椭球面

设置重力场模型最大计算阶数 360 计算结果保存为 参数设置结果输入 开始计算

计算过程 ** 操作提示

- ** 输入地球重力场位系数模型文件和边界面计算点文件...
- >> 打开重力场位系数模型文件 C:/PAGravf4.5_win64cn/data/EGM2008.gfc。
- ** 下方窗口只显示了其中不超过20000行的重力场模型位系数数据!
- >> 打开边界面计算点文件 C:/PAGravf4.5_win64cn/examples/PrBoundaryvalueAdj/calcpnt.txt。
- ** 观察下方窗口文件信息，设置输入文件格式，选择计算场元和边界面类型，输入结果保存文件名后，点击[参数设置结果输入]按钮，将参数输入系统...
- >> 计算结果文件保存为 C:/PAGravf4.5_win64cn/examples/PrBoundaryvalueAdj/result.txt。
- ** 边界面为椭球面，程序在源计算点值文件记录的基础上，增加1列重力的垂线偏差校正值。
- >> 参数设置结果已输入系统!
- ** 点击[开始计算]控件按钮，或[开始计算]工具按钮.....
- ** 计算过程需要等待... 期间可打开结果文件C:/PAGravf4.5_win64cn/examples/PrBoundaryvalueAdj/result.txt, 查看计算进度!
- >> 计算开始时间: 2024-08-31 21:45:46
- >> 完成扰动场元边值校正计算!
- > 计算结束时间: 2024-08-31 21:47:12

number	(value or str)	long (degree/decimal)	lat (degree/decimal)	ellipHeig
3248	103.671939	31.938051	2743.9394	0.0035
3249	103.696944	31.864721	2501.2449	-0.0075
3250	103.718330	31.831114	2435.4206	-0.0149
3251	103.735559	31.795280	2366.5700	-0.0233
3252	103.777216	31.776390	2294.0304	-0.0307
3253	103.822773	31.758333	2233.2317	-0.0380
3254	103.849717	31.724168	2215.6606	-0.0476
3255	103.816666	31.650003	2242.9951	-0.0645
3256	103.783335	31.616667	2297.3654	-0.0718
3257	103.740556	31.581110	2218.6104	-0.0794
3258	103.703884	31.560833	2207.1173	-0.0825
3259	103.682782	31.531391	2245.2634	-0.0892
3260	103.651939	31.510554	2219.9076	-0.0924
3261	103.613883	31.491662	2080.5161	-0.0940

提取较正值 图形绘制 ↓

[输入]地球重力场位系数模型文件，边界面计算点文件。

[参数设置]设置输入文件格式和重力场模型最大计算阶数，选择计算扰动场元和边界面类型。

[输出]计算结果文件。

当边界面为椭球面，程序在源计算点值文件记录的基础上，增加 1 列重力的垂线偏差校正值。

当边界面为球面，程序在源计算点值文件记录的基础上，增加 4 列校正值。第 1~3 列分别是重力的垂线偏差校正，重力由正常重力方向到地心方向的校正值，以及正常重力由正常重力方向到地心方向的校正值，第 4 列为 3 项改正数之和。

number	lon(degree/decimal)	ellipHeight(m)	disturbGrav(mGal)	
11569	106.020833	27.020833	1217.221	-31.0162
11570	106.062500	27.020833	1201.227	-33.8392
11571	106.104167	27.020833	1185.247	-33.9853
11572	106.145833	27.020833	1210.287	-30.7623
11573	106.187500	27.020833	1228.340	-25.5689
11574	106.229167	27.020833	1247.396	-21.2304
11575	106.270833	27.020833	1244.440	-20.7500
11576	106.312500	27.020833	1199.469	-25.2967
11577	106.354167	27.020833	1183.494	-32.6787
11578	106.395833	27.020833	1109.535	-37.6863
11579	106.437500	27.020833	1000.613	-35.4965
11580	106.479167	27.020833	1135.735	-25.6242
11581	106.520833	27.020833	1249.869	-14.5582
11582	106.562500	27.020833	1251.986	-8.4721
11583	106.604167	27.020833	1289.077	-9.8491
11584	106.645833	27.020833	1292.154	-14.3500
11585	106.687500	27.020833	1228.242	-15.3480
11586	106.729167	27.020833	1211.352	-9.6375
11587	106.770833	27.020833	1339.471	-1.0725
11588	106.812500	27.020833	1366.572	4.1638

2.4.2 任意形状边界面 Molodensky 边值校正

[功能]由地面或地球外部非等位的边界面上空间异常或扰动重力 (mGal) 格网、边界面模型高程异常格网、边界面大地高格网和参考等位面(Stokes 边值归算面)大地高格网，计算边界面上离散点空间异常或扰动重力的 Molodensky 一阶项边值改正数，从而将 Molodensky 边值问题，转换为 Stokes 边值问题。

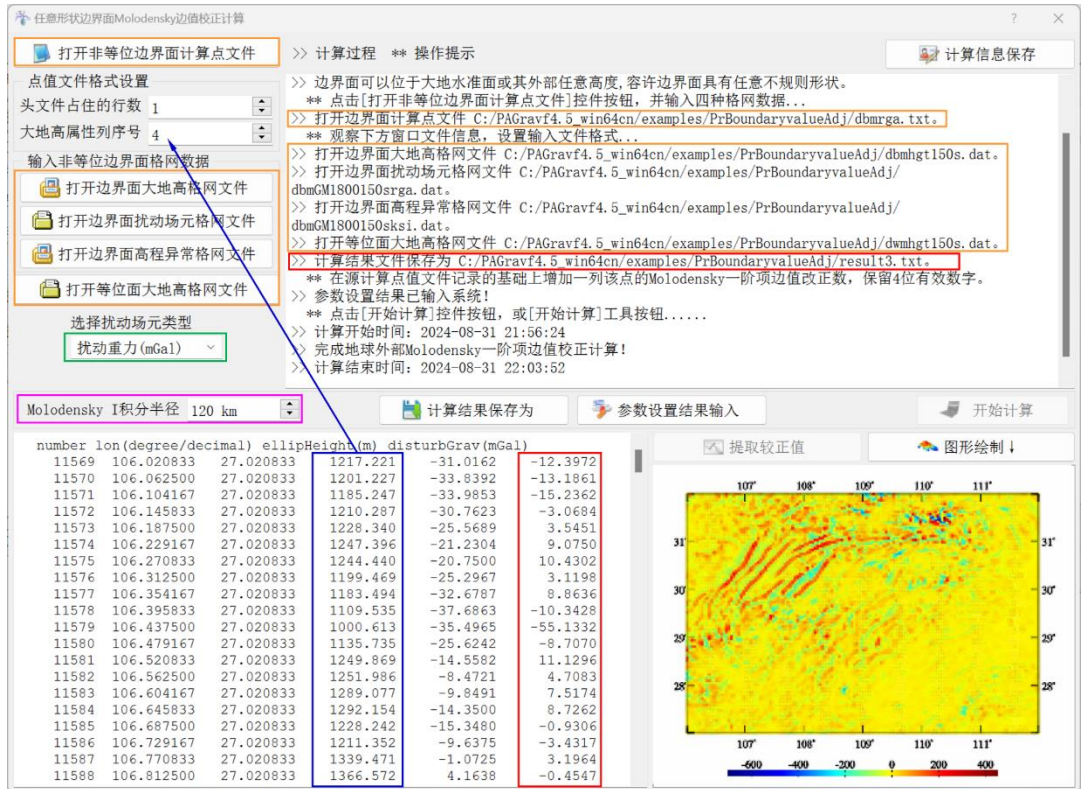
边界面可以位于大地水准面或其外部任意高度，容许边界面具有任意不规则形状。

[输入]边界面大地高格网，边界面扰动场元格网、边界面高程异常格网与参考等位面大地高格网文件，地球重力场位系数模型文件，边界面计算点文件。

程序要求输入的 4 个格网规格完全相同。

[参数设置]设置计算点文件格式和重力场模型最大计算阶数，选择计算扰动场元和边界面类型。

程序要求选择的计算扰动场元类型与输入边界面扰动场元格网类型相同。



[输出]计算结果文件。

在源计算点值文件记录的基础上，增加一列该点的 Molodensky 一阶项边值改正数，保留 4 位有效数字。

当边界面为地面，参考等位面为大地水准面时，程序计算经典的 Molodensky 一阶项 (mGal)。

2.5 离散扰动场元多阶径向梯度法解析延拓

[功能]利用当前高度面大地高格网及其面上的扰动场元格网，按严密径向梯度积分公式确定 1~3 阶径向梯度，计算空间点处由当前高度到目标高度的解析延拓改正数。

[输入]场元空间位置点值文件，当前高度面扰动场元格网文件和当前高度面大地高格网文件。

程序要求空间位置点值文件记录包含当前场元大地高和目标场元大地高属性。

[参数设置]设置当前场元大地高和目标场元大地高属性在文件记录中的列序号，输入径向梯度延拓阶数和径向梯度积分半径 (km)。

积分半径越大，边缘效应越大；积分半径应不小于延拓高差的3倍。

高取扰动场元多阶径向梯度法解析延拓

打开计算点文件 设置参数输入 计算结果保存 开始计算 计算信息保存 查看样例

打开场元空间位置点值文件 >> 计算过程 ** 操作提示

点值文件格式设置
 点值头文件占住的行数 1
 当前场元大地高列序号 4
 目标场元大地高列序号 5

打开当前高度面扰动场元格网文件
 打开当前高度面大地高格网文件

径向梯度延拓阶次 1

径向梯度积分半径 30 km

计算结果保存为 参数设置结果输入 开始计算

提取延拓改正数 图形绘制

no lon(degree/decimal) lat ellipHeight(m) geoidheight(m) disturbGrav(mGal)

no	lon(degree/decimal)	lat	ellipHeight(m)	geoidheight(m)	disturbGrav(mGal)			
11569	106.020833	27.020833	1217.221	-30.8082	-14.8212	-1.6832		
11570	106.062500	27.020833	1201.227	-30.8052	-16.1491	-1.9187		
11571	106.104167	27.020833	1185.247	-30.7849	-14.8039	-1.6058		
11572	106.145833	27.020833	1210.287	-30.7411	-10.1454	-0.6859		
11573	106.187500	27.020833	1228.340	-30.6802	-3.6100	0.6175		
11574	106.229167	27.020833	1247.396	-30.6183	1.9480	1.7425		
11575	106.270833	27.020833	1244.440	-30.5729	3.5017	2.0024		
11576	106.312500	27.020833	1199.469	-30.5503	-0.1382	1.0932		
11577	106.354167	27.020833	1183.494	-30.5360	-6.8208	-0.4436		
11578	106.395833	27.020833	1109.535	-30.4998	-11.3515	-1.4961		
11579	106.437500	27.020833	1000.613	-30.4157	-8.9350	-1.1580		
11580	106.479167	27.020833	1135.735	-30.2841	0.8626	0.4426		
11581	106.520833	27.020833	1249.869	-30.1357	11.6378	2.4377		
11582	106.562500	27.020833	1251.986	-30.0096	17.2750	3.1842		
11583	106.604167	27.020833	1289.077	-29.9216	15.2947	2.2168		

提取延拓改正数 图形绘制

● 径向梯度法，采用实际扰动重力场元梯度，对扰动重力场元进行解析延拓，适合航空、地面及近距离(10km)向上向下解析延拓。
 ● 扰动场元径向梯度短波、超短波占优，计算所需的积分半径一般无需很大，径向梯度法延拓有利于重力场观测资源的高效利用。

高取扰动场元多阶径向梯度法解析延拓

打开计算点文件 设置参数输入 计算结果保存 开始计算 计算信息保存 查看样例

打开场元空间位置点值文件 >> 计算过程 ** 操作提示

点值文件格式设置
 点值头文件占住的行数 1
 当前场元大地高列序号 4
 目标场元大地高列序号 5

打开当前高度面扰动场元格网文件
 打开当前高度面大地高格网文件

径向梯度延拓阶次 3

径向梯度积分半径 30 km

计算结果保存为 参数设置结果输入 开始计算

提取延拓改正数 图形绘制

ellipHeight(m) geoidheight(m) disturbGrav(mGal)

ellipHeight(m)	geoidheight(m)	disturbGrav(mGal)			
1217.221	-30.8082	-14.8212	-1.6832	-1.8275	-1.8371
1201.227	-30.8052	-16.1491	-1.9187	-2.0872	-2.0984
1185.247	-30.7849	-14.8039	-1.6058	-1.7436	-1.7530
1210.287	-30.7411	-10.1454	-0.6859	-0.7341	-0.7377
1228.340	-30.6802	-3.6100	0.6175	0.7001	0.7051
1247.396	-30.6183	1.9480	1.7425	1.9451	1.9587
1244.440	-30.5729	3.5017	2.0024	2.2364	2.2527
1199.469	-30.5503	-0.1382	1.0932	1.2296	1.2392
1183.494	-30.5360	-6.8208	-0.4436	-0.4670	-0.4683
1109.535	-30.4998	-11.3515	-1.4961	-1.6243	-1.6323
1000.613	-30.4157	-8.9350	-1.1580	-1.2536	-1.2597
1135.735	-30.2841	0.8626	0.4426	0.5050	0.5103
1249.869	-30.1357	11.6378	2.4377	2.7100	2.7302
1251.986	-30.0096	17.2750	3.1842	3.5191	3.5437
1289.077	-29.9216	15.2947	2.2168	2.4126	2.4251

提取延拓改正数 图形绘制

● 径向梯度法，采用实际扰动重力场元梯度，对扰动重力场元进行解析延拓，适合航空、地面及近距离(10km)向上向下解析延拓。
 ● 扰动场元径向梯度短波、超短波占优，计算所需的积分半径一般无需很大，径向梯度法延拓有利于重力场观测资源的高效利用。

[输出]计算结果文件。

在原点值文件记录的基础上，增加 1 至 3 列场元梯度延拓改正数（单位与场元相同），保留 4 位有效数字。

径向梯度法，采用实际扰动重力场元梯度，对扰动重力场元进行解析延拓，适合航空、地面及近距离（10km）向上向下解析延拓。

扰动场元梯度主要成分是短波、超短波的，径向梯度计算所需的积分半径一般无需很大，径向梯度法延拓有利于重力场观测资源的高效利用。

推荐结合超高阶重力场移去恢复方案，优化场元径向梯度延拓效果。即先移去当前高度扰动场元的超高阶重力场模型值，由残差扰动场元按径向梯度法延拓，再恢复目标高度扰动场元的模型值。

当重力点密度不足，分布不规则或在困难山区，可采用超高阶重力场模型与地形影响组合移去恢复方案，提高解析延拓效果。

2.6 扰动重力场元粗差探测与基函数格网化

2.6.1 参考面支持的观测量粗差探测

[功能]选择低通格网作为参考面，内插离散点处指定属性的参考值，并计算残差值。由离散点残差值的统计性质，探测并分离粗差记录。

[输入]含探测属性的离散点值文件，用于属性参考面的低通滤波格网文件。

软件界面显示“参考面支持的观测量粗差探测”功能。左侧为操作按钮，包括“打开观测点值文件”、“打开参考面格网文件”、“无粗差结果保存为”、“粗差结果保存为”、“参数设置结果输入”和“开始计算”。中间为操作说明和日志，包含以下信息：

- 从界面上方三个控件按钮中选择功能模块...
- [功能]选择低通格网作为参考面，内插离散点处指定属性的参考值，由残差属性值的统计性质，探测并分离离散点值粗差记录。
- **参考面可采用观测量简单格网化后，再进行低通滤波的方式构造。当采用测点覆盖区域的零值格网作为参考面，即无参考面支持，程序进行简单的粗差探测。
- 打开观测点值文件C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/PrGerrweighgrdate/pntdata.txt.
- **观察下方窗口文件信息，设置点值文件格式...
- 打开参考面格网文件C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/PrGerrweighgrdate/lowpass.dat.
- 无粗差结果保存为 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/PrGerrweighgrdate/pntdatanoerr.txt.
- 分离出的粗差保存为C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/PrGerrweighgrdate/pntdataoerr.txt.
- 参数设置结果已输入系统!
- **点击[开始计算]控件按钮，或[开始计算]工具按钮.....
- 计算开始时间: 2024-09-01 09:38:46
- 完成计算!
- 计算结束时间: 2024-09-01 09:38:46

右侧为图形绘制区域，包含“提取绘图数据”和“图形绘制”按钮。下方显示两个并排的散点图，左侧为“输入观测量”，右侧为“无粗差观测量”，均带有经纬度坐标轴和颜色标尺。

[参数设置]输入离散点值文件头行数，待探测属性所在列序号，以及超出标准差倍数（用于判定粗差）。

当属性值与其平均值之差的绝对值大于 n 倍属性标准差时，该记录是粗差记录。

[输出]粗差离散点值文件（头文件为指定属性残差平均值，标准差，最小值和最大值），无粗差的离散点值文件（格式同输入离散点值文件）。

参考面可采用简单格网化后再采用低通滤波的方式构造。采用零值格网作为参考面，等价于没有参考面支持。

2.6.2 指定参考属性的观测量定权

[功能]指定点值文件记录中的参考属性，依据其统计性质，按 PAggrav4.5 自定义的权函数形式，估计权值。

[输入]含参考属性的离散点值文件。

本例中，参数属性是扰动重力局部地形影响，由数字高程模型数据事先按积分法计算，用于定量反映局部地形起伏程度。

The screenshot shows the PAggrav4.5 software interface. The main window is titled "指定参考属性的观测量定权". The interface includes a menu bar with options like "打开点值文件", "结果保存", "设置参数输入", "开始计算", "计算信息保存", and "查看样例". Below the menu bar, there are several toolbars and a central text area. The central text area contains the following text:

权函数 $w(x, a) = 10\sigma\sqrt{\sigma^2 + (ax)^2}$, x 为指定参考属性值, a 为给定的权函数参数, σ 为模块计算的 x 的标准差。

计算信息保存

打开参考面格网文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/PrGerrweighgridate/lowpass.dat.
无粗差结果保存为 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/PrGerrweighgridate/pntdatanoerr.txt.
分离出的粗差保存为 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/PrGerrweighgridate/pntdatanoerr.txt.
参数设置结果已输入系统!
** 点击 [开始计算] 控件按钮, 或 [开始计算] 工具按钮.....
>> 计算开始时间: 2024-09-01 09:38:46
>> 完成计算!
>> 计算结束时间: 2024-09-01 09:38:46
>> [功能] 利用离散点值文件中指定属性场元及其统计性质, 由用户指定参数, 按系统设计的权函数形式, 估计场元的权值。
>> 打开观测点值文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/PrGerrweighgridate/pntdatanoerr.txt.
** 察看下方窗口文件信息, 设置点值文件格式...
>> 定权结果保存为 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/PrGerrweighgridate/pntwghrst.txt.
参数设置结果已输入系统!
** 点击 [开始计算] 控件按钮, 或 [开始计算] 工具按钮.....
>> 计算开始时间: 2024-09-01 09:41:34
>> 完成计算!
>> 计算结束时间: 2024-09-01 09:41:34

On the left side, there are several input fields: "打开观测点值文件", "头文件占位行数 1", "参考属性列序号 6", and "权函数平滑因子 a 2.0". Below these are buttons for "定权结果保存为" and "参数设置结果输入".

At the bottom left, there is a table with columns: "number", "lon(deg/decimal)", "lat", "ellipHeight(m)", "rntKsi(m)", and "Teff(mGal)". The table contains 21 rows of data. The "Teff(mGal)" column is highlighted in blue.

At the bottom right, there are two plots. The left plot is titled "提取绘图数据" and the right plot is titled "图形绘制". Both plots show a grid of points with a color scale ranging from -20 to 20. The left plot is labeled "参考属性值" and the right plot is labeled "观测量值".

[参数设置]输入离散点值文件头文件行数，参考属性 x 在文件记录中的列序号，以及权函数平滑因子。

PAGrav4.5 定义的定权函数： $w(x, a) = 10\sigma\sqrt{\sigma^2 + (ax)^2}$, x 为参考属性， a 为给定的权函数平滑因子， σ 为程序自动计算的 x 的标准差。

[输出]离散点定权结果文件。在输入文件记录的基础上，增加一列权值属性。
本例中，扰动重力局部地形影响绝对值越大，局部地形起伏越剧烈，权值越小。

2.6.3 异质数据基函数插值格网化

[功能]按输入的格网规格和选定的基函数形式及参数值，采用加权基函数插值方法，对离散点值数据进行格网化。

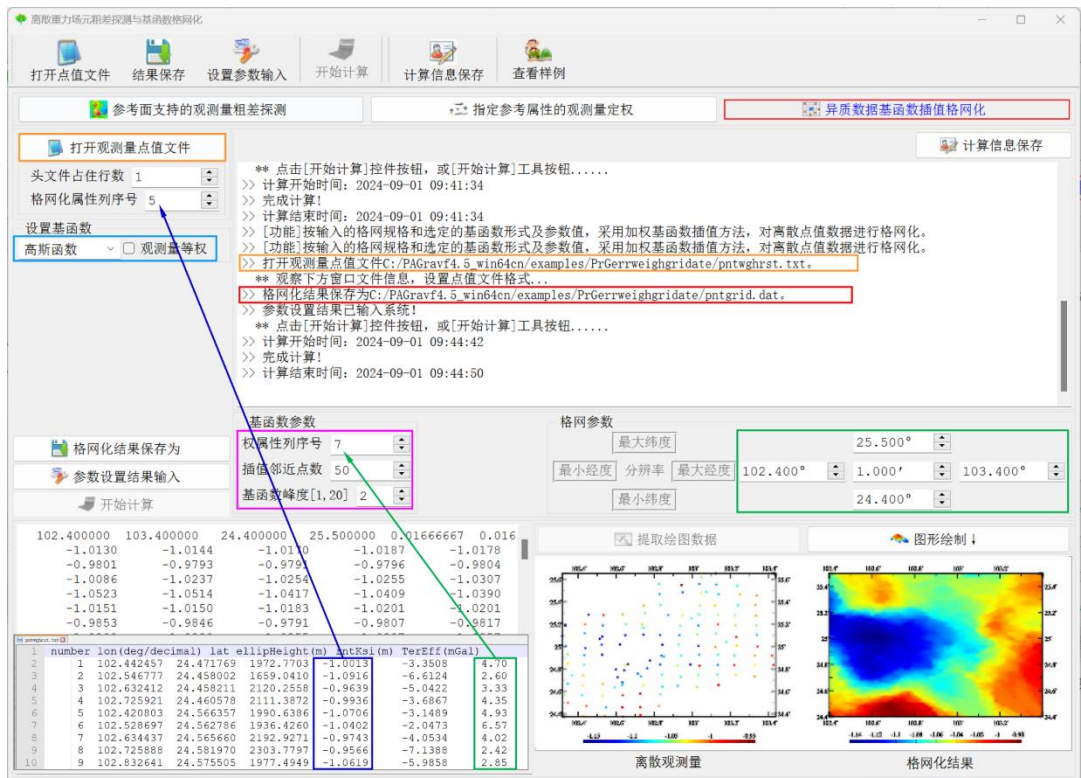
[输入]待格网化的离散点值文件。

[参数设置]输入待格网化的离散点属性列序号，选择基函数形式（余弦函数、高斯函数或指数函数），插值邻近点数和权函数峰度，设置格网分辨率和经纬度范围。

基函数峰度越小（基函数随距离衰减越慢），插值邻近点数越大，格网化过程的低通滤波能力越强，插值越平滑，边缘效应越弱，对稀疏数据的插值能力也越强。

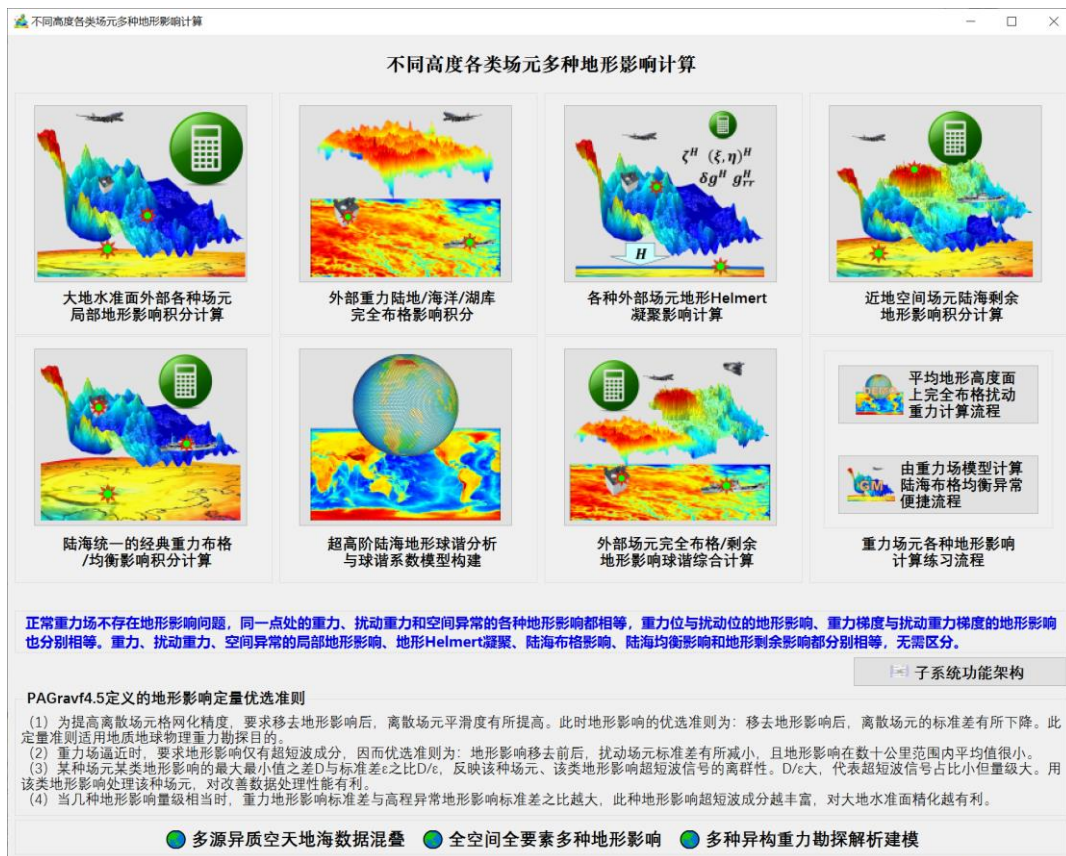
计算插值点数值时，程序将离散点记录属性中的权值与基函数（插值点与离散点之间距离的函数）相乘，作为离散点权值。

基函数赋权插值格网化，是 PAggrav4.5 基于一般地球物理场性质专门设计的算法，适合各种单一类型多源异质地球物理场格网化。



第三章 不同高度各类场元多种地形影响计算

PAGrav4.5 采用相容的重力场解析算法，通过构造外部空间调和的多种地形影响场，研发适合空天地海不同高度、各种类型重力场元、多种性质地形影响的解析算法体系，以有效应对各种复杂观测情形下的地质地球物理重力勘探要求，大幅提升物理大地测量数据处理与重力场逼近性能。



正常重力场不存在地形影响问题，同一点处的重力、扰动重力和空间异常的各种地形影响都相等，重力位与扰动位的地形影响、重力梯度与扰动重力梯度的地形影响也分别相等。重力、扰动重力、空间异常的局部地形影响、地形 Helmert 凝聚、陆海布格影响、陆海均衡影响和地形剩余影响都分别相等，无需区分。

本组程序选择平均海拔高度 4000m、地形起伏 3000m 以上的典型困难山区，测试各种地形影响算法性能，以方便快速掌握地形影响性质及其空域谱域特征。

3.1 大地水准面外部各种场元局部地形影响计算

[目标]由地面数字高程模型和地面大地高格网，按严密数值积分或 FFT 算法，计算大地水准面及其外部高程异常 (m)、重力 (mGal)、垂线偏差 (南向、西向，") 或重力梯度 (径向，E) 的局部地形影响。

各种类型场元的地形影响等于其经典地形改正的负值，如局部地形影响等于负的局部地形改正。由于正常重力场不存在地形影响问题，因此，扰动重力、空间异常的局部地形影响等于重力的局部地形影响。

3.1.1 外部各种重力场元局部地形影响数值积分

[功能]由地面数字高程模型和地面大地高格网，按严密数值积分方法，计算大地水准面及其外部高程异常 (m)、重力 (mGal)、垂线偏差 (”，南向、西向) 或重力梯度 (径向, E) 的局部地形影响。

[输入]格网规格相同的地面数字高程模型与地面大地高格网文件，计算点空间位置文件或计算面大地高格网文件。

计算点空间位置文件记录格式：点号/点名 经度 (度小数) 纬度 (度小数) 大地高 (m)

计算面大地高格网用于提供按格网计算的空间计算点大地坐标。

[参数设置]选择计算点文件格式、计算场元类型，输入局部地形影响积分半径。

计算过程 ** 操作提示

>> [功能]由地面数字高程模型和地面大地高格网，按严密数值积分方法，计算大地水准面及其外部高程异常 (m)、重力 (mGal)、垂线偏差 (”，南向、西向) 或重力梯度 (E, 径向) 的局部地形影响。

** 输入格网规格相同的地面数字高程模型与地面大地高格网文件...

>> 打开地面数字高程模型文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/terLocalterraininfl/landtma.dat.

>> 打开地面大地高格网文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/terLocalterraininfl/landmsurfnet.dat.

>> 打开计算点空间位置文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/terLocalterraininfl/surfnet.txt.

** 观察下方窗口文件信息，设置点值文件格式...

>> 计算结果保存为 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/terLocalterraininfl/surfnetintg.txt.

** 记录格式：在空间计算点值文件记录的基础上，增加若干列指定类型场元的局部地形影响计算值，保留4位有效数字。

>> 参数设置结果已输入系统！

** 点击[开始计算]控件按钮，或[开始计算]工具按钮.....

>> 计算开始时间：2024-09-02 10:08:00

>> 完成大地水准面及其外部场元的局部地形影响积分计算！

>> 计算结束时间：2024-09-02 10:08:02

设置积分半径 90 km

number	long(deg/decimal)	lat	ellipHeight(m)					
1	98.550000	33.050000	4372.431	0.4748	-0.6543	-6.3693	0.2496	1.4864
2	98.650000	33.050000	4372.834	0.6019	-0.3868	-5.4945	-3.2741	0.2816
3	98.750000	33.050000	4530.959	-1.0367	-2.0958	-6.5741	-4.6892	-1.4646
4	98.850000	33.050000	4567.407	-1.0858	-2.0675	-6.9916	-1.1745	22.7751
5	98.950000	33.050000	4646.551	-2.1223	-3.3753	-7.5768	-2.4547	7.9309
6	99.050000	33.050000	4672.380	-2.4157	-2.7630	-4.5712	1.0716	11.0263
7	99.150000	33.050000	4631.765	-2.0435	-2.6243	-0.6258	2.7601	-6.5803
8	99.250000	33.050000	4475.199	-0.5338	-1.0328	-0.5357	3.5542	7.0332

地面高程模型(m) 高程异常(m) 重力(mGal) 垂线偏差南向(”)

● 计算点位置适合大地水准面及其外部近地空间，即大地水准面至航空高度。由于正常重力场保持不变，地形影响的对象是重力位、重力和重力梯度，因此，任意计算点处扰动重力、空间异常的地形影响都等于其重力的地形影响。

● 地面数字高程模型格网边缘积分半径范围内，存在积分的边缘效应。高海拔地区，重力的局部地形影响有正有负，重力局部地形影响近似等于线性Molodensky—阶项。近岸海域存在局部地形影响，大洋深处局部地形影响等于零。

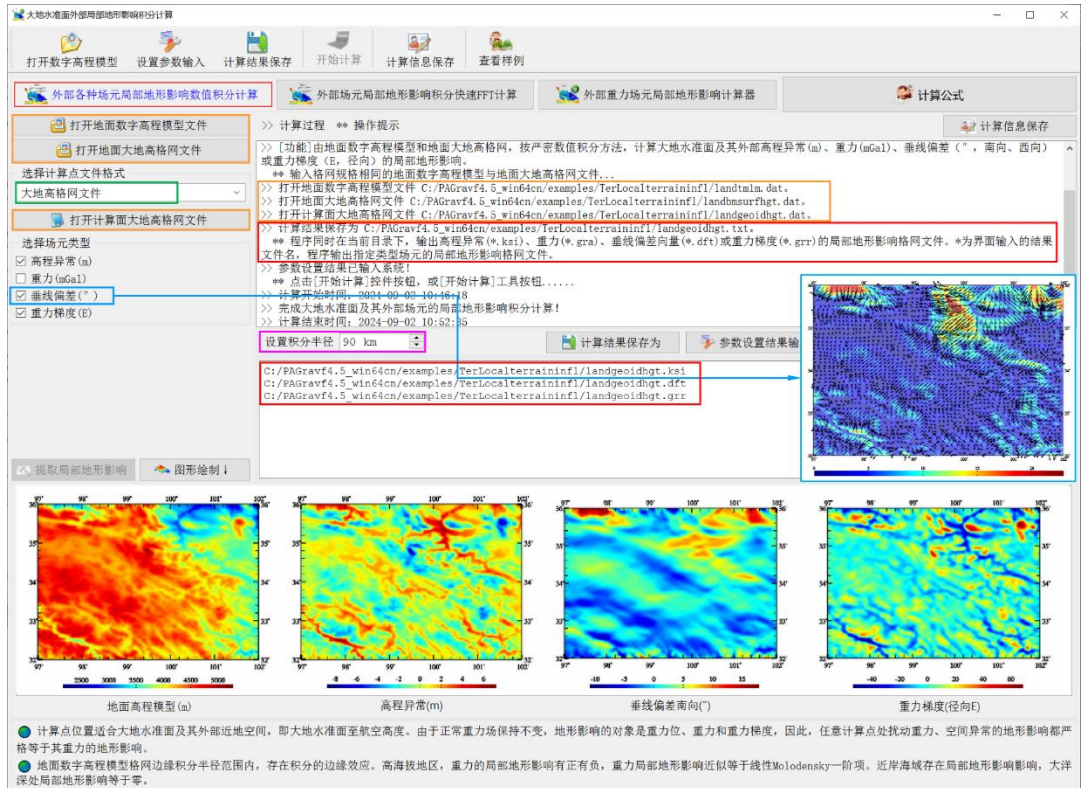
[输出]各种场元局部地形影响计算结果文件。

当输入计算点空间位置文件时，输出结果文件记录格式：在空间计算点值文件记录的基础上，增加若干列指定类型场元的局部地形影响计算值，保留4位有效数字。

当输入计算面大地高格网文件时，程序运行过程中的临时输出结果文件（方便查看

运行进度)记录格式:点号, 经度, 纬度, 大地高, 若干列指定类型场元局部地形影响。程序运行结束后, 结果文件存储输出场元局部地形影响网格文件名。

当按计算面大地高格网计算时, 程序在当前目录下, 输出高程异常 (*.ksi)、重力 (*.gra)、垂线偏差向量 (*.dft) 或重力梯度 (*.grr) 的局部地形影响格网文件。*为界面输入的结果文件名, 程序输出指定类型场元的局部地形影响格网文件。



计算点位置适合大地水准面及其外部近地空间, 即大地水准面至航空高度。由于正常重力场保持不变, 地形影响的对象是重力位、重力和重力梯度, 因此, 任意计算点处扰动重力、空间异常的地形影响都严格等于其重力的地形影响。

表 3.1 地面各种重力场元的局部地形影响统计结果

地面数字高程模型格网边缘积分半径范围内, 存在积分的边缘效应。高海拔地区, 重力的局部地形影响有正有负, 重力局部地形影响近似等于线性 Molodensky 一阶项。近岸海域存在局部地形影响影响, 大洋深处局部地形影响等于零。

本例采用 1'数字高程模型, 积分半径取 90km, 计算面选择地面 (位置用地面大地高格网表示), 计算各种地面扰动场元的局部地形影响。扣除外围 1°存在积分边缘效应的格网区域后, 进行统计。

令 D 为最大值与最小值之差, 即极差, ε 为标准差, 极差标准差比率 D/ε 大表明超短波信号数量占比小但幅值突出。一般情况下, 某种类型场元的某类地形影响 D/ε 较大,

则该类地形影响对该种场元数据处理越有利。本例中，重力局部地形影响的 D/ε 较大，说明，用局部地形影响处理重力（空间异常或扰动重力）数据效果较好；垂线偏差局部地形影响的 D/ε 最小，说明，用局部地形影响处理垂线偏差数据不是一种好的选择。

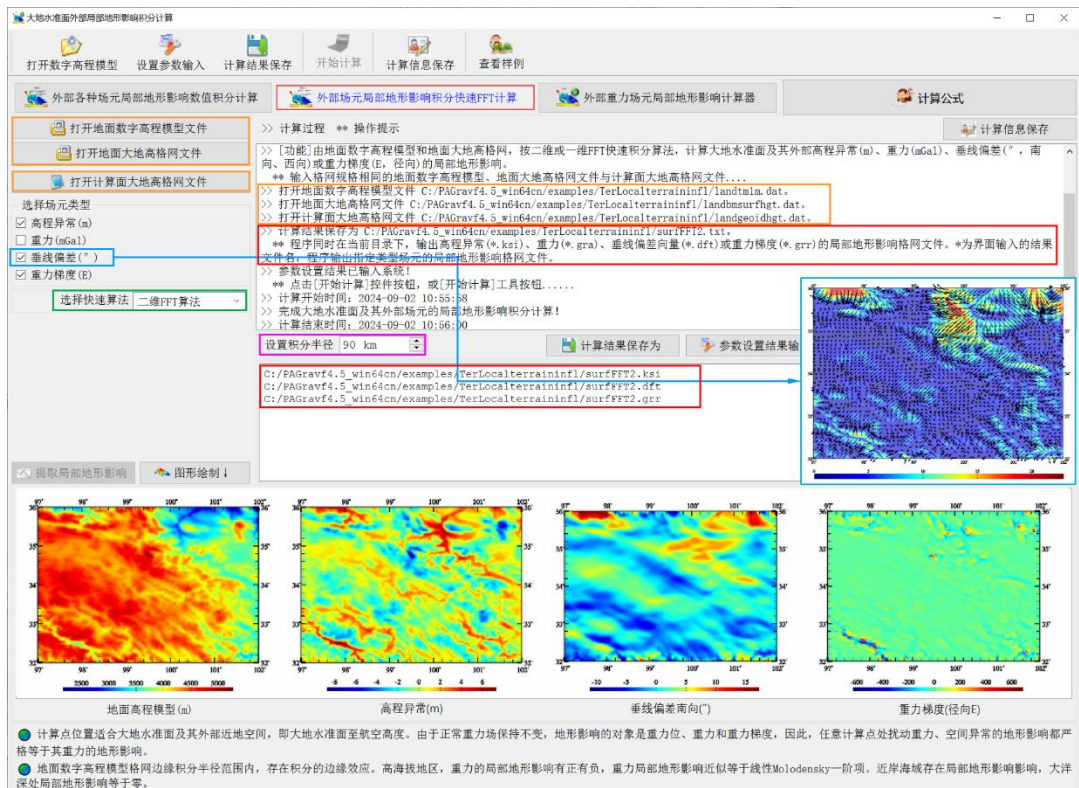
表 3.1 各种地面重力场量局部地形影响统计

场元类型/单位	平均值	标准差 ε	最小值	最大值	D/ε
高程异常 m	-0.2233	1.4995	-8.9709	4.9249	9.3
重力 mGal	-0.5364	0.7599	-14.3238	0.5061	19.5
垂线偏差 S"	1.0139	3.2809	-8.7789	13.2512	6.7
垂线偏差 W"	1.7161	3.2445	-6.8166	14.4212	6.5
重力梯度 E	1.3980	83.1923	-368.3504	493.4792	10.4

3.1.2 外部各种场元局部地形影响快速 FFT 计算

[功能]由地面数字高程模型和地面大地高格网，按二维或一维 FFT 快速积分算法，计算大地水准面及其外部高程异常 (m)、重力 (mGal)、垂线偏差 ("，南向、西向) 或重力梯度 (E，径向) 的局部地形影响。

[输入]格网规格相同的地面数字高程模型、地面大地高格网文件与计算面大地高格网文件。

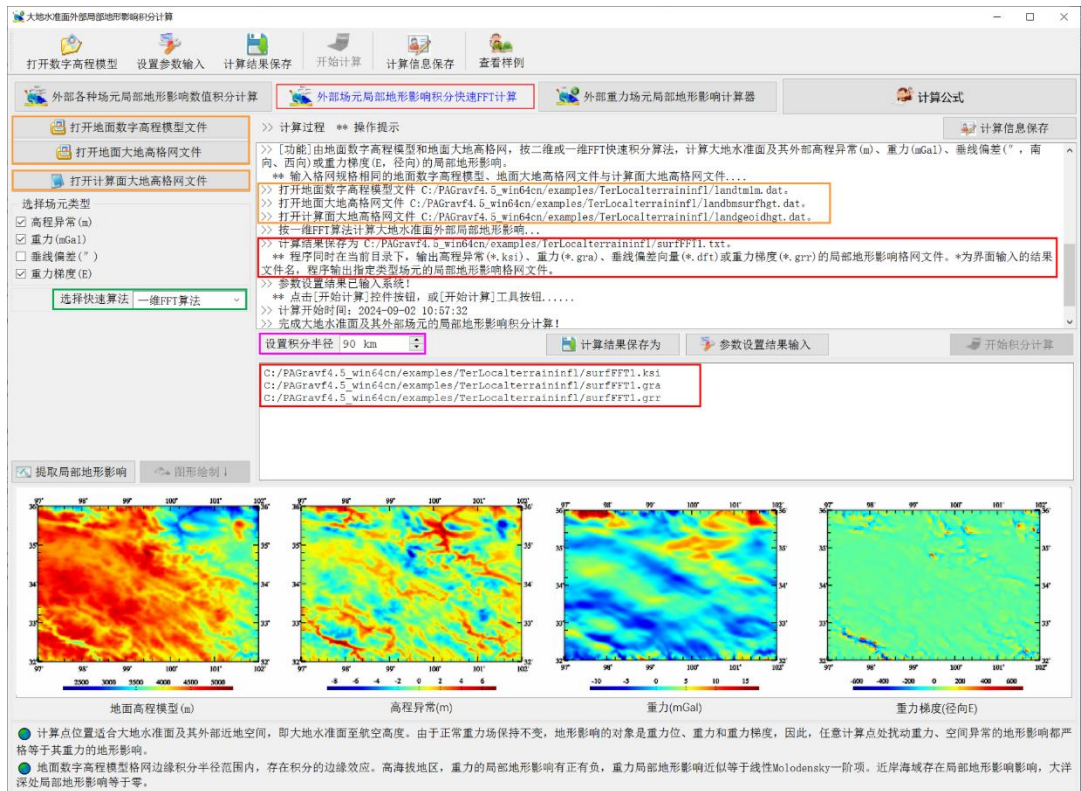


[参数设置]选择计算场元类型和快速算法，输入局部地形影响积分半径。

PAGrav4.5 通过控制核函数定义域，实现固定半径的地形影响积分，包括数值积分与积分快速 FFT 算法（核函数加窗），以协调统一各种地形影响算法。二维 FFT 采用改化的平面二维核函数，在纬度 10°范围内，其计算精度与一维 FFT 没有明显差异。

[输出]指定类型场元局部地形影响格网。

程序在当前目录下，输出高程异常 (*.ksi)、重力 (*.gra)、垂线偏差向量 (*.dft) 或重力梯度 (*.grr) 的局部地形影响格网文件。*为界面输入的结果文件名，程序输出指定类型场元的局部地形影响格网文件。



本例采用与数值积分完全相同的参数，按 FFT 算法计算，统计场元局部地形影响的 FFT 计算结果与数值积分结果之差。

表 3.2 局部地形影响 FFT 计算结果与数值积分结果之差统计

FFT 与数值积分之差		平均值	标准差	最小值	最大值
高程异常 m	FFT2	-0.0001	0.0138	-0.0686	0.0883
	FFT1	0.0012	0.0027	-0.0115	0.0110
重力 mGal	FFT2	0.0352	0.2316	-0.7410	1.4406
	FFT1	0.0341	0.2298	-0.7602	1.3356

垂线偏差 S''	FFT2	-0.0082	0.0197	-0.1176	0.1275
	FFT1	-0.0026	0.0138	-0.1616	0.1538
垂线偏差 W''	FFT2	0.0018	0.0400	-0.3873	0.1555
	FFT1	0.0051	0.0198	-0.4444	0.2844
重力梯度 E	FFT2	0.0042	0.5176	-19.6242	10.5354
	FFT1	0.0036	0.5859	-21.2847	12.1181

统计结果显示，严密数值积分与快速 FFT 算法计算结果差异不大，一维 FFT 与二维 FFT 计算结果之间没有明显差异。

3.1.3 外部各种重力场元局部地形影响计算器

[功能]输入地面数字高程模型和地面大地高格网，实时计算大地水准面外部近地空间计算点的高程异常 (m)、重力 (mGal)、垂线偏差向量 (", 南向 S/西向 W) 和重力梯度 (E, 径向) 的局部地形影响。

首先输入格网规格完全相同的地面数字高程模型 (表示地形起伏) 与地面大地高格网 (表示地面位置的大地坐标) 文件，点亮[开始计算]按钮。之后，可反复输入计算点的大地坐标，及时计算并显示计算点处各种场元的局部地形影响。

地面数字高程模型

97.000000	102.000000	32.000000	36.000000	0.01666667	0.01666667
3988.0003	4048.9987	4129.9921	4151.9956	4155.9995	4177.99
4277.9980	4373.9953	4466.9865	4479.9931	4520.9918	4547.98
4242.0005	4229.0008	4211.0001	4155.0054	4150.0047	4157.00
4429.0008	4511.9959	4529.9999	4509.0014	4539.9993	4531.99
4273.0028	4221.0005	4196.0000	4193.0000	4251.0050	4337.99
4643.9962	4607.0000	4593.0000	4585.9976	4457.0003	4379.98
4500.0065	4593.0000	4593.0000	4585.9976	4585.9976	4473.01
4272.0146	4409.0000	4409.0000	4409.0000	4409.0000	4729.00
4530.9966	4456.9975	4456.9975	4456.9975	4456.9975	4071.01
4371.0006	4429.9974	4429.9974	4429.9974	4429.9974	4520.99
3868.0107	3964.0092	4019.0082	4066.0037	4066.0037	4124.00
4243.0076	4270.0056	4350.0056	4347.9996	4347.9996	4347.99
4161.9980	4189.9937	4163.9963	4159.9938	4143.9926	4040.00
4050.9965	4023.0017	4012.0022	4019.0105	4071.9934	4235.00
4051.0030	4022.0027	3978.0121	4028.9996	4032.9988	3996.00
4299.0025	4415.9991	4516.9921	4514.9967	4458.0037	4431.99

输入计算点大地坐标

大地经度: 98.240000°

大地纬度: 32.428000°

大地高: 2017.830m

设置积分半径: 90 km

开始计算

各种扰动场元局部地形影响

高程异常m: -0.1400

重力mGal: -0.8197

垂线偏差南向'': -7.0751

垂线偏差西向'': -0.6231

重力梯度E: 17.4820

首先输入格网规格完全相同的地面数字高程模型 (表示地形起伏) 与地面大地高格网 (表示地面位置的大地坐标) 文件，点亮 [开始计算] 按钮。之后，可反复输入计算点的大地坐标，及时计算并显示计算点处各种场元的局部地形影响。

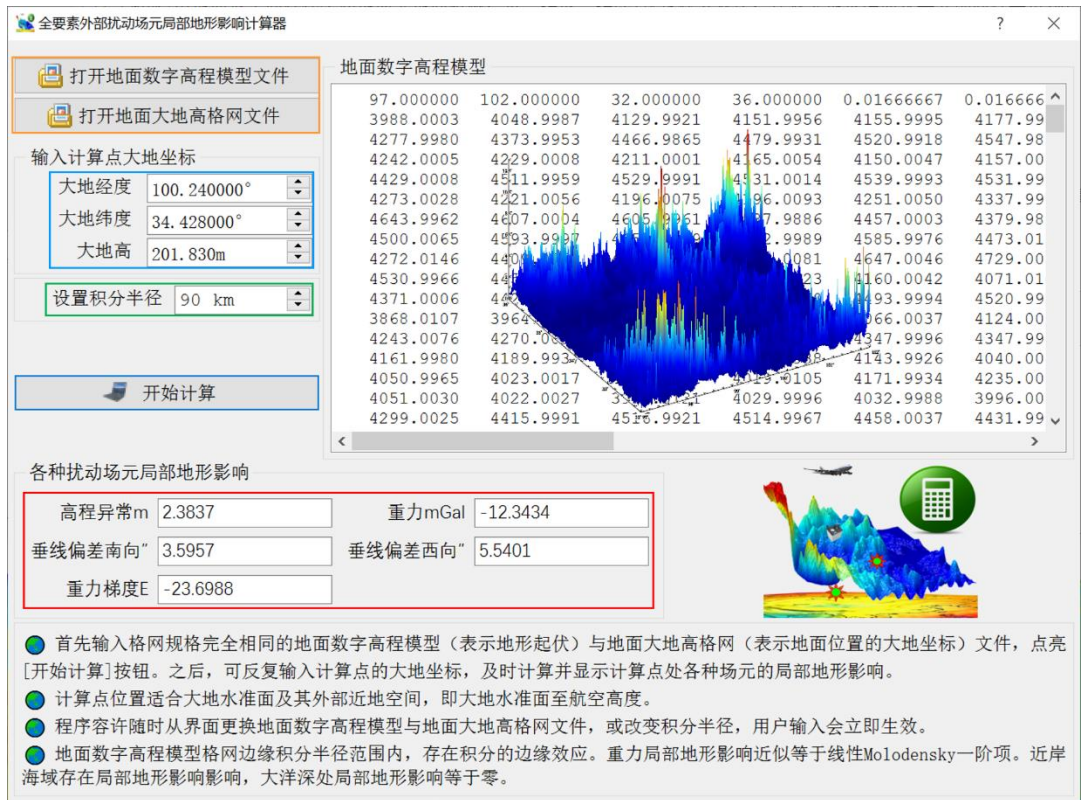
计算点位置适合大地水准面及其外部近地空间，即大地水准面至航空高度。

程序容许随时从界面更换地面数字高程模型与地面大地高格网文件，或改变积分半径，用户输入会立即生效。

地面数字高程模型格网边缘积分半径范围内，存在积分的边缘效应。重力局部地形影响近似等于线性 Molodensky 一阶项。近岸海域存在局部地形影响影响，大洋深处局部地形影响等于零。

计算点位置适合大地水准面及其外部近地空间，即大地水准面至航空高度。

程序容许随时从界面更换地面数字高程模型与地面大地高格网文件，或改变积分半径，用户输入会立即生效。



3.2 外部重力陆地/海洋/湖库完全布格影响积分

[目标]由陆海地形数字模型和地面/海面大地高格网，按严密数值积分或 FFT 算法，计算大地水准面及其外部近地空间重力陆海统一的完全布格影响（mGal）。

完全布格影响是移去大地水准面以上地形质量，同时将海水密度补偿到地形密度后，产生的地球重力场变化。

重力场元的完全布格影响远大于相应扰动场元自身量级，在地质勘探与地球物理学中通常用于探测重力场的几何结构（定性为主）；物理大地测量学关注定量精度要求，一般不能直接应用，而主要用于计算剩余地形影响。

程序适合陆地、陆海交界、海域无缝的重力完全布格影响统一计算。计算点位置适合大地水准面及其外部近地空间，即大地水准面至航空高度。

3.2.1 外部重力陆海统一完全布格影响积分

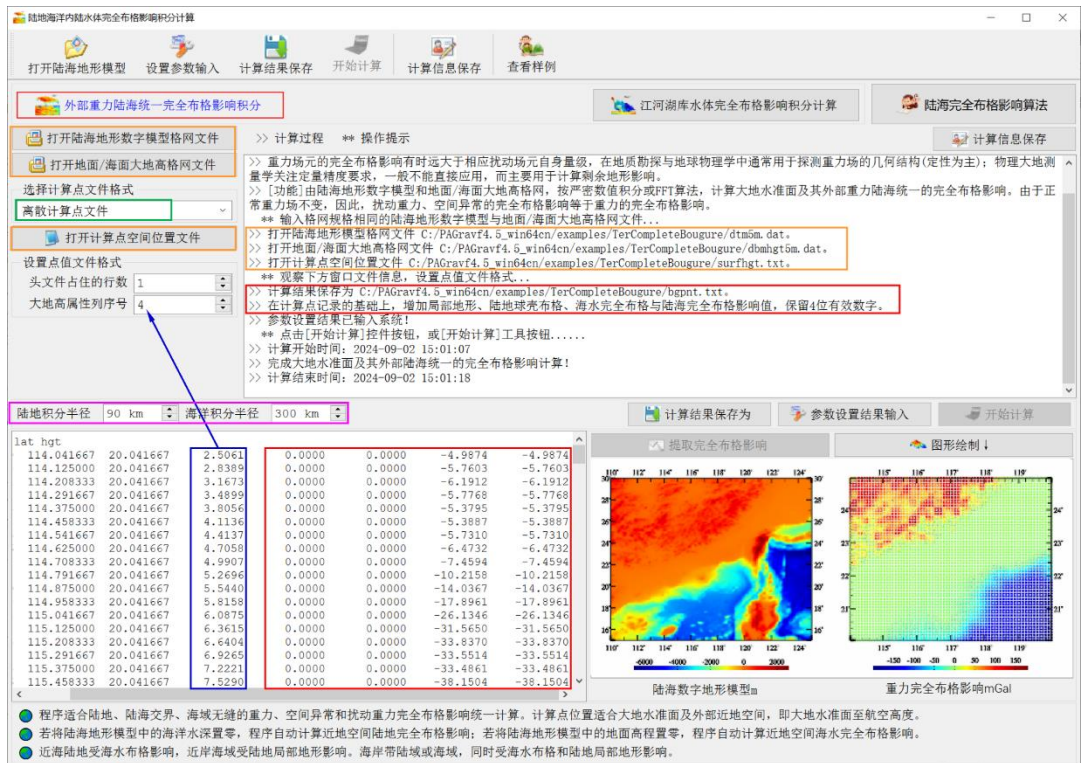
[功能]由陆海地形数字模型、地面/海面大地高格网，按严密数值积分或 FFT 算法，计算大地水准面及其外部重力陆海统一的完全布格影响。由于正常重力场不变，因此，扰动重力、空间异常的完全布格影响等于重力的完全布格影响。

[输入] 网格规格相同的陆海地形数字模型与地面/海面大地高格网文件，计算点空间位置文件或计算面大地高格网文件。

计算点空间位置文件记录格式：点号/点名 经度（度小数） 纬度（度小数） 大地高（m）

计算面大地高格网用于提供按格网计算的计算点空间大地坐标。

[参数设置] 选择计算点文件格式和积分算法，输入陆域局部地形影响积分半径和海域海水完全布格影响积分半径。



[输出] 陆海完全布格影响计算结果文件。

当输入计算点空间位置文件时，输出结果文件记录格式：在计算点记录的基础上，增加局部地形影响、陆地球壳布格影响、海水完全布格影响与陆海完全布格影响值，保留4位有效数字。

当输入计算面大地高格网文件时，输出同规格格网的外部重力陆海统一的完全布格影响格网文件。

若将陆海地形模型中的海洋水深置零，程序自动计算近地空间陆地完全布格影响；若将陆海地形模型中的地面高程置零，程序自动计算近地空间海水完全布格影响。

近海陆地受海水布格影响，近岸海域受陆地局部地形影响。海岸带陆域或海域，同时受海水布格和陆地局部地形影响。

本例采用陆海统一的 5' 陆海地形模型，陆地局部地形积分半径 90km，海水完全布

格影响积分半径 300km, 计算面为地面/海面 (大地高格网), 计算陆海统一的重力完全布格影响。扣除外围 3°存在积分边缘效应的格网区域后, 进行统计。

陆地海洋内陆地完全布格影响积分计算

打开陆地地形模型 设置参数输入 计算结果保存 开始计算 计算信息保存 查看样例

外部重力陆海统一完全布格影响积分

打开陆地地形数字模型格网文件

打开地面/海面大地高格网文件

选择计算文件格式
大地高格网文件

打开计算面大地高格网文件

选择积分算法
严密数值积分

计算过程 ** 操作提示

** 点击[开始计算]控件按钮, 或[开始计算]工具按钮.....

>> 计算开始时间: 2024-09-02 12:11:11

>> 完成大地水准面及其外部陆海统一的完全布格影响计算!

>> 计算结束时间: 2024-09-02 12:11:22

>> [功能]由陆地地形数字模型和地面/海面大地高格网, 按严密数值积分或FFT算法, 计算大地水准面及其外部重力陆海统一的完全布格影响。由于正常重力场不变, 因此, 扰动重力、空间异常的重力完全布格影响等于重力的完全布格影响。

** 输入网格规格相同的陆地地形数字模型与地面/海面大地高格网文件...

>> 打开陆地地形模型格网文件 C:\PAGrav4.5_win64cn\examples\TerCompleteBougure/dtm5m.dat.

>> 打开地面/海面大地高格网文件 C:\PAGrav4.5_win64cn\examples\TerCompleteBougure/dhmg5m.dat.

>> 打开计算面大地高格网文件 C:\PAGrav4.5_win64cn\examples\TerCompleteBougure/indseabf1m.dat.

>> 计算结果保存为 C:\PAGrav4.5_win64cn\examples\TerCompleteBougure\indseabf1m.txt.

** 参数设置结果已输入系统!

** 点击[开始计算]控件按钮, 或[开始计算]工具按钮.....

>> 计算开始时间: 2024-09-02 12:13:46

>> 完成大地水准面及其外部陆海统一的完全布格影响计算!

>> 计算结束时间: 2024-09-02 12:14:52

陆地积分半径 90 km 海洋积分半径 300 km

计算结果保存为 参数设置结果输入 开始计算

110.000000	125.000000	15.000000	30.000000	0.08333333	0.08333333	
-7.8971	-7.8766	-9.1329	-13.9564	-17.1850	-18.6294	-20.84
-44.4578	-46.2931	-47.8725	-49.2206	-49.7490	-52.1642	-58.20
-123.3702	-130.1366	-140.1488	-153.4317	-160.9544	-163.4580	-162.37
-191.4158	-194.5725	-195.9800	-197.2639	-198.4141	-200.3888	-202.62
-200.4928	-205.5214	-206.6093	-205.9741	-204.5037	-202.9258	-202.58
-178.2261	-149.0168	-128.2677	-123.2072	-148.5989	-171.0931	-190.96
-171.9146	-151.3418	-131.5769	-117.4720	-134.9318	-155.1051	-177.00
-205.7689	-213.4690	-219.2022	-222.2357	-217.2625	-201.2612	-170.74
-2.2319	37.0377	49.9421	103.1139	109.9637	67.4917	9.95
107.4283	80.5898	76.5395	-2.8018	-3.8227	-5.0755	-5.03
-55.8005	-60.4478	-68.3144	-80.9337	-82.7537	-79.9747	-69.30
-80.1272	-109.2082	-131.7292	-159.3266	-177.3378	-194.1377	-219.85
-9.7228	-9.3627	-9.8369	-13.9679	-17.8883	-19.5395	-21.49
-44.4752	-46.2503	-47.7995	-50.0060	-49.1645	-50.0281	-49.00
-134.8074	-139.8302	-146.6228	-160.3309	-172.5591	-178.2125	-178.03
-193.4552	-198.9444	-202.4213	-206.8460	-210.7303	-213.6701	-216.09
-222.1076	-225.9486	-226.2187	-224.2652	-222.6408	-222.4899	-223.72
-206.0051	-182.1501	-159.5642	-142.1059	-155.6680	-176.7680	-201.98

提取完全布格影响 图形绘制

陆海数字地形模型m 重力完全布格影响mGal

程序适合陆地、陆海交界、海域无缝的重力、空间异常和扰动重力完全布格影响统一计算。计算点位置适合大地水准面及外部近地空间, 即大地水准面至航空高度。

若将陆地地形模型中的海洋水深置零, 程序自动计算近地空间陆地完全布格影响; 若将陆地地形模型中的地面高程置零, 程序自动计算近地空间海水完全布格影响。

近海陆地受海水布格影响, 近岸海域受陆地局部地形影响。海岸带陆域或海域, 同时受海水布格和陆地局部地形影响。

陆地海洋内陆地完全布格影响积分计算

打开陆地地形模型 设置参数输入 计算结果保存 开始计算 计算信息保存 查看样例

外部重力陆海统一完全布格影响积分

打开陆地地形数字模型格网文件

打开地面/海面大地高格网文件

选择计算文件格式
大地高格网文件

打开计算面大地高格网文件

选择积分算法
维FFT算法

计算过程 ** 操作提示

** 点击[开始计算]控件按钮, 或[开始计算]工具按钮.....

>> 计算开始时间: 2024-09-02 12:13:46

>> 完成大地水准面及其外部陆海统一的完全布格影响计算!

>> 计算结束时间: 2024-09-02 12:14:52

>> [功能]由陆地地形数字模型和地面/海面大地高格网, 按严密数值积分或FFT算法, 计算大地水准面及其外部重力陆海统一的完全布格影响。由于正常重力场不变, 因此, 扰动重力、空间异常的重力完全布格影响等于重力的完全布格影响。

** 输入网格规格相同的陆地地形数字模型与地面/海面大地高格网文件...

>> 打开陆地地形模型格网文件 C:\PAGrav4.5_win64cn\examples\TerCompleteBougure/dtm5m.dat.

>> 打开地面/海面大地高格网文件 C:\PAGrav4.5_win64cn\examples\TerCompleteBougure/dhmg5m.dat.

>> 按一维FFT算法计算大地水准面外部陆海完全布格影响...

>> 打开计算面大地高格网文件 C:\PAGrav4.5_win64cn\examples\TerCompleteBougure/dhmg5m.dat.

>> 计算结果保存为 C:\PAGrav4.5_win64cn\examples\TerCompleteBougure\indseabf11.dat.

** 参数设置结果已输入系统!

** 点击[开始计算]控件按钮, 或[开始计算]工具按钮.....

>> 计算开始时间: 2024-09-02 12:48:09

>> 完成大地水准面及其外部陆海统一的完全布格影响计算!

>> 计算结束时间: 2024-09-02 12:48:31

陆地积分半径 90 km 海洋积分半径 300 km

计算结果保存为 参数设置结果输入 开始计算

110.000000	125.000000	15.000000	30.000000	0.08333333	0.08333333	
-8.2859	-8.2979	-9.5859	-14.4386	-17.6973	-19.1729	-21.41
-45.5102	-47.1726	-48.7790	-50.1541	-50.7128	-53.1583	-59.22
-123.6301	-131.4323	-141.4338	-154.6832	-162.1845	-164.6695	-163.64
-192.5911	-195.6108	-197.0458	-198.3330	-199.6909	-201.4540	-203.70
-202.1460	-207.0358	-208.1123	-207.5622	-206.1675	-204.6629	-204.30
-180.3762	-151.5508	-130.9900	-125.9695	-151.2787	-173.5002	-193.11
-174.2465	-153.8247	-134.2208	-120.1139	-137.5049	-157.4718	-179.06
-206.9287	-214.2794	-219.6096	-222.4735	-217.4892	-202.9047	-172.01
-3.4159	36.5032	49.6341	103.8896	110.4780	67.5950	9.22
108.0989	80.8370	77.2701	-3.7790	-5.1007	-6.4139	-6.41
-57.4799	-62.1677	-70.0703	-82.7109	-84.5577	-81.8098	-71.18
-82.0921	-111.1265	-133.5695	-161.0260	-178.8618	-195.2426	-219.88
-10.1361	-9.8124	-10.3213	-14.4839	-19.4389	-20.1202	-22.10
-45.5731	-47.1780	-48.7561	-50.9909	-50.1816	-51.0756	-50.08
-136.0776	-141.1197	-147.9200	-161.5592	-173.7014	-179.3393	-179.19
-194.5959	-199.6421	-203.4520	-207.8225	-211.6475	-214.5354	-216.95
-223.4237	-227.0499	-227.4504	-225.6176	-224.1094	-224.0079	-225.21
-208.0021	-184.4952	-162.2201	-144.8768	-158.3793	-179.1948	-204.04

提取完全布格影响 图形绘制

陆海数字地形模型m 重力完全布格影响mGal

程序适合陆地、陆海交界、海域无缝的重力、空间异常和扰动重力完全布格影响统一计算。计算点位置适合大地水准面及外部近地空间, 即大地水准面至航空高度。

若将陆地地形模型中的海洋水深置零, 程序自动计算近地空间陆地完全布格影响; 若将陆地地形模型中的地面高程置零, 程序自动计算近地空间海水完全布格影响。

近海陆地受海水布格影响, 近岸海域受陆地局部地形影响。海岸带陆域或海域, 同时受海水布格和陆地局部地形影响。

表 3.3 外部重力陆海统一完全布格影响不同算法差别统计

mGal	平均值	标准差	最小值	最大值
数值积分	-17.2622	110.3575	-260.5460	562.1404
FFT2 - 数值积分	1.7056	1.8637	0.0265	19.7512
FFT1 - 数值积分	2.0864	2.2786	0.0268	19.3779
FFT2 - FFT1	-0.3808	0.7884	-3.3353	0.8730

由于各种类型球壳布格影响量级大，地形起伏三阶近似的引入误差有时甚至超过扰动场元本身量级。PAGravf4.5 因此推荐，除重力完全布格影响可用积分法计算外，其他各种类型外部场元（包括重力）的完全布格影响，以全球陆海地形质量球谐系数模型为参考地形场，采用移去恢复法按剩余地形影响积分精准计算。具体计算过程请参考[平均地形高度面完全布格扰动重力计算流程]。

3.2.2 江河湖库水体完全布格影响积分计算

[功能]由江河湖库水深格网（陆地为零）和水面大地高格网（陆地为零），按严密积分公式，计算大地水准面外部重力的水体完全布格影响。

[输入]格网规格相同的湖库水深格网文件与湖面大地高格网文件，大地水准面外部计算点空间位置文件。

The screenshot shows the software interface for calculating external gravity effects of water bodies. The main workspace displays a list of calculation steps and a data table. The data table has columns for 'no', 'lon', 'lat', 'hgt', and a numerical result. The maps show the lake depth grid and the gravity effect grid.

no	lon	lat	hgt	
1	95.809333	32.508333	4287.928	0.0084
2	95.825000	32.508333	4393.299	0.0082
3	95.841667	32.508333	4472.533	-0.0019
4	95.858333	32.508333	4455.904	-0.0005
5	95.875000	32.508333	4449.265	-0.0012
6	95.891667	32.508333	4381.011	0.0001
7	95.908333	32.508333	4330.999	0.0004
8	95.925000	32.508333	4388.620	-0.0012
9	95.941667	32.508333	4361.609	-0.0008
10	95.958333	32.508333	4261.231	0.0008
11	95.975000	32.508333	4152.346	0.0024
12	95.991667	32.508333	4138.344	0.0019
13	96.008333	32.508333	4174.044	0.0007
14	96.025000	32.508333	4193.084	-0.0001
15	96.041667	32.508333	4078.828	0.0003
16	96.058333	32.508333	3984.327	0.0004
17	96.075000	32.508333	4052.948	-0.0003
18	96.091667	32.508333	4094.322	-0.0007
19	96.108333	32.508333	4073.320	-0.0007

[输出]大地水准面外部重力的水体完全布格影响结果文件。

3.3 各种外部场元地形 Helmert 凝聚影响计算

[目标]由地面数字高程模型和地面大地高格网，按严密数值积分或 FFT 算法，计算大地水准面及其外部高程异常 (m)、重力 (mGal)、垂线偏差 (") 或重力梯度 (E) 的地形 Helmert 凝聚影响。

计算点位置适合大地水准面及其外部近地空间，即大地水准面至航空高度。由于正常重力场保持不变，地形 Helmert 凝聚影响对象是重力位和重力，因此，任意计算点处扰动重力、空间异常的地形 Helmert 凝聚影响严格等于重力地形 Helmert 凝聚影响。

与局部地形影响相比，地形 Helmert 凝聚影响的超短波成分更为丰富。受大陆地形影响，近岸海域存在地形 Helmert 凝聚影响；大洋深处地形 Helmert 凝聚影响等于零。

3.3.1 大地水准面外部地形 Helmert 凝聚数值积分

[功能]由地面数字高程模型和地面大地高格网，按严密数值积分方法，计算大地水准面及其外部高程异常 (m)、重力 (mGal)、垂线偏差 (", 南向、西向) 或重力梯度 (E, 径向) 的地形 Helmert 凝聚。

[输入]格网规格相同的地面数字高程模型与地面大地高格网文件，计算点空间位置文件或计算面大地高格网文件。

计算点空间位置文件记录格式：点号/点名 经度 (度小数) 纬度 (度小数) 大地高 (m)

计算面大地高格网用于提供按格网计算的计算点空间大地坐标。

[参数设置]选择计算点文件格式、计算场元类型，输入积分半径。

[输出]各种场元地形 Helmert 凝聚影响计算结果文件。

当输入计算点空间位置文件时，输出结果文件记录格式：在空间计算点值文件记录的基础上，增加若干列指定类型场元地形 Helmert 凝聚影响计算值，保留 4 位有效数字。

当输入计算面大地高格网文件时，输出结果文件记录格式：点号，经度，纬度，大地高，若干列指定类型场元的地形 Helmert 凝聚影响。

当按计算面大地高格网计算时，程序在当前目录下，输出高程异常 (*.ksi)、重力 (*.gra)、垂线偏差向量 (*.dft) 或重力梯度 (*.grr) 的地形 Helmert 凝聚格网文件。* 为界面输入的结果文件名，程序输出指定类型场元的地形 Helmert 凝聚格网文件。

本例采用 1' 数字高程模型，积分半径取 90km，计算面选择地面 (位置用地面大地高格网表示)，计算地面各种扰动场元的地形 Helmert 凝聚影响。扣除外围 1° 存在积分边缘效应的格网区域后，地面各种类型场元的地形 Helmert 凝聚影响统计如表 3.4。

地形 Helmert 凝聚影响的超短波成分较为丰富。比较极差标准差比率 D/ε 可以看出，若不考虑重力场结构与重力点分布情况，地形 Helmert 凝聚相对于局部地形影响，更适合处理 (扰动) 重力梯度数据，但不利于处理中长波占优的重力场量，如地形 Helmert 凝聚法并不利于精化大地水准面 (高程异常)。

外部场元地形Helmert凝聚影响积分

打开数字高程模型 设置参数输入 计算结果保存 开始计算 计算信息保存 查看样例

外部各种场元地形Helmert凝聚数值积分 外部各种场元地形Helmert凝聚快速FFT计算 外部重力场元地形Helmert凝聚影响计算器 计算公式

打开地面数字高程模型文件 打开地面大地高格网文件

选择计算点文件格式
离散计算点文件

打开计算点空间位置文件

设置点文件格式
头文件占住的行数: 1
大地高属性列序号: 4

选择场元类型
 高程异常(m)
 重力(mGal)
 垂线偏差(")
 重力梯度(E)

设置积分半径: 90 km

计算过程 ** 操作提示

>> 【功能】由地面数字高程模型和地面大地高格网，按严密度数值积分方法，计算大地水准面及其外部高程异常(m)、重力(mGal)、垂线偏差(南向、西向、")或重力梯度(径向、E)的地形Helmert凝聚。
 ** 输入格网规格相同的地面数字高程模型与地面大地高格网文件...
 >> 打开地面数字高程模型文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/TerHelmertcondensat/landtalm.dat.
 >> 打开地面大地高格网文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/TerHelmertcondensat/landmsurfhtg.dat.
 >> 打开计算点空间位置文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/TerHelmertcondensat/surfhtg.txt.
 ** 观察下方窗口文件信息，设置点文件格式...
 >> 计算结果保存为 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/TerHelmertcondensat/result.txt.
 ** 记录格式：在空白计算点值文件记录的基础上，增加若干列指定类型场元地形Helmert凝聚影响计算值，保留4位有效数字。
 >> 参数设置结果已输入系统！
 ** 点击[开始计算]控件按钮，或[开始计算]工具按钮.....
 >> 计算开始时间：2024-09-03 08:18:39
 >> 完成大地水准面及其外部场元的地形Helmert凝聚积分计算！
 >> 计算结束时间：2024-09-03 08:18:44

no Lon(deg/dec/... lat ellipHeight(m)

no	Lon(deg/dec/...	lat	ellipHeight(m)	0.0056	-0.0969	-8.7481	0.5033	-1.2229
1	98.550000	33.050000	4372.431	0.0056	-0.0969	-8.7481	0.5033	-1.2229
2	98.650000	33.050000	4372.834	0.0347	0.0307	-10.9996	-6.5852	-5.9075
3	98.750000	33.050000	4550.959	-0.0336	-1.1852	-13.1633	-9.3919	5.9238
4	98.850000	33.050000	4567.407	0.0234	-1.1791	-14.0034	-2.3475	-4.6059
5	98.950000	33.050000	4646.551	-0.0401	-2.0462	-15.1759	-4.9229	7.2632
6	99.050000	33.050000	4672.380	-0.0463	-1.9176	-9.1527	2.1447	8.2814
7	99.150000	33.050000	4611.765	-0.0611	-1.6366	-1.2470	5.5278	11.4664
8	99.250000	33.050000	4475.199	0.0232	-0.5479	-1.0704	7.1169	-3.7881

提取地形Helmert凝聚 图形绘制 ↓

地面高程模型(m) 高程异常(m) 重力(mGal) 垂线偏差南向(")

● 计算点位置适合大地水准面及其外部近地空间，即大地水准面至航空高度。由于正常重力场保持不变，地形Helmert凝聚影响对象是重力位和重力，因此，任意计算点处扰动重力、空间异常的地形Helmert凝聚影响严格等于重力地形Helmert凝聚影响。
 ● 与局部地形影响相比，地形Helmert凝聚影响的超短波成分更为丰富。受大陆地形影响，近岸海域存在地形Helmert凝聚影响；大洋深处地形Helmert凝聚影响等于零。

外部场元地形Helmert凝聚影响积分

打开数字高程模型 设置参数输入 计算结果保存 开始计算 计算信息保存 查看样例

外部各种场元地形Helmert凝聚数值积分 外部各种场元地形Helmert凝聚快速FFT计算 外部重力场元地形Helmert凝聚影响计算器 计算公式

打开地面数字高程模型文件 打开地面大地高格网文件

选择计算点文件格式
大地高格网文件

打开计算点大地高格网文件

选择场元类型
 高程异常(m)
 重力(mGal)
 垂线偏差(")
 重力梯度(E)

设置积分半径: 90 km

计算过程 ** 操作提示

>> 【功能】由地面数字高程模型和地面大地高格网，按严密度数值积分方法，计算大地水准面及其外部高程异常(m)、重力(mGal)、垂线偏差(南向、西向、")或重力梯度(径向、E)的地形Helmert凝聚。
 ** 输入格网规格相同的地面数字高程模型与地面大地高格网文件...
 >> 打开地面数字高程模型文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/TerHelmertcondensat/landtalm.dat.
 >> 打开地面大地高格网文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/TerHelmertcondensat/landmsurfhtg.dat.
 >> 打开计算点大地高格网文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/TerHelmertcondensat/landgeoidhtg.dat.
 >> 计算结果保存为 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/TerHelmertcondensat/geoidhtg.txt.
 ** 程序同时在当前目录下，输出高程异常(*.ksl)、重力(*.gra)、垂线偏差向量(*.dft)或重力梯度(*.grr)的地形Helmert凝聚影响格网文件。*为旁面输入的结果文件名，程序输出指定类型场元的地形Helmert凝聚影响格网文件。
 >> 参数设置结果已输入系统！
 ** 点击[开始计算]控件按钮，或[开始计算]工具按钮.....
 >> 计算开始时间：2024-09-03 08:19:43
 >> 完成大地水准面及其外部场元的地形Helmert凝聚积分计算！
 >> 计算结束时间：2024-09-03 08:30:11

C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/TerHelmertcondensat/geoidhtg.ksl
 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/TerHelmertcondensat/geoidhtg.gra
 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/TerHelmertcondensat/geoidhtg.dft
 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/TerHelmertcondensat/geoidhtg.grr

提取地形Helmert凝聚 图形绘制 ↓

地面高程模型(m) 高程异常(m) 重力(mGal) 垂线偏差南向(")

● 计算点位置适合大地水准面及其外部近地空间，即大地水准面至航空高度。由于正常重力场保持不变，地形Helmert凝聚影响对象是重力位和重力，因此，任意计算点处扰动重力、空间异常的地形Helmert凝聚影响严格等于重力地形Helmert凝聚影响。
 ● 与局部地形影响相比，地形Helmert凝聚影响的超短波成分更为丰富。受大陆地形影响，近岸海域存在地形Helmert凝聚影响；大洋深处地形Helmert凝聚影响等于零。

表 3.4 各种重力场量地形 Helmert 凝聚影响统计

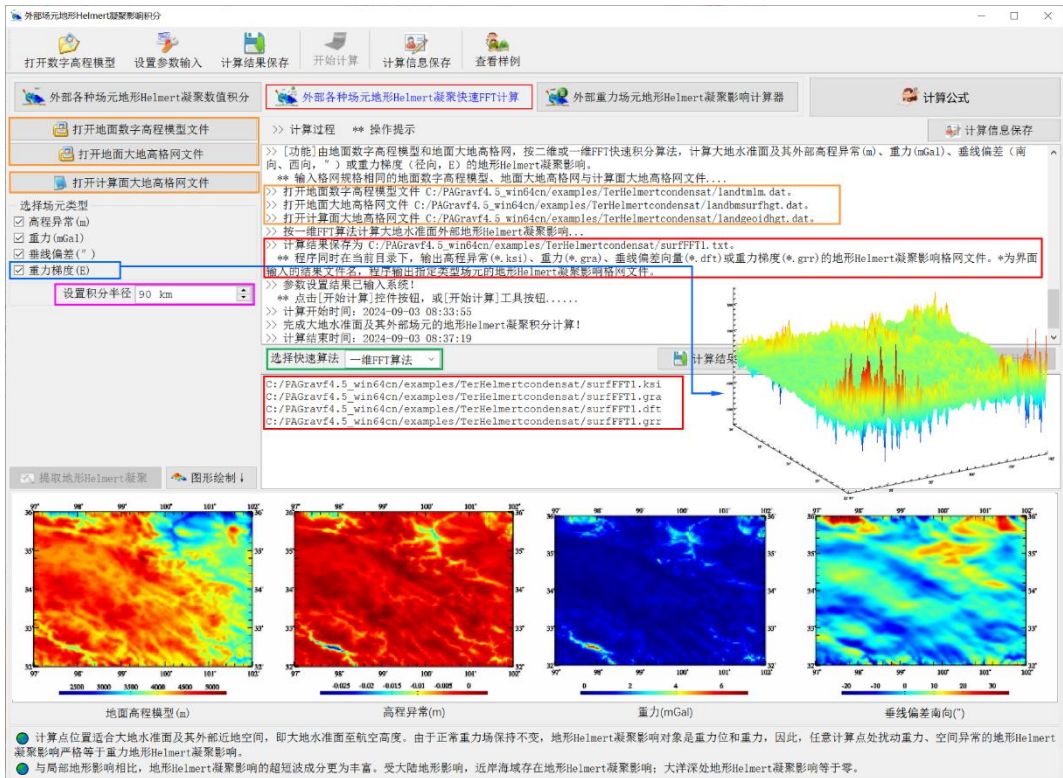
场元类型/单位	平均值	标准差 ϵ	最小值	最大值	D/ ϵ
高程异常 m	-0.0005	0.0029	-0.0134	0.0180	1.6
重力 mGal	0.2932	0.4168	-0.4313	3.1693	8.6
垂线偏差 S"	2.0301	6.5718	-17.5982	26.6152	6.8
垂线偏差 W"	3.4358	6.5000	-13.6625	28.9665	6.8
重力梯度 E	-0.3677	16.5856	-257.5543	112.1249	22.3

3.3.2 外部场元地形 Helmert 凝聚影响 FFT 计算

[功能]由地面数字高程模型和地面大地高格网，按二维或一维 FFT 快速积分算法，计算大地水准面及其外部高程异常 (m)、重力 (mGal)、垂线偏差 (", 南向、西向) 或重力梯度 (E, 径向) 的地形 Helmert 凝聚影响。

[输入]格网规格相同的地面数字高程模型、地面大地高格网文件与计算面大地高格网文件。

[参数设置]选择计算场元类型和快速算法，输入积分半径。



[输出]指定类型场元地形 Helmert 凝聚影响格网。

程序在当前目录下，输出高程异常 (*.ksi)、重力 (*.gra)、垂线偏差向量 (*.dft) 或重力梯度 (*.grr) 的地形 Helmert 凝聚影响格网文件。*为界面输入的结果文件名，程

序输出指定类型场元的地形 Helmert 凝聚影响格网文件。

本例采用与数值积分完全相同的参数，按 FFT 算法计算，统计场元地形 Helmert 凝聚影响的 FFT 计算结果与数值积分结果之差。

表 3.5 地形 Helmert 凝聚影响 FFT 计算结果与数值积分结果之差统计

FFT 与数值积分之差		平均值	标准差	最小值	最大值
高程异常 m	FFT2	0.0008	0.0015	-0.0026	0.0064
	FFT1	0.0007	0.0015	-0.0027	0.0063
重力 mGal	FFT2	0.0009	0.1262	-0.5535	0.6116
	FFT1	0.0025	0.1255	-0.5085	0.6768
垂线偏差 S''	FFT2	-0.0174	0.0404	-0.2220	0.1438
	FFT1	-0.0062	0.0240	-0.2359	0.2179
垂线偏差 W''	FFT2	0.0025	0.0804	-0.5046	0.2902
	FFT1	0.0093	0.0306	-0.6211	0.4129
重力梯度 E	FFT2	0.0062	0.4810	-17.1773	9.8987
	FFT1	0.0062	0.4799	-16.8811	9.8312

3.3.3 外部重力场元地形 Helmert 凝聚影响计算器

[功能]输入地面数字高程模型和地面大地高格网，由大地水准面外部近地空间计算点大地坐标，实时计算高程异常 (m)、重力 (mGal)、垂线偏差 (”，南向、西向) 与重力梯度 (E, 径向) 的地形 Helmert 凝聚影响。此项功能适合课堂教学演示。

首先输入格网规格完全相同的地面数字高程模型 (表示地形起伏) 与地面大地高格网 (表示地面位置的大地坐标) 文件，点亮[开始计算]按钮。之后，可反复输入计算点的大地坐标，及时计算并显示计算点处各种类型场元的地形 Helmert 凝聚影响。

程序容许随时从界面更换地面数字高程模型与地面大地高格网文件，或改变积分半径，用户输入会立即生效。

不同于局部地形影响和完全布格影响，地形 Helmert 凝聚前后，地形质量保持不变，因而场量在垂直方向的地形 Helmert 凝聚影响一般远小于其完全布格影响，也小于其局部地形影响。

全要素重力场元地形Hemert凝聚影响

打开地面数字高程模型文件

打开地面大地高格网文件

输入计算点大地坐标

大地经度 98.240000°

大地纬度 32.428000°

大地高 2017.830m

设置积分半径 90 km

开始计算

地面数字高程模型

97.000000	102.000000	32.000000	36.000000	0.01666667	0.01666667
3988.0003	4048.9987	4129.9921	4151.9956	4155.9995	4177.9961
4277.9980	4373.9953	4466.9865	4479.9931	4520.9918	4547.9825
4242.0005	4229.0008	4211.0001	4165.0054	4150.0047	4157.0059
4429.0008	4511.9959	4529.9991	4531.0014	4539.9993	4531.9988
4273.0028	4221.0056	4196.0075	4186.0093	4251.0050	4337.9987
4643.9962	4407.0004	4605.9961	4605.9961	4457.0003	4379.9835
4500.0065	4493.9997	4650.9955	4650.9955	4585.9976	4473.0101
4272.0146	4409.0077	4543.0081	4543.0081	4647.0046	4729.0038
4530.9966	4459.0023	4322.0023	4322.0023	4160.0042	4071.0117
4371.0006	4422.0006	4493.9994	4493.9994	4493.9994	4520.9942
3868.0107	3964.0037	4066.0037	4066.0037	4124.0006	4124.0006
4243.0076	4270.0000	4347.9933	4347.9933	4347.9933	4347.9933
4161.9980	4189.0026	4040.0077	4040.0077	4040.0077	4040.0077
4050.9965	4023.0017	4235.0039	4235.0039	4235.0039	4235.0039
4051.0030	4022.0027	3996.0025	3996.0025	3996.0025	3996.0025
4299.0025	4415.9991	4458.0037	4458.0037	4431.9971	4431.9971
3672.0205	3912.9978	4154.9967	4154.9967	4313.9938	4374.9940
4389.9975	4386.9989	4385.9985	4382.9967	4358.9980	4337.9925
4185.9964	4135.0004	4099.9998	4073.9998	4073.9986	4110.9920

各种重力场元地形Hemert凝聚影响

高程异常m -0.0207 重力mGal -0.6315

垂线偏差南向" -14.1486 垂线偏差西向" -1.2267

重力梯度E 9.7229

首先输入格网规格完全相同的地面数字高程模型（表示地形起伏）与地面大地高格网（表示地面位置的大地坐标）文件，点亮[开始计算]按钮。之后，可反复输入计算点的大地坐标，及时计算并显示计算点处各种类型场元的地形Hemert凝聚影响。

计算点位置适合大地水准面及其外部近地空间，即大地水准面至航空高度。

程序容许随时从界面更换地面数字高程模型与地面大地高格网文件，或改变积分半径，用户输入会立即生效。

全要素重力场元地形Hemert凝聚影响

打开地面数字高程模型文件

打开地面大地高格网文件

输入计算点大地坐标

大地经度 98.240000°

大地纬度 32.428000°

大地高 0.830m

设置积分半径 90 km

开始计算

地面数字高程模型

97.000000	102.000000	32.000000	36.000000	0.01666667	0.01666667
3988.0003	4048.9987	4129.9921	4151.9956	4155.9995	4177.9961
4277.9980	4373.9953	4466.9865	4479.9931	4520.9918	4547.9825
4242.0005	4229.0008	4211.0001	4165.0054	4150.0047	4157.0059
4429.0008	4511.9959	4529.9991	4531.0014	4539.9993	4531.9988
4273.0028	4221.0056	4196.0075	4186.0093	4251.0050	4337.9987
4643.9962	4407.0004	4605.9961	4605.9961	4457.0003	4379.9835
4500.0065	4493.9997	4650.9955	4650.9955	4585.9976	4473.0101
4272.0146	4409.0077	4543.0081	4543.0081	4647.0046	4729.0038
4530.9966	4459.0023	4322.0023	4322.0023	4160.0042	4071.0117
4371.0006	4422.0006	4493.9994	4493.9994	4493.9994	4520.9942
3868.0107	3964.0037	4066.0037	4066.0037	4124.0006	4124.0006
4243.0076	4270.0000	4347.9933	4347.9933	4347.9933	4347.9933
4161.9980	4189.0026	4040.0077	4040.0077	4040.0077	4040.0077
4050.9965	4023.0017	4235.0039	4235.0039	4235.0039	4235.0039
4051.0030	4022.0027	3996.0025	3996.0025	3996.0025	3996.0025
4299.0025	4415.9991	4458.0037	4458.0037	4431.9971	4431.9971
3672.0205	3912.9978	4154.9967	4154.9967	4313.9938	4374.9940
4389.9975	4386.9989	4385.9985	4382.9967	4358.9980	4337.9925
4185.9964	4135.0004	4099.9998	4073.9998	4073.9986	4110.9920

各种重力场元地形Hemert凝聚影响

高程异常m -0.0214 重力mGal -0.2604

垂线偏差南向" -10.6603 垂线偏差西向" -0.1586

重力梯度E 1.0723

首先输入格网规格完全相同的地面数字高程模型（表示地形起伏）与地面大地高格网（表示地面位置的大地坐标）文件，点亮[开始计算]按钮。之后，可反复输入计算点的大地坐标，及时计算并显示计算点处各种类型场元的地形Hemert凝聚影响。

计算点位置适合大地水准面及其外部近地空间，即大地水准面至航空高度。

程序容许随时从界面更换地面数字高程模型与地面大地高格网文件，或改变积分半径，用户输入会立即生效。

3.4 近地空间场元陆海剩余地形影响积分计算

[目标]由陆海高分地形模型、低通陆海地形模型和地面/海面大地高数字模型，按严密数值积分或 FFT 算法，计算大地水准面及其外部高程异常 (m)、重力 (mGal)、垂线偏差 (") 或重力梯度 (E) 的陆海剩余地形影响。

计算点位置适合大地水准面及其外部近地空间，即大地水准面至航空高度。由于正常重力场保持不变，因此任意计算点处扰动重力、空间异常的剩余地形影响都严格等于其重力的剩余地形影响。

程序将陆海高分地形模型与陆海低通地形模型相减，生成陆海剩余地形模型格网。高分陆海地形模型同时用于分离陆域海域。由于有限半径积分方法不具有处理地形零阶项的能力，因此积分前，程序自动移去剩余地形模型的平均值。

3.4.1 近地空间场元陆海剩余地形影响数值积分

[功能]由陆海高分地形模型、陆海低通地形模型和地面/海面大地高格网，按严密数值积分方法，计算近地空间大地水准面及其外部高程异常 (m)、重力 (mGal)、垂线偏差向量 (", 南向 S/西向 W) 和重力梯度 (E, 径向) 的陆海剩余地形影响。

[输入]格网规格相同的陆海高分地形模型、陆海低通地形模型和地面/海面大地高格网文件，计算点空间位置文件或计算面大地高格网文件。

计算点空间位置文件记录格式：点号/点名 经度 (度小数) 纬度 (度小数) 大地高 (m)

计算面大地高格网用于提供按格网计算的计算点空间大地坐标。地面/海面大地高格网用于表示剩余地形质量面元所在位置。

[参数设置]选择计算点文件格式、计算场元类型，输入积分半径。

[输出]各种场元场元陆海剩余地形影响计算结果文件。

当输入计算点空间位置文件时，输出结果文件记录格式：在空间计算点值文件记录的基础上，增加若干列指定类型场元的剩余地形影响 (完全布格影响) 计算值，保留 4 位有效数字。

当输入计算面大地高格网文件时，输出结果文件记录格式：点号，经度，纬度，大地高，若干列指定类型场元的剩余地形影响。

当按计算面大地高格网计算时，程序在当前目录下，输出高程异常 (*.ksi)、重力 (*.gra)、垂线偏差向量 (*.dft) 或重力梯度 (*.grr) 的剩余地形影响格网文件。*为界面输入的结果文件名，程序输出指定类型场元的剩余地形影响格网文件。

本例采用 1'数字高程模型，低通地形模型由 1440 阶地形质量球谐系数模型构建，积分半径取 90km，计算地面各种重力场量的剩余地形影响。扣除外围 1°存在积分边缘效应的格网区域后，进行统计。

近地空间场元陆海剩余地形影响积分计算

打开高分DTM 设置参数输入 计算结果保存 开始计算 计算信息保存 查看样例

近地空间场元陆海剩余地形影响数值积分

打开高分陆海地形模型格网文件
打开低通陆海地形模型格网文件
打开地面/海面大地高格网文件

选择计算点文件格式
高数计算点文件

打开计算点空间位置文件

设置点值文件格式
头文件占住的行数 1
大地高属性列序号 4

选择场元类型
 高程异常(m)
 重力(mGal)
 垂线偏差(")
 重力梯度(E)
 设置积分半径 90 km

抽取剩余地形影响 图形绘制

计算过程 ** 操作提示

>> [功能]由陆海高分地形模型、低通陆海地形模型和地面/海面大地高格网，按严密数值积分，计算大地水准面及其外部高程异常(m)、重力(mGal)、垂线偏差(")或重力梯度(E, 径向)的陆海剩余地形影响。
 ** 输入格网规格相同的陆海高分地形模型、低通陆海地形模型和地面/海面大地高格网文件...
 ** 打开陆海高分地形模型格网文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/Renterrianeffect/landtmm.dat.
 ** 打开低通陆海地形模型格网文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/Renterrianeffect/landtmm1lvb.dat.
 ** 打开地面/海面大地高格网文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/Renterrianeffect/landsurftgt.dat.
 ** 打开计算点空间位置文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/Renterrianeffect/surfhtg.txt.
 ** 观察下方窗口文件信息，设置点值文件格式...
 ** 计算结果保存为 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/Renterrianeffect/result.txt.
 ** 记录格式：在空阔计算点值文件记录的基础上，增加若干列指定类型场元的剩余地形影响计算值，保留4位有效数字。
 ** 参数设置结果已输入系统！
 ** 点击[开始计算]控件按钮，或[开始计算]工具按钮.....
 ** 计算开始时间：2024-09-03 11:02:28
 ** 完成大地水准面及其外部场元的剩余地形影响积分计算！

number	long(Decimal)	lat	ellipHeight(m)					
1	98.550000	33.050000	4372.431	-0.0064	-0.0821	-0.4948	1.6642	9.6285
2	98.650000	33.050000	4372.834	-0.0128	-0.0748	-0.1234	0.1747	53.4893
3	98.750000	33.050000	4530.959	0.0292	-0.3837	-0.3162	-1.3952	-50.7005
4	98.850000	33.050000	4567.407	0.0166	-0.5441	-0.6622	-0.5086	66.8856
5	98.950000	33.050000	4646.551	0.0452	-0.7076	-1.6590	-1.6979	-60.9009
6	99.050000	33.050000	4672.380	0.0490	-0.6732	-0.4186	0.3348	-75.5007

剩余地形模型(m) 高程异常(m) 重力(mGal) 垂线偏差南向(")

计算点位置适合大地水准面及其外部近地空间，即大地水准面至航空高度。由于正常重力场保持不变，地形影响的对象是重力位、重力和重力梯度，因此，任意计算点处扰动重力、空间异常的剩余地形影响都严格等于其重力的剩余地形影响。
 程序将陆海高分地形模型与陆海低通地形模型相减，生成陆海剩余地形模型格网。高分陆海地形模型同时用于辨识陆域海域。有限半径积分方法不具备处理地形阶阶低阶项的能力，积分前，程序因此自动移去剩余地形模型的统计平均值。

近地空间场元陆海剩余地形影响积分计算

打开高分DTM 设置参数输入 计算结果保存 开始计算 计算信息保存 查看样例

近地空间场元陆海剩余地形影响数值积分

打开高分陆海地形模型格网文件
打开低通陆海地形模型格网文件
打开地面/海面大地高格网文件

选择计算点文件格式
大地高格网文件

打开计算面大地高格网文件

选择场元类型
 高程异常(m)
 重力(mGal)
 垂线偏差(")
 重力梯度(E)
 设置积分半径 90 km

抽取剩余地形影响 图形绘制

计算过程 ** 操作提示

>> 输入格网规格相同的陆海高分地形模型、低通陆海地形模型和地面/海面大地高格网文件...
 ** 打开陆海高分地形模型格网文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/Renterrianeffect/landtmm.dat.
 ** 打开低通陆海地形模型格网文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/Renterrianeffect/landtmm1lvb.dat.
 ** 打开地面/海面大地高格网文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/Renterrianeffect/landsurftgt.dat.
 ** 打开计算面大地高格网文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/Renterrianeffect/landeoidht.txt.
 ** 计算结果保存为 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/Renterrianeffect/geooidht.txt.
 ** 程序同时当前目录下，输出高程异常(*.ksl)、重力(*.gra)、垂线偏差向量(*.dft)的剩余地形影响格网。*为界面输入的结果文件名，程序输出指定类型场元的剩余地形影响格网文件。
 ** 参数设置结果已输入系统！
 ** 点击[开始计算]控件按钮，或[开始计算]工具按钮.....
 ** 计算开始时间：2024-09-03 11:04:32
 ** 完成大地水准面及其外部场元的剩余地形影响积分计算！
 ** 计算结束时间：2024-09-03 11:11:03

C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/Renterrianeffect/geooidht.ksl
 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/Renterrianeffect/geooidht.gra
 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/Renterrianeffect/geooidht.dft
 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/Renterrianeffect/geooidht.grc

剩余地形模型(m) 高程异常(m) 重力(mGal) 垂线偏差南向(")

计算点位置适合大地水准面及其外部近地空间，即大地水准面至航空高度。由于正常重力场保持不变，地形影响的对象是重力位、重力和重力梯度，因此，任意计算点处扰动重力、空间异常的剩余地形影响都严格等于其重力的剩余地形影响。
 程序将陆海高分地形模型与陆海低通地形模型相减，生成陆海剩余地形模型格网。高分陆海地形模型同时用于辨识陆域海域。有限半径积分方法不具备处理地形阶阶低阶项的能力，积分前，程序因此自动移去剩余地形模型的统计平均值。

表 3.6 各种重力场量陆海剩余地形影响统计

地面场量类型/单位	平均值	标准差 ϵ	最小值	最大值	D/ ϵ
高程异常 m	0.0188	0.0566	-0.2151	0.3835	10.2
重力 mGal	0.5342	1.0570	-1.6605	13.2024	14.1
垂线偏差 S"	-0.0000	0.8730	-4.7838	4.6030	10.8
垂线偏差 W"	-0.0075	0.8157	-6.2512	5.1511	14.0
重力梯度 E	-7.0310	300.1898	-928.6079	884.6364	6.0

剩余地形影响的谱域性质可通过低通地形模型调控。本例极差标准差比率 D/ ϵ 显示，若不考虑重力场结构与重力点分布情况，与局部地形影响和地形 Helmert 凝聚相比，剩余地形影响更有利于精化大地水准面（高程异常），适合处理垂线偏差数据（如用于卫星测高数据处理），但不利于处理（扰动）重力梯度数据。

3.4.2 近地各种场元陆海剩余地形影响 FFT 计算

[功能]由陆海高分地形模型、陆海低通地形模型和地面/海面大地高格网，按一维或二维快速 FFT 算法，计算大地水准面及其外部高程异常 (m)、重力 (mGal)、垂线偏差向量 (", 南向 S/西向 W) 和重力梯度 (E, 径向) 的陆海剩余地形影响。

[输入]格网规格相同的陆海高分地形模型、陆海低通地形模型和地面/海面大地高格网与计算面大地高格网文件。

[参数设置]选择计算场元类型和快速算法，输入积分半径。

[输出]指定类型场元剩余地形影响格网。

程序在当前目录下，输出高程异常 (*.ksi)、重力 (*.gra)、垂线偏差向量 (*.dft) 或重力梯度 (*.grr) 的剩余地形影响格网文件。*为界面输入的结果文件名，程序输出指定类型场元的剩余地形影响格网文件。

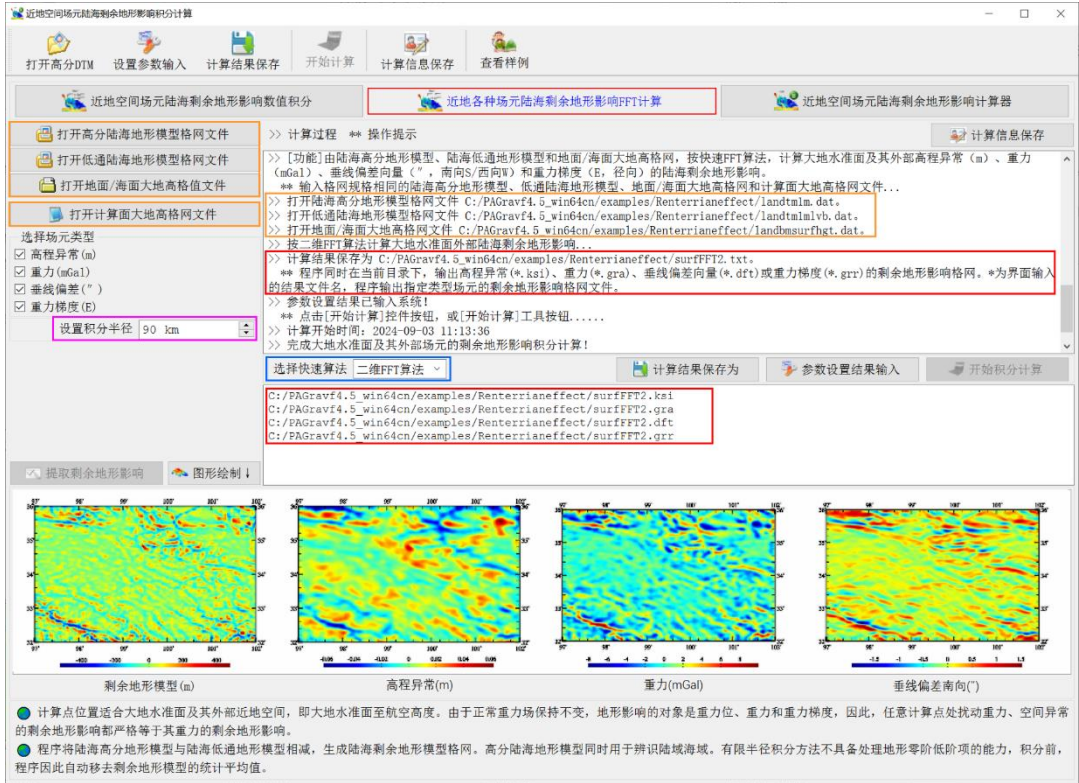
本例采用与数值积分完全相同的参数，按 FFT 算法计算，统计场元剩余地形影响的 FFT 计算结果与数值积分结果之差。

在计算积分核函数时，二维 FFT 算法将全部流动面元地心距都近似为整个边界面的平均地心距，一维 FFT 算法则对同一纬度格网采用一个平均地心距。

表 3.7 剩余地形影响 FFT 计算结果与数值积分结果之差统计

FFT 与数值积分之差		平均值	标准差	最小值	最大值
高程异常 m	FFT2	-0.0129	0.0335	-0.2051	0.1237
	FFT1	-0.0096	0.0242	-0.1514	0.0870
重力 mGal	FFT2	0.1031	0.2585	-0.4320	3.0334
	FFT1	0.0328	0.2266	-0.7472	1.3431
垂线偏差 S"	FFT2	0.0001	0.3380	-1.7813	1.8500

	FFT1	0.0002	0.0021	-0.0248	0.0334
垂线偏差 W"	FFT2	0.0029	0.3145	-1.9819	2.3883
	FFT1	0.0001	0.0040	-0.1178	0.0822
重力梯度 E	FFT2	0.4968	15.1962	-67.4822	97.0052
	FFT1	-0.0239	0.3995	-10.3352	4.9832



若计算海水完全布格影响时，可将陆海低通地形模型取零值格网。此时，积分半径一般不应小于 250km。

为有效改善重力场逼近性能，建议低通地形模型由全球陆海地形质量球谐系数模型，采用合适的截断阶数，按球谐综合方法构建。

3.4.3 近地空间场元陆海剩余地形影响计算器

[功能]输入陆海高分地形模型、陆海低通地形模型和地面/海面大地高格网，由大地水准面外部近地空间计算点大地坐标，实时计算高程异常（m）、重力（mGal）、垂线偏差向量（”，南向 S/西向 W）和重力梯度（E）的陆海剩余地形影响。此项功能适合课堂教学演示。

首先输入格网规格完全相同的高分陆海地形模型（区分陆域海域）、低通陆海地形模型与地面/海面大地高格网（表示剩余地形质量流动面元所在位置）文件，点亮[开始计算]按钮。之后，可反复输入计算点大地坐标，及时计算并显示计算点处各种类型场元

的剩余地形影响。

近地空间场元陆海剩余地形影响计算器

高分陆海地形模型

97.000000	102.000000	32.000000	36.000000	0.01666667	0.01666667
3988.0003	4048.9987	4129.9921	4151.9956	4155.9995	4177.9961
4277.9980	4373.9953	4466.9865	4479.9931	4520.9918	4547.9825
4242.0005	4229.0008	4211.0001	4165.0054	4150.0047	4157.0059
4429.0008	4511.9959	4529.9991	4531.0014	4589.9993	4531.9988
4273.0028	4221.0056	4196.0075	4146.0093	4251.0050	4337.9987
4643.9962	4607.0004	4609.9961	4609.9986	4457.0003	4379.9835
4500.0065	4593.9997	4485.9988	4485.9988	4477.9976	4473.0101
4272.0146	4409.0085	4419.0085	4419.0085	4404.0046	4729.0038
4530.9966	4456.9952	4456.9952	4456.9952	4456.9952	4071.0117
4371.0006	4429.9952	4429.9952	4429.9952	4429.9952	4520.9942
3868.0107	3964.9994	3964.9994	3964.9994	3964.9994	124.0006
4243.0076	4270.0056	4270.0056	4270.0056	4270.0056	4347.9933
4161.9980	4189.9937	4163.9996	4163.9996	4163.9996	4040.0077
4050.9965	4023.0012	4012.0022	4012.0022	4012.0022	4235.0039
4051.0030	4022.0027	3977.0121	4029.9996	4032.9988	3996.0025
4299.0025	4415.9991	4516.9921	4514.9967	4458.0032	4431.9971
3672.0205	3912.9978	4073.9952	4159.0051	4513.9938	4374.9940
4389.9975	4386.9989	4385.9983	4385.9983	4358.9980	4337.9925
4185.9964	4135.0004	4099.9998	4073.9998	4073.9986	4110.9920
4310.9929	4297.9951	4309.9918	4309.9894	4250.9985	4242.9906
3884.0033	3950.0001	4024.9995	4076.0000	4119.0000	4160.9984

输入计算点大地坐标

大地经度 98.240000°

大地纬度 32.428000°

大地高 2017.830m

设置积分半径 90 km

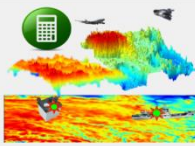
开始计算

各种扰动场元陆海剩余地形影响/完全布格影响

高程异常m 0.0094 重力mGal -7.1398

垂线偏差南向" -2.3612 垂线偏差西向" -0.9987

重力梯度E 13.2737



● 首先输入网格规格完全相同的高分陆海地形模型（区分陆域海域）、低通陆海地形模型与地面/海面大地高格网（表示剩余地形质量流动点所在位置）文件，点亮[开始计算]按钮。之后，可反复输入计算点大地坐标，及时计算并显示计算点处各种类型场元的剩余地形影响。

● 计算点位置适合陆域、海域的大地水准面及其外部近地空间，即大地水准面至航空高度。

● 程序容许随时从界面更换高分、低通陆海地形模型与地面/海面大地高格网文件，或改变积分半径，用户输入会立即生效。

近地空间场元陆海剩余地形影响计算器

高分陆海地形模型

97.000000	102.000000	32.000000	36.000000	0.01666667	0.01666667
3988.0003	4048.9987	4129.9921	4151.9956	4155.9995	4177.9961
4277.9980	4373.9953	4466.9865	4479.9931	4520.9918	4547.9825
4242.0005	4229.0008	4211.0001	4165.0054	4150.0047	4157.0059
4429.0008	4511.9959	4529.9991	4531.0014	4589.9993	4531.9988
4273.0028	4221.0056	4196.0075	4146.0093	4251.0050	4337.9987
4643.9962	4607.0004	4609.9961	4609.9986	4457.0003	4379.9835
4500.0065	4593.9997	4485.9988	4485.9988	4477.9976	4473.0101
4272.0146	4409.0085	4419.0085	4419.0085	4404.0046	4729.0038
4530.9966	4456.9952	4456.9952	4456.9952	4456.9952	4071.0117
4371.0006	4429.9952	4429.9952	4429.9952	4429.9952	4520.9942
3868.0107	3964.9994	3964.9994	3964.9994	3964.9994	124.0006
4243.0076	4270.0056	4270.0056	4270.0056	4270.0056	4347.9933
4161.9980	4189.9937	4163.9996	4163.9996	4163.9996	4040.0077
4050.9965	4023.0012	4012.0022	4012.0022	4012.0022	4235.0039
4051.0030	4022.0027	3977.0121	4029.9996	4032.9988	3996.0025
4299.0025	4415.9991	4516.9921	4514.9967	4458.0032	4431.9971
3672.0205	3912.9978	4073.9952	4159.0051	4513.9938	4374.9940
4389.9975	4386.9989	4385.9983	4385.9983	4358.9980	4337.9925
4185.9964	4135.0004	4099.9998	4073.9998	4073.9986	4110.9920
4310.9929	4297.9951	4309.9918	4309.9894	4250.9985	4242.9906
3884.0033	3950.0001	4024.9995	4076.0000	4119.0000	4160.9984

输入计算点大地坐标

大地经度 100.450000°

大地纬度 32.428000°

大地高 417.830m

设置积分半径 90 km

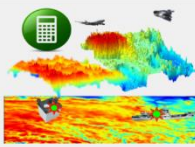
开始计算

各种扰动场元陆海剩余地形影响/完全布格影响

高程异常m 0.0321 重力mGal -13.5424

垂线偏差南向" 0.0383 垂线偏差西向" -0.0682

重力梯度E 3.5447



● 首先输入网格规格完全相同的高分陆海地形模型（区分陆域海域）、低通陆海地形模型与地面/海面大地高格网（表示剩余地形质量流动点所在位置）文件，点亮[开始计算]按钮。之后，可反复输入计算点大地坐标，及时计算并显示计算点处各种类型场元的剩余地形影响。

● 计算点位置适合陆域、海域的大地水准面及其外部近地空间，即大地水准面至航空高度。

● 程序容许随时从界面更换高分、低通陆海地形模型与地面/海面大地高格网文件，或改变积分半径，用户输入会立即生效。

计算点位置适合陆域、海域的大地水准面及其外部近地空间，即大地水准面至航空

高度。

程序容许随时从界面更换高分、低通陆海地形模型与地面/海面大地高格网文件，或改变积分半径，用户输入会立即生效。

3.5 陆海统一的经典重力布格/均衡影响积分计算

[目标]由陆海地形数字模型和地面/海面大地高格网，计算地面/海面重力陆海统一的经典布格/均衡影响 (mGal)。

各种类型地形影响等于其经典地形改正的负值，如平面层间影响等于负的层间改正，海水布格影响等于负的海水布格改正。

经典布格重力异常 = 地面/海面空间异常 - 布格影响量 - 空间异常由地面到大地水准面的解析延拓量。经典布格扰动重力 = 地面/海面扰动重力 - 布格影响量 - 扰动重力由地面到大地水准面的解析延拓量。

经典均衡重力异常 = 地面/海面空间异常 - 均衡影响量 - 空间异常由地面到大地水准面的解析延拓量。经典均衡扰动重力 = 地面/海面扰动重力 - 均衡影响量 - 扰动重力由地面到大地水准面的解析延拓量。

解析延拓量需调用[地球重力场数据分析与预处理计算]程序计算，推荐采用超高阶重力场模型移去恢复法，或在此基础上增加残差径向梯度法解析延拓。

布格重力异常与布格扰动重力的地形影响相等，均衡重力异常与均衡扰动重力的地形影响相等。

3.5.1 地面/海面重力点经典布格均衡影响计算

[功能]由陆海地形数字模型和地面/海面大地高格网，计算地面/海面重力点陆海统一的经典布格影响/均衡影响及其各种地形影响量 (mGal)。

[输入]格网规格相同的陆海地形数字模型和地面/海面大地高格网，计算点位置文件或计算范围地面/海面大地高格网文件。

[参数设置]输入陆地局部地形影响积分半径，陆海均衡影响/海水布格影响积分半径与均衡补偿深度。

[输出]陆海统一的经典布格/均衡影计算结果文件。

当输入计算点位置文件时，结果文件记录格式：在计算点值文件记录的基础上，增加地形高度/海洋水深、局部地形影响、陆地平面层间影响、海水完全布格影响、陆地均衡影响、海洋均衡影响，布格影响量与均衡影响量共 8 个属性值，保留 4 位有效数字。

当输入计算范围地面/海面大地高格网文件时，输出结果文件记录格式：点号，经度，纬度，地形高度/海洋水深，局部地形影响，陆地平面层间影响，海水完全布格影响，陆地均衡影响，海洋均衡影响，布格影响量与均衡影响量。

陆海统一的重力经典布格/均衡影响积分计算

打开陆海地形 设置参数输入 计算结果保存 开始计算 计算信息保存 查看样例

地面/海面重力点经典布格/均衡影响积分计算 陆海重力点经典布格/均衡影响计算器 陆海统一的重力经典布格/均衡影响算法

计算过程 ** 操作提示

打开陆海地形数字模型格值文件 >> [功能]自陆海地形数字模型和地面/海面大地高格网, 计算地面/海面重力点陆海统一的经典布格影响/均衡影响及其各种地形影响量(mGal)。
 ** 输入格网规格相同的陆海地形数字模型和地面/海面大地高格网...

打开地面/海面大地高格网文件 >> 打开陆海地形数字模型格网文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/TerSurfacegravinfl/dt5m.dat.
 >> 打开地面/海面大地高格网文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/TerSurfacegravinfl/dm5m.dat.
 >> 打开地面/海面计算点位置文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/TerSurfacegravinfl/shmht.txt.

选择计算点文件格式 >> ** 观察下方窗口文件信息, 设置点值文件格式...

高散计算点文件 >> ** 参数设置结果已输入系统!

打开地面/海面计算点位置文件 >> ** 计算结果保存为 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/TerSurfacegravinfl/rstpnt.txt.
 ** 在计算点记录的基础上, 增加高度/水深(m), 局部地形影响、陆地平面层间影响、海水完全布格影响、陆地均衡影响、海洋均衡影响, 布格影响量与均衡影响量共8个属性值, 保留4位有效数字。

计算点文件占住行数 1 >> ** 点击[开始计算]控件按钮, 或[开始计算]工具按钮.....

局部地形影响积分半径 90 km >> ** 计算开始时间: 2024-09-03 12:06:34

均衡/海水布格积分半径 300 km >> ** 完成经典布格/均衡影响计算!

均衡补偿深度 30 km

计算结果保存为 参数设置结果输入 开始计算

no	lon(deg/decimal)	lat	height/depth	local	terrian	plane	layer	sea-water	Bouguer	effect	...
57	18.041667	1.4605	-2191.889	0.0000	0.0000	-109.5704	-0.0000	122.0600	-109.5704	12.4887	
58	18.041667	1.7831	-2072.111	0.0000	0.0000	-103.9803	-0.0003	122.3674	-103.9803	18.3868	
59	18.041667	2.1041	-1926.889	0.0000	0.0000	-97.4649	-0.0000	122.9345	-97.4649	25.4695	
60	18.041667	2.4240	-1638.222	0.0000	0.0000	-89.4900	0.0000	124.4235	-89.4900	34.9336	
61	18.041667	2.7435	-1914.444	0.0000	0.0000	-96.2755	0.0000	126.2211	-96.2755	29.9456	
62	18.041667	3.0633	-2010.222	0.0000	0.0000	-100.8150	0.0000	129.3603	-100.8150	28.5453	

提取布格/均衡影响 图形绘制

陆海地形数字模型(m) 陆海布格影响量(mGal) 陆海均衡影响量(mGal)

- 经典布格重力异常 = 空间异常 - 布格影响量 - 空间异常由地面到大地水准面的解析延拓量; 经典布格扰动重力 = 扰动重力 - 布格影响量 - 扰动重力解析延拓量。
- 经典均衡重力异常 = 空间异常 - 均衡影响量 - 空间异常解析延拓量; 经典均衡扰动重力 = 扰动重力 - 均衡影响量 - 扰动重力由地面到大地水准面的解析延拓量。
- 程序适合陆地、陆海交界、海域无缝的地面/海面重力布格/均衡影响统一计算。重力数据可以是大地水准面外部近地空间。解析延拓量需调用[地球重力场数据分析与预处理]程序计算, 推荐采用超高阶重力场模型移去恢复法, 或在此基础上增加残差径向梯度法解析延拓。

陆海统一的重力经典布格/均衡影响积分计算

打开陆海地形 设置参数输入 计算结果保存 开始计算 计算信息保存 查看样例

地面/海面重力点经典布格/均衡影响积分计算 陆海重力点经典布格/均衡影响计算器 陆海统一的重力经典布格/均衡影响算法

计算过程 ** 操作提示

打开陆海地形数字模型格网文件 >> 打开陆海地形数字模型格网文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/TerSurfacegravinfl/dt5m.dat.
 >> 打开地面/海面大地高格网文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/TerSurfacegravinfl/dm5m.dat.
 >> 打开计算范围地面/海面大地高格网 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/TerSurfacegravinfl/dmht5m.dat.

选择计算点文件格式 >> ** 计算结果保存为 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/TerSurfacegravinfl/result.txt.
 ** 记录格式: 点号, 经度, 纬度, 高度/水深, 局部地形影响, 陆地平面层间影响, 海水完全布格影响, 陆地均衡影响, 海洋均衡影响, 布格影响量与均衡影响量。

大地高格网文件 >> ** 程序启动在当前目录下, 输出陆海布格影响量(*.bgr)和陆海均衡影响量(*.ist)格网。*为界面输入的结果文件名。

打开计算范围地面/海面大地高格网 >> ** 参数设置结果已输入系统!

局部地形影响积分半径 90 km >> ** 点击[开始计算]控件按钮, 或[开始计算]工具按钮.....

均衡/海水布格积分半径 300 km >> ** 计算开始时间: 2024-09-03 12:11:07

均衡补偿深度 30 km >> ** 完成经典布格/均衡影响计算!

计算结果保存为 参数设置结果输入 开始计算

no	lon(deg/decimal)	lat	height/depth	local	terrian	plane	layer	sea-water	Bouguer	effect	...
1	110.04167	15.04167	-456.500	0.0000	0.0000	-7.8971	0.0000	12.2480	-7.8971	4.3510	
2	110.12500	15.04167	-434.667	0.0000	0.0000	-7.8766	0.0000	14.7200	-7.8766	6.8435	
3	110.20933	15.04167	-465.667	0.0000	0.0000	-9.1329	0.0000	17.0115	-9.1329	7.8787	
4	110.29167	15.04167	-638.167	0.0000	0.0000	-13.9564	0.0000	19.0292	-13.9564	5.0728	
5	110.37500	15.04167	-723.167	0.0000	0.0000	-17.1850	0.0000	21.0073	-17.1850	3.8223	
6	110.45833	15.04167	-742.833	0.0000	0.0000	-18.6294	0.0000	22.8917	-18.6294	4.2624	

提取布格/均衡影响 图形绘制

陆海地形数字模型(m) 陆海布格影响量(mGal) 陆海均衡影响量(mGal)

- 经典布格重力异常 = 空间异常 - 布格影响量 - 空间异常由地面到大地水准面的解析延拓量; 经典布格扰动重力 = 扰动重力 - 布格影响量 - 扰动重力解析延拓量。
- 经典均衡重力异常 = 空间异常 - 均衡影响量 - 空间异常解析延拓量; 经典均衡扰动重力 = 扰动重力 - 均衡影响量 - 扰动重力由地面到大地水准面的解析延拓量。
- 程序适合陆地、陆海交界、海域无缝的地面/海面重力布格/均衡影响统一计算。重力数据可以是大地水准面外部近地空间。解析延拓量需调用[地球重力场数据分析与预处理]程序计算, 推荐采用超高阶重力场模型移去恢复法, 或在此基础上增加残差径向梯度法解析延拓。

当按大地高格网计算时，程序还在当前目录下，输出陆海布格影响量 (*.bgr) 和陆海均衡影响量 (*.ist) 格网。*为界面输入的结果文件名。

无论是地面、海洋还是航空重力，计算经典布格/均衡重力异常/扰动重力只需简单两步。第一步得到大地水准面上空间异常/扰动重力（当采用重力场位系数模型时，直接调用 2.2.1 计算），第二步调用本程序计算布格/均衡影响量，两步相减即可。

3.5.2 陆海重力点经典布格/均衡影响计算器

[功能]输入陆海地形模型和地面/海面大地高格网，由地面/海面计算点大地坐标，实时计算陆海统一的经典布格影响/均衡影响及其各种地形影响量 (mGal)。

用+表示大于零，-表示小于零，则有：平面层间影响 (+)，海水布格影响 (-)，陆地均衡影响 (-)，海洋均衡影响 (+)。

近岸海域受局部地形影响和陆地均衡影响，不等于零；近海陆地受海水布格影响和海洋均衡影响也不为零。

程序容许随时从界面更换地面数字高程模型与地面/海面大地高格网文件，或改变积分半径、均衡补偿深度，用户输入会立即生效。

陆海重力点经典布格/均衡影响计算器

打开陆海地形数字模型格值文件

打开地面/海面大地高格值文件

局部地形影响积分半径 90 km

均衡/海水布格积分半径 300 km

设置地壳均衡补偿深度 30 km

输入地面/海面计算点大地坐标

经度 116.240000° 纬度 26.428100°

开始计算

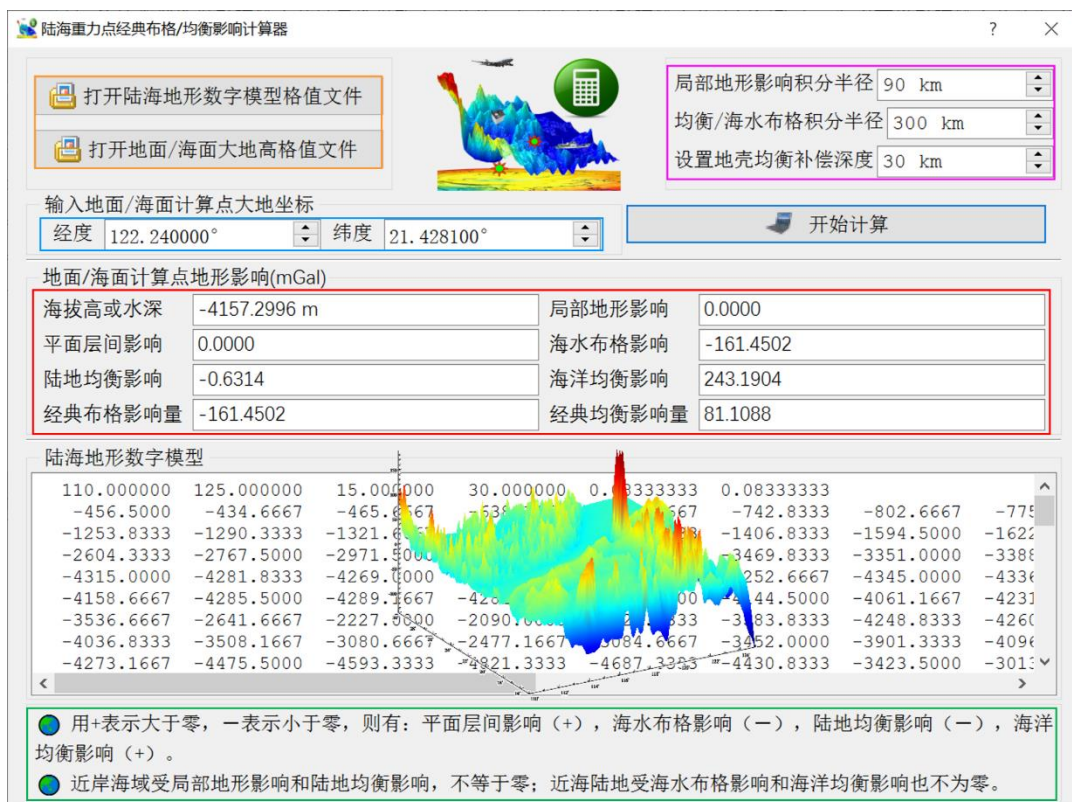
地面/海面计算点地形影响(mGal)			
海拔高或水深	400.3811 m	局部地形影响	-0.4405
平面层间影响	44.8300	海水布格影响	-0.0000
陆地均衡影响	-39.2525	海洋均衡影响	0.0000
经典布格影响量	44.3896	经典均衡影响量	5.1370

陆海地形数字模型

110.000000	125.000000	15.000000	30.000000	33.333333	0.08333333
-456.5000	-434.6667	-465.5000	-465.5000	-742.8333	-802.6667
-1253.8333	-1290.3333	-1321.6667	-1321.6667	-1406.8333	-1594.5000
-2604.3333	-2767.5000	-2971.5000	-2971.5000	-3469.8333	-3351.0000
-4315.0000	-4281.8333	-4269.0000	-4269.0000	-4252.6667	-4345.0000
-4158.6667	-4285.5000	-4289.1667	-4289.1667	-4144.5000	-4061.1667
-3536.6667	-2641.6667	-2227.5000	-2090.0000	-1683.8333	-4248.8333
-4036.8333	-3508.1667	-3080.6667	-2477.1667	-1508.6667	-3901.3333
-4273.1667	-4475.5000	-4593.3333	-4821.3333	-4687.3333	-4430.8333

● 用+表示大于零，-表示小于零，则有：平面层间影响 (+)，海水布格影响 (-)，陆地均衡影响 (-)，海洋均衡影响 (+)。

● 近岸海域受局部地形影响和陆地均衡影响，不等于零；近海陆地受海水布格影响和海洋均衡影响也不为零。



3.6 超高阶陆海地形球谐分析与球谐系数模型构建

[目标]对全球陆海地形（陆域地形高度/海域海洋水深）进行球谐分析，生成规格化陆海地形质量（面密度）球谐系数模型，用于计算地面、海洋、航空及卫星高度等各种类型场元的完全布格影响或剩余地形影响模型值。

3.6.1 全球陆海地形数据球坐标格网化

[功能]利用全球地面/海面离散点值记录数据，由指定的属性和空间分辨率，按简单平均法，生成全球球坐标格网模型。

[输入]全球地面/海面离散点值。

记录格式：点号或点名，经度，纬度（度小数），…，待格网化属性，…。

[参数设置]输入离散点文件的头文件行数，记录中待格网化属性所在列序号和球坐标格网空间分辨率（'）。

[输出]全球陆海球坐标格网。

3.6.2 超高阶全球陆海地形球谐分析

[功能]由球坐标系中全球陆海地形模型格网，计算陆地和海水完全布格的地形质量（用面密度表示，单位 kg/m^2 ），对其进行球谐分析，将其用相应阶次的全球陆海地形质量规格化球谐系数模型（ kg/m^2 ）表示。

[输入]球坐标系中全球陆海地形模型格网文件...

[参数设置]输入迭代残差标准差阈值 a，迭代增量终止条件 b，选择是否同时输出全球地形位系数模型 (m)。

迭代终止条件：当残差格网的格值标准差小于原格网格值标准差的 a%时，或上一步迭代残差标准差与当前残差标准差之差，小于原格网格值标准差的 b‰时，迭代终止。

[输出]全球陆海地形质量规格化球谐系数模型 (kg/m²)，迭代过程统计信息文件 Harminf.txt 和残差格网文件。

Harminf.txt 记录格式：迭代次数，(地形面密度残差) 平均值，标准差，最小值，最大值。

全球陆海地形质量规格化球谐系数模型头文件：地心引力常数 GM (×10¹⁴m³/s²)，地球长半轴 a (m)，零阶项 aC₀₀ (kg/m²)，相对误差 Θ (%)。

超高阶陆海地形球谐分析与球谐系数模型构建

打开陆海地形 结果保存 设置参数输入 球谐分析 计算信息保存 查看样例

全球陆海地形数据球坐标格网化 超高阶全球陆海地形球谐分析 全球陆海地形球谐分析与综合算法

打开陆海地形模型球坐标格网文件 >> 计算过程 ** 操作提示

设置迭代控制条件

残差标准差阈值a 1.0 ‰

迭代增量终止条件b 1.0 ‰

同时输出地形位系数模型

计算信息保存

** 第14迭代, 残差标准差 = 7.66e+04
** 第15迭代, 残差标准差 = 7.561e+04
** 第16迭代, 残差标准差 = 7.479e+04
** 第17迭代, 残差标准差 = 7.406e+04
** 第18迭代, 残差标准差 = 7.343e+04
** 第19迭代, 残差标准差 = 7.286e+04
** 第20迭代, 残差标准差 = 7.235e+04
** 第21迭代, 残差标准差 = 7.19e+04
** 全球陆海地形残差标准差 = 41.76m

球谐系数模型头文件: 地心引力常数 (GM×10¹⁴), 地球长半轴 (a), 零阶项 (kg/m²), 相对误差 (%)

程序在当前目录下同时输出全球陆海地形规格化位系数文件*geop.dat。*为全球陆海地形面密度球谐系数文件名。

完成球坐标系中陆海地形面密度规格化球谐分析

计算结束时间: 2024-09-03 15:15:06

球谐系数模型保存为 残差地形格网保存为 参数设置结果输入

输入输出数据显示

3.986004415	6378136.30	-3667855.469	2.610
1	0	1.7136622041989014E-01	0.0000000000000000E+00
1	1	1.6662830435045770E-01	1.1455495759997025E-01
2	0	1.6336321585390826E-01	0.0000000000000000E+00
2	1	8.4790437441031666E-02	9.1248955794424574E-02
2	2	-1.1820159432747770E-02	-1.6730453760131058E-02
3	0	-6.4915217548611903E-02	0.0000000000000000E+00
3	1	-4.4601488606263985E-02	4.0150215896509155E-02
3	2	-1.3058410613118987E-01	1.2619038828975734E-01
3	3	3.7363651282929691E-02	1.5252641909794915E-01
4	0	1.0060932875109302E-01	0.0000000000000000E+00
4	1	-5.9865764618243791E-02	-8.3251300050875360E-02

● 球谐系数阶数n等于陆海地形格网在纬度方向格网数。如0.25'分辨率陆海地形模型对应n=720。
● 陆地地形面密度等于地形高度与地形密度之积，表示单位面积地形质量，恒大于零。
● 海洋地形面密度等于水深乘以海水密度与地形密度之差，表示单位面积海洋水体补偿质量，恒

程序根据要求在当前目录下输出全球陆海地形规格化位系数文件*geop.dat。*为全球陆海地形质量球谐系数文件名。头文件同全球陆海地形质量球谐系数模型文件。

程序采用迭代算法，计算过程需要等待...期间可打开当前目录下的 Harminf.txt 文件，查看迭代进程...

Θ 为最终迭代残差标准差与源格格网值标准差的百分比，GM, a也称为球谐系数模型的尺度参数。

零阶项代表地形面密度引起的地球总质量变化，在地球质量守恒条件下无意义，后续计算一般忽略零阶项。3个一阶项球谐系数 (C₁₀, C₁₁, S₁₁) 代表全球陆海地形面密

度引起的地球质心变化。

球谐系数阶数 n 等于陆海地形格网在纬度方向格网数。如 0.25° 分辨率陆海地形模型对应 $n=720$ 。

陆地地形面密度等于地形高度与地形密度之积，表示单位面积地形质量，恒大于零。

海洋地形面密度等于水深乘以海水密度与地形密度之差，表示单位面积海洋水体补偿质量，恒小于零。

3.7 外部场元完全布格/剩余地形影响球谐综合计算

[目标]利用陆海地形质量规格化球谐系数模型 (kg/m^2)，计算陆域地形高度/海域海洋水深模型值，以及大地水准面及其外部空间任意点处各种场元的剩余地形影响（完全布格影响）模型值，分析全球陆海地形影响的谱域空域性质。

由于正常重力场不变，因此，外部扰动重力、空间异常的地形影响等于重力的地形影响，扰动位的地形影响等于重力位的地形影响。

3.7.1 场元完全布格(剩余地形)影响陆海地形球谐综合

[功能]输入地形质量规格化球谐系数模型 (kg/m^2)，计算陆地地形高程/海洋水深模型值，以及大地水准面及其外部空间任意点处高程异常 (m)、(扰动) 重力/空间异常 (mGal)、垂线偏差 (s , $''/\text{秒}$ ，南向、西向)、径向重力梯度 (E)、水平重力梯度 (E ，北向、西向) 或扰动位 (m^2/s^2) 的剩余地形（完全布格）影响模型值。

[输入]地形质量规格化球谐系数模型 (kg/m^2) 文件，计算点空间位置文件或计算面大地高格网文件。

地形质量规格化球谐系数模型头文件：地心引力常数 GM ($\times 10^{14}\text{m}^3/\text{s}^2$)，地球长半轴 a (m)，零阶项 aC_{00} (kg/m^2)，相对误差 Θ (%)。

计算点空间位置文件记录格式：点号/点名 经度 (度小数) 纬度 (度小数) 大地高 (m)

计算面大地高格网用于提供按格网计算的计算点空间大地坐标。

[参数设置]选择计算点文件格式、计算场元类型，输入球谐系数模型最小计算阶数、最大计算阶数。

程序选择球谐系数模型最大阶数和输入最大阶数中的最小值作为计算阶数。

当球谐系数模型最小计算阶数等于 1 时，程序计算陆海统一的 (扰动) 重力场元完全布格影响模型值；当位系数最小计算阶数大于 1 时，程序计算陆海统一的 (扰动) 重力场元剩余地形影响模型值。

[输出] (扰动) 重力场元完全布格影响或剩余地形影响模型值计算结果文件。

当输入计算点空间位置文件时，输出结果文件记录格式：在空间计算点值文件记录的基础上，增加一列或若干列指定场元类型的完全布格影响 (或剩余地形影响) 模型值，

保留 4 位有效数字。

各种场元完全布格(剩余地形)影响地球谱综合计算

打开计算文件 计算结果保存 设置参数输入 开始计算 计算信息保存 查看样例

场元完全布格(剩余地形)影响陆地地球谱综合 各种场元完全布格(剩余地形)影响模型值计算器 陆地地形系数模型频谱性质分析

打开地形质量球谐系数模型文件

选择计算点文件格式
大地高格网文件

打开计算点空间位置文件

设置点值文件格式
头文件占住的行数 1
高度属性序号 4

选择计算场元类型
 陆地地形高程/海洋水深(m)
 高程异常(m)
 (扰动)重力/空间异常(mGal)
 垂线偏差(")
 水平重力梯度(E)
 径向重力梯度(E)
 扰动位/重力位(m²/s²)

最小计算阶数 361
最大计算阶数 720

提取地形影响 图形绘制 ↓

计算过程 ** 操作提示

>> [功能] 输入地形质量规格化球谐系数模型(kg/m³), 计算陆地地形高程/海洋水深模型值, 以及大地水准面及其外部空间任意点处高程异常(m)、(扰动)重力/空间异常(mGal)、垂线偏差(s, "/s, 南向、西向)、径向重力梯度(E)、水平重力梯度(E, 北向、西向)或扰动位(m²/s²)的剩余地形(完全布格)影响模型值。

* * * 点击[打开地形质量球谐系数模型文件]控件按钮...

>> 打开地形质量球谐系数模型文件 C:/PAgrav4.5.win64cn/data/ETOP0cs1800.dat.

* * * 下方窗口只显示了其中不超过2000行的球谐系数模型数据!

>> 打开计算点空间位置文件 C:/PAgrav4.5.win64cn/examples/TerHarmntInfluence/calcpt.txt.

* * * 观察下方窗口文件信息, 设置点值文件格式...

>> 计算结果文件保存为 C:/PAgrav4.5.win64cn/examples/TerHarmntInfluence/rstpt.txt.

* * * 记录格式: 在空间计算点值文件记录的基础上增加一列或者若干列指定类型场元的剩余地形(或完全布格)影响值, 保留4位有效数字。

* * * 点击[开始计算]控件按钮, 或[开始计算]工具按钮...

* * * 计算过程需要等待, 期间可打开输出文件查看计算进度...

计算结果保存为 参数设置结果输入

number (value)	lat (degree/decimal)	ellipheight (m)				
3248	103.671979	31.938051	2743.9394	-0.0132	-1.0149	0.2600
3249	103.696944	31.964721	2501.2449	-0.1990	-19.0949	-17.2622
3250	103.718330	31.981114	2435.4206	-0.2122	-21.6505	-20.5211
3251	103.735559	31.795251	2366.5700	-0.1467	-17.3694	-17.5808
3252	103.777216	31.776390	2294.0304	-0.0607	-10.6096	-11.9607
3253	103.822779	31.756333	2233.2317	0.0476	-1.3528	-3.7106
3254	103.849717	31.724168	2215.6806	0.2826	18.7685	14.3603
3255	103.816666	31.650003	2242.9951	0.7795	58.9068	48.4952

103.5° 104° 104.5° 105° 105.5° 106° 106.5°

31.2° 31.4° 31.6° 31.8°

高程异常(m) 重力(mGal) 重力梯度(径向E)

程序适合陆地、陆海交界、海域无缝的多种类型重力场元完全布格影响和剩余地形影响统一计算。场元所处位置可以是整个地球外部空间, 如大地水准面至地球卫星高度。
设置相等的最小、最大阶数n, 程序计算第n阶陆地地形系数对重力场元的贡献, 可用于分析评价陆地地球谱系数模型的频谱特性。

各种场元完全布格(剩余地形)影响地球谱综合计算

打开计算文件 计算结果保存 设置参数输入 开始计算 计算信息保存 查看样例

场元完全布格(剩余地形)影响陆地地球谱综合 各种场元完全布格(剩余地形)影响模型值计算器 陆地地形系数模型频谱性质分析

打开地形质量球谐系数模型文件

选择计算点文件格式
大地高格网文件

打开计算面大地高格网文件

选择计算场元类型
 陆地地形高程/海洋水深(m)
 高程异常(m)
 (扰动)重力/空间异常(mGal)
 垂线偏差(")
 水平重力梯度(E)
 径向重力梯度(E)
 扰动位/重力位(m²/s²)

最小计算阶数 361
最大计算阶数 720

提取地形影响 图形绘制 ↓

计算过程 ** 操作提示

>> [功能] 输入地形质量规格化球谐系数模型(kg/m³), 计算陆地地形高程/海洋水深模型值, 以及大地水准面及其外部空间任意点处高程异常(m)、(扰动)重力/空间异常(mGal)、垂线偏差(s, "/s, 南向、西向)、径向重力梯度(E)、水平重力梯度(E, 北向、西向)或扰动位(m²/s²)的剩余地形(完全布格)影响模型值。

* * * 点击[打开地形质量球谐系数模型文件]控件按钮...

>> 打开地形质量球谐系数模型文件 C:/PAgrav4.5.win64cn/data/ETOP0cs1800.dat.

* * * 下方窗口只显示了其中不超过2000行的球谐系数模型数据!

>> 打开计算面大地高格网文件 C:/PAgrav4.5.win64cn/examples/TerHarmntInfluence/dmshgt.txt.

* * * 计算结果文件保存为 C:/PAgrav4.5.win64cn/examples/TerHarmntInfluence/result.txt.

* * * 程序运行过程中的记录格式: 点号, 经度, 纬度, 大地高, 若干列指定类型场元的剩余地形(或完全布格)影响模型值。程序运行结束后保存输出的指定类型模型值格网文件名。

* * * 程序同时当前目录下, 输出陆地地形模型值(*.dat), 高程异常(*.ks1), (扰动)重力/空间异常(*.gra), 垂线偏差向量(*.dft), 径向重力梯度(*.grp)、水平重力梯度(*.hgd)或扰动位(*.ge1)剩余地形(完全布格)影响模型值格网文件。*为界面输入的结果文件名, 程序按选择的场元类型输出相应类型格网文件。

计算结果保存为 参数设置结果输入

number	lat	ellipheight				
1	110.04167	15.04167	-1.947	0.1195	7.4827	5.1856
2	110.12500	15.04167	-1.724	0.1876	8.8020	5.7343
3	110.20833	15.04167	-1.484	0.1315	7.1302	4.1054
4	110.29167	15.04167	-1.222	0.0825	3.5905	1.3713
5	110.37500	15.04167	-0.937	0.0231	-0.0144	-0.9673
6	110.45833	15.04167	-0.628	+0.0245	-2.1472	-1.7752
7	110.54167	15.04167	-0.295	+0.0484	-2.2535	-0.8341
8	110.62500	15.04167	0.061	-0.0499	-0.8811	1.1396
9	110.70833	15.04167	0.440	-0.0389	0.8243	3.0091

110° 112° 114° 116° 118° 120° 122° 124°

16° 18° 20° 22° 24° 26° 28° 30°

高程异常(m) 重力(mGal) 重力梯度(径向E)

程序适合陆地、陆海交界、海域无缝的多种类型重力场元完全布格影响和剩余地形影响统一计算。场元所处位置可以是整个地球外部空间, 如大地水准面至地球卫星高度。
设置相等的最小、最大阶数n, 程序计算第n阶陆地地形系数对重力场元的贡献, 可用于分析评价陆地地球谱系数模型的频谱特性。

当输入计算面大地高格网文件时, 输出结果文件记录格式: 点号, 经度, 纬度, 大

地高，若干列指定场元类型的完全布格影响（或剩余地形影响）模型值。

当按计算面大地高格网计算时，程序还在当前目录下，输出陆海地形模型值（*.dtm），高程异常（*.ksi）、（扰动）重力/空间异常（*.gra）、垂线偏差向量（*.dft）、径向重力梯度（*.grr）、水平梯度向量（*.hgd）或扰动位（*.get）剩余地形（完全布格）影响模型值格网文件。*为界面输入的结果文件名，程序按选择的场元类型输出相应类型格网文件。

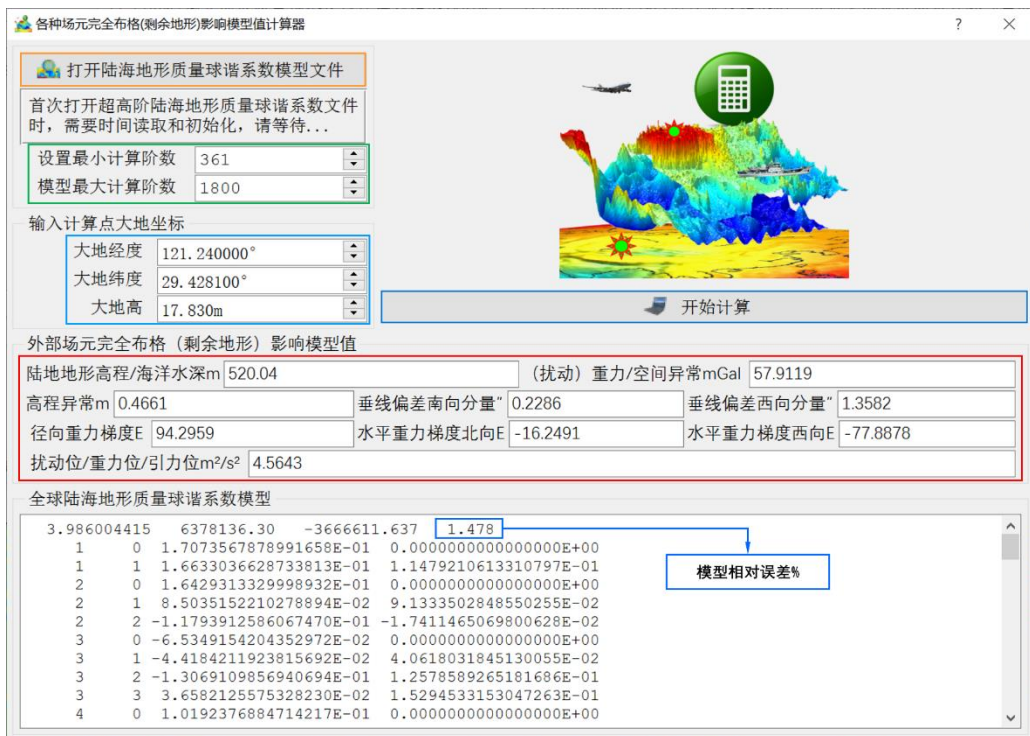
计算过程需要等待，计算期间可打开输出文件查看计算进度...

程序适合陆地、陆海交界、海域无缝的多种类型重力场元完全布格影响和剩余地形影响统一计算。场元所处位置可以是大地水准面及其外部空间，如大地水准面至地球卫星高度。在计算陆地地形高程/海洋水深模型值时，程序忽略计算点高度信息。

设置相等的最小、最大阶数 n ，程序计算第 n 阶陆海地形位系数对扰动重力场元的贡献。程序可计算任意阶 n 、累积 n 阶、带宽 $n_1 \sim n_2$ 的地形质量影响，以分析评价陆海地形球谐系数模型的谱域空域特性。

3.7.2 外部场元完全布格(剩余地形)影响模型值计算器

[功能]输入地形质量规格化球谐系数模型（ kg/m^2 ），由大地水准面外部整个地球空间计算点大地坐标，实时计算陆地地形高程/海洋水深与各种场元的剩余地形（完全布格）影响模型值。

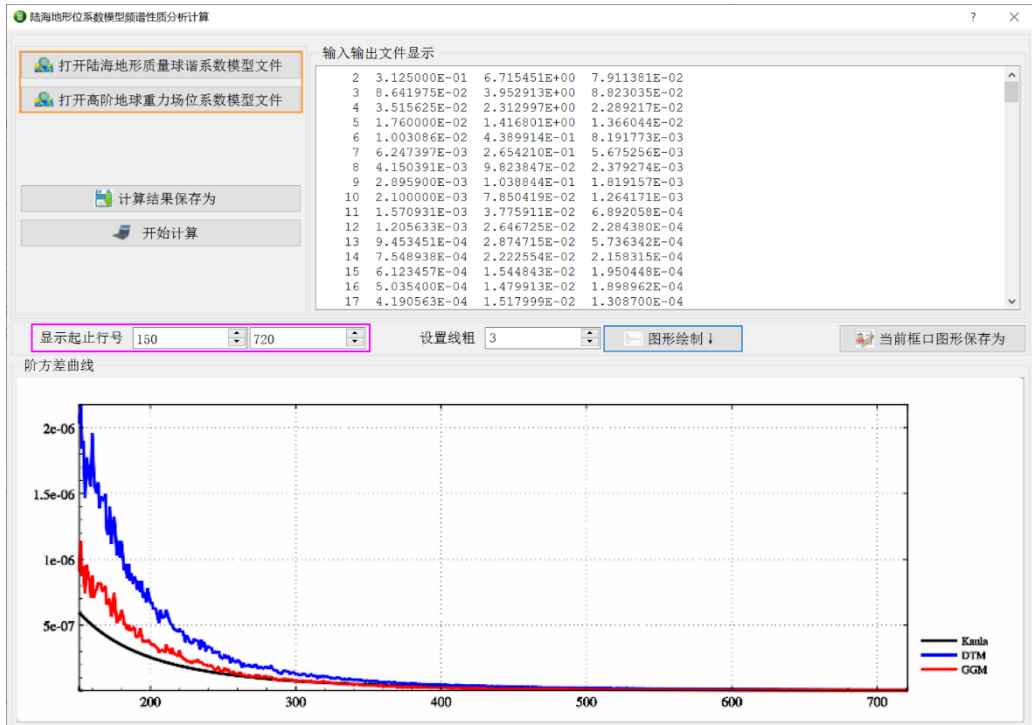


首次打开超高阶陆海地形质量球谐系数文件时，需要时间读取和初始化，请等待...



3.7.3 陆海地形位系数模型频谱性质分析

[功能]计算陆海地形质量球谐系数模型和高阶地球重力场模型阶方差, 通过比较多阶方差曲线, 考察与评估陆海完全布格影响、剩余地形影响的谱域和空域性质。



地形影响计算还可用于优化设计重力测量和水准测量技术方案。

3.8 重力场元各种地形影响计算练习流程

3.8.1 平均地形高度面完全布格扰动重力计算流程

由模拟的地面及航空高度上观测扰动重力，与地面数字高程模型，按剩余地形影响、参考重力场模型与地形质量球谐系数模型组合移去恢复技术，计算平均地形高度面（当作重力等位面）上完全布格扰动重力格网，以演练适合近地空间、陆海统一的完全布格影响计算要点与作业流程。

完全布格影响定义为：移去大地水准面以上地形质量，同时将海水密度补偿到地形密度后，产生的地球重力场变化。

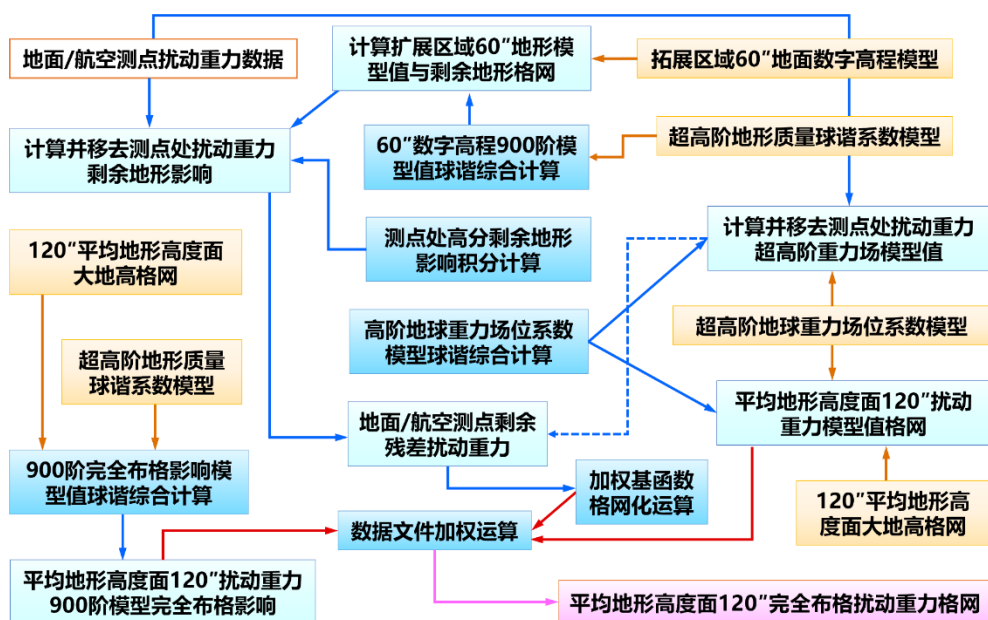
(一) 输入输出数据与相关地形模型

为抑制积分边缘效应，要求地形数据范围（扩展区域，E94.5~99.5°，N30.5~34.5°）
 ⊃ 成果范围（测点分布范围/归算面范围，E95.0~99.0°，N31.0~34.0°）。

(1) 观测扰动重力数据 Obsgrav.txt。

测点扰动重力采用 1800 阶 EGM2008 模型值模拟。PAGrav4.5 采用完全相同的算法统一处理地面、航空和海面的各种重力数据，处理过程中无需区分重力点位是在地面、航空高度还是在海域。

观测数据文件记录格式：点号，经度（°），纬度（°），大地高（m），扰动重力（mGal）。点位分布如图。

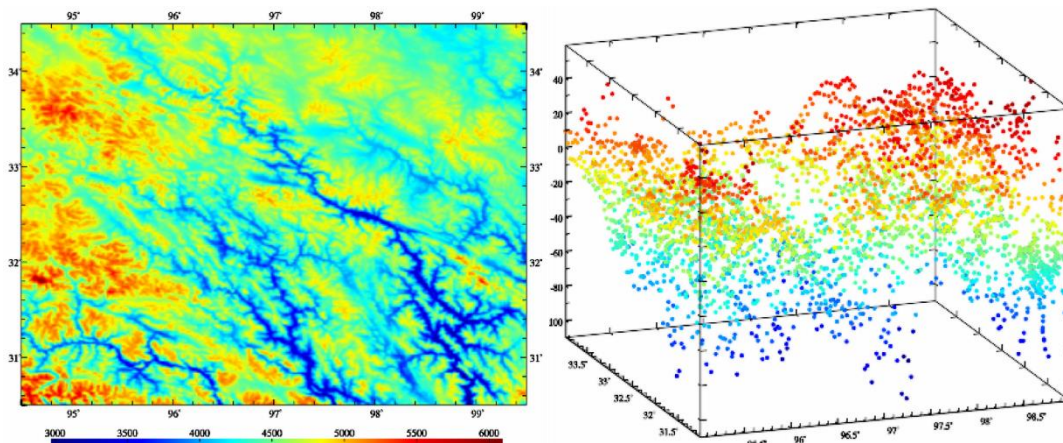


平均地形高度面完全布格扰动重力典型计算流程

(2) 1800 阶地形质量球谐系数模型 ETOPOcs3600.dat 与 2190 阶 EGM2008 重力位

系数模型 EGM2008.gfc。

两个模型存放在 C:\PAGrav4.5_win64cn\data 目录中。其中，1800 阶地形质量球谐系数模型，采用全球 2' 陆海地形模型 ETOPO2v2g，由 PAGrav4.5 程序[超高阶陆海地形球谐分析与球谐系数模型构建]生成。



地面数字高程模型（60"）与扰动重力测点空间分布

(3) 地面数字高程模型。

为消除积分边缘效应，数字高程模型格网范围（扩展区域）要比计算区域大些。

数字高程模型分辨率通常采用两种。高分辨率用于观测数据归算，即计算并移去测点重力数据的剩余地形影响；另一种分辨率与成果分辨率一致，用于恢复成果的地形影响。本例分别为 60" 和 120"，对应文件为 extdtm60s.dat 和 extdtm120s.dat。

(4) 60"地面大地高格网 surfhgt60s.dat。

地面大地高格网用于提供剩余地形质量（积分流动单元）所在的空间位置，在高精度计算中不可或缺。本例中，地面大地高格网等于 180 阶模型高程异常格网与地面数字高程模型之和。

(5) 120"平均地形等高面大地高格网 equihgt120s.dat。

本例中，平均地形高度面，简称地形等高面，是地面观测量的归算面，也是成果格网的计算面。地形等高面大地高格网等于 180 阶模型高程异常格网与地面正（常）高平均值（4512.0m，由数字高程模型统计）之和。

格网化是一种非重力场解析运算，容易削弱重力场的解析结构。非解析运算，应在重力等位面上进行，以尽量抑制非解析格网化运算的负面效应。本例使用地形等高面大地高格网代表重力等位面。

当以模型大地水准面高即零高程面大地高，作为等高面大地高时，归算面和计算面即为传统的大地水准面。

(6) 输出成果数据。平均地形等高面 120"完全布格扰动重力格网成果。

(二) 程序调用、效果与完整数据流

(1) 计算并移去模型地形高度值，构造 60" 剩余地形模型。

调用[场元完全布格(剩余地形)影响陆海地形球谐综合]程序，设置最小计算阶数 1，最大计算阶数 900（工程计算时阶数尽可能大些），选择计算类型“陆地地形高程/海洋水深（m）”，输入地形质量球谐系数模型 ETOPOCs1800.dat，输入计算面大地高格网按 surfhgt60s.dat，生成 60" 模型数字高程格网 mdlDtm60s.dtm。

将 extdtm60s.dat 与 mdlDtm60s.dtm 相减后，得到扩展区域剩余地形模型 resdtm60s.dat，如图。

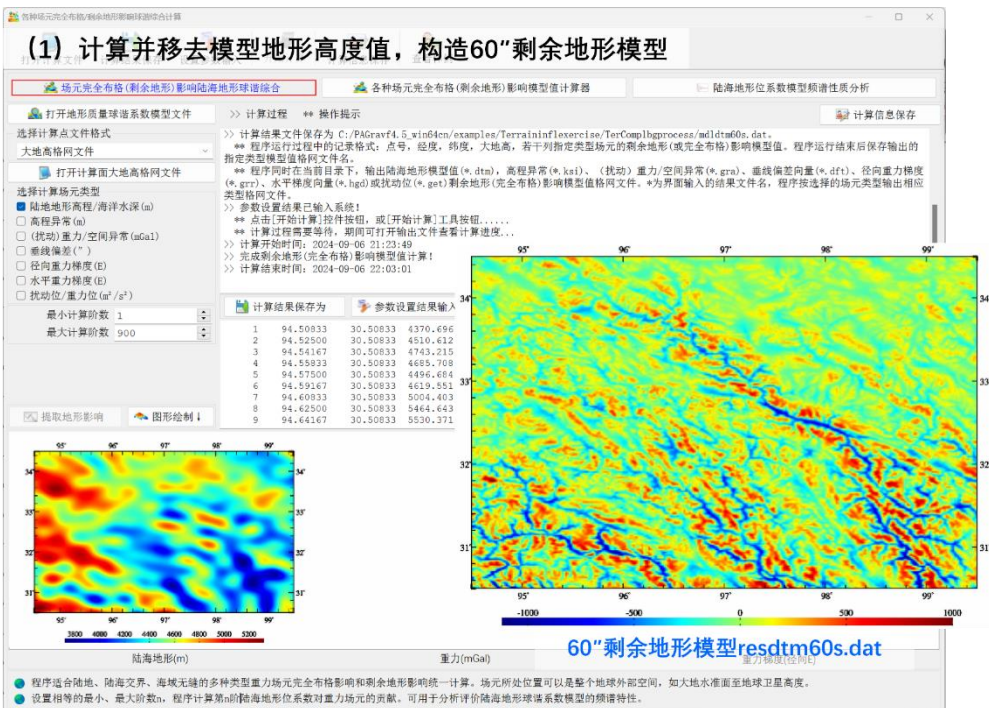
剩余地形模型（RTM）格网统计结果如表 3.8。

表 3.8 剩余地形模型（RTM）统计

	平均值	标准差	最小值	最大值
60" 剩余地形格网 m	0.4988	222.3702	-1124.9200	1001.8600
120" 剩余地形格网 m	-0.2826	193.8538	-923.7386	843.0482

(2) 计算并移去测点处超高阶模型扰动重力。

调用[地球重力场各种场元模型值计算]功能，输入 EGM2008.gfc 和观测数据文件 Obsgrav.txt，设置最小计算阶数 1，最大计算阶数 720（实际计算时尽可能大些），选择计算类型扰动重力，生成测点处模型扰动重力文件 Obsgravmdl.txt（第 6 列）。



将 Obsgravmdl.txt 中观测扰动重力（第 5 列）与模型扰动重力（第 6 列）相减，生

成测点处残差扰动重力（第 7 列）数据 Obsgravmdlresd.txt。

测点扰动重力移去 720 阶模型值前后的统计结果如表 3.9。

表 3.9 移去模型值前后测点扰动重力统计

地面重力测点	平均值	标准差	最小值	最大值
测点扰动重力 mGal	-15.6106	25.5080	-110.7251	59.0160
残差扰动重力	-0.4881	17.4588	-74.6129	71.5003

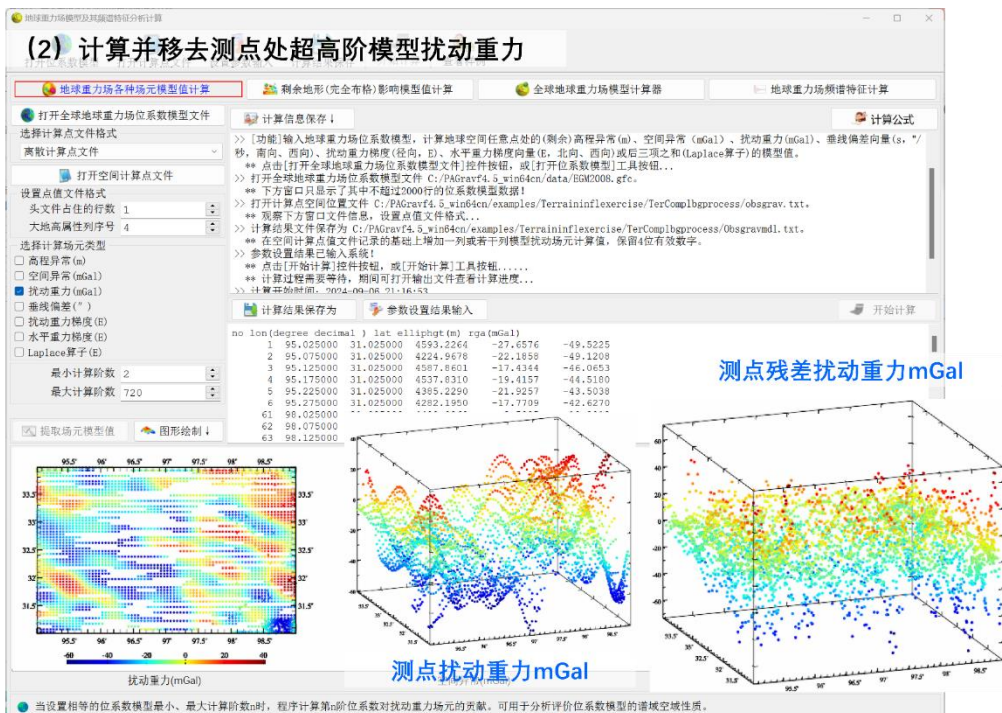
(3) 计算并移去测点处扰动重力剩余地形影响。

调用[场元陆海剩余地形影响完全布格影响数值积分]功能，输入观测数据文件（为方便计算，用 Obsgravmdlresd.txt），输入高分数字高程模型 extdtm60s.dat、低通数字高程模型 mdl60s.dtm 和地面大地高格网 surfhgt60s.dat，设置积分半径 90km，生成测点处扰动重力剩余地形影响文件 Obsgravresdtm.txt（第 8 列）。

有限半径积分法剩余地形影响计算时，无法处理地形零阶项，因而要求剩余地形模型的平均值应为零。积分计算前，程序自动移去剩余地形模型的统计平均值。

将 Obsgravresdtm.txt 中残差扰动重力（第 7 列）与扰动重力剩余地形影响（第 8 列）相减，生成测点处剩余残差扰动重力（第 9 列）数据 Obsgravresidual.txt。

移去剩余地形影响后，测点处的剩余残差扰动重力统计结果如表 3.10。



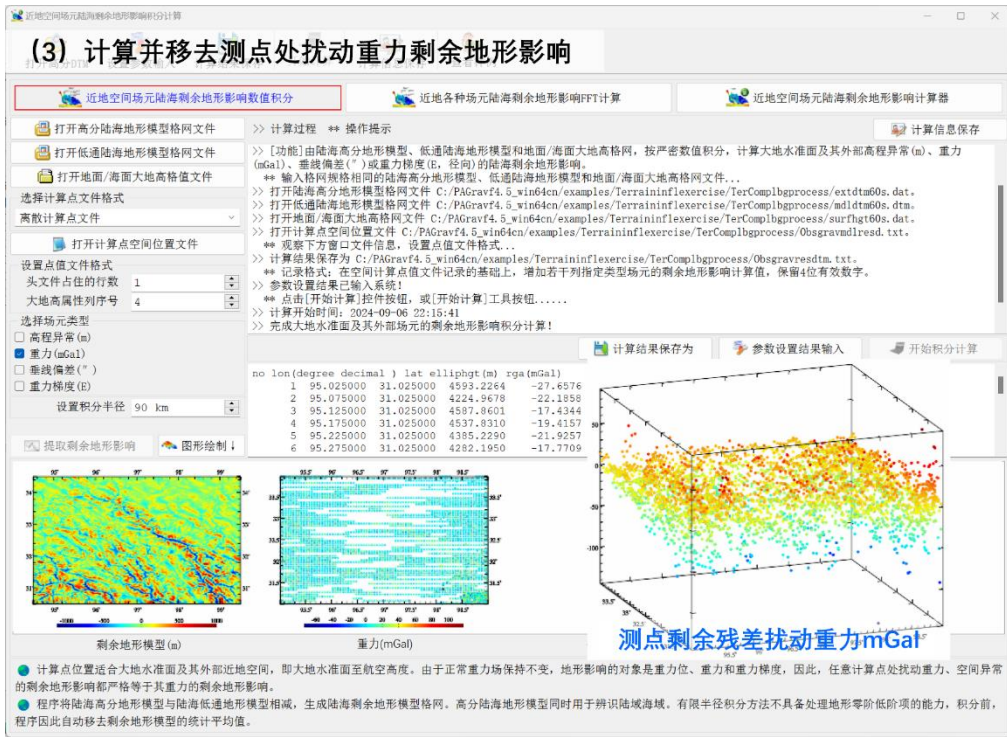


表 3.10 移去剩余地形影响后剩余残差扰动重力统计

地面重力测点	平均值	标准差	最小值	最大值
扰动重力剩余地形影响 mGal	4.8843	7.2038	-73.7901	118.6158
剩余残差扰动重力 mGal	-5.3034	19.7638	-144.5444	92.4782

本例省略残差扰动重力梯度法解析延拓（1000m 高度内量级很小）过程，此时测点高度处的剩余残差扰动重力，就等于等高面上的剩余残差扰动重力。

表 3.8~表 3.10 统计的基本目的是，按格网化优化准则，改善剩余地形影响算法和有关参数。模拟数据缺乏足够的真实重力场超短波信息，本例因此省略优化准则分析过程。

注意观察“测点扰动重力→残差扰动重力→剩余残差扰动重力”过程中，场元统计性质变化规律。至此，完成测点扰动重力到等高面的归算处理工作。

(4) 地形等高面 120”剩余残差扰动重力格网化。

调用[异质数据基函数插值格网化]功能，选择观测量等权（可自行以剩余地形影响为参考属性配权），对 Obsgravresidual.txt 中的第 9 列进行格网化运算，生成地形等高面上 120”剩余残差扰动重力格网 distgravresidual.dat。

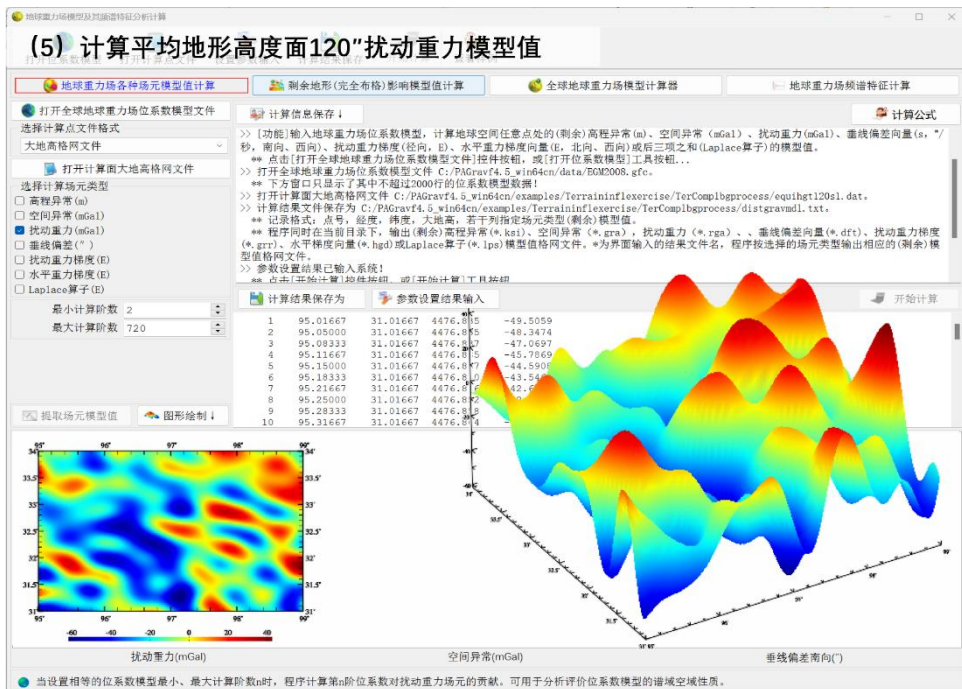
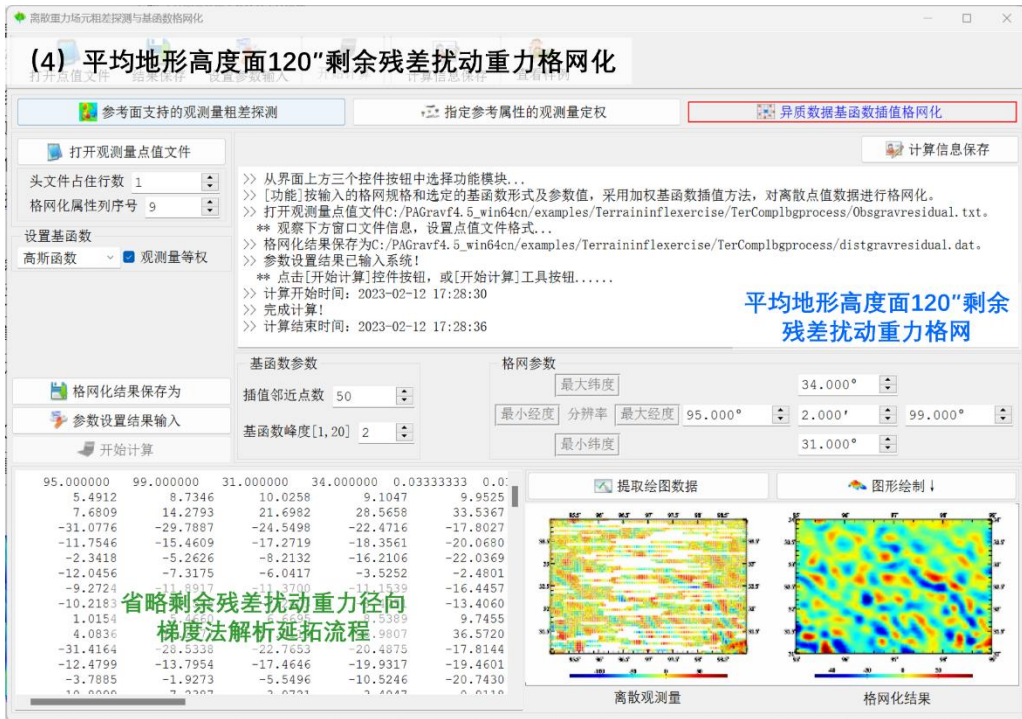
格网范围和分辨率，与成果模型格网一致。

(5) 计算地形等高面 120”扰动重力模型值格网。

调用[地球重力场各种场元模型值计算]功能，输入 EGM2008.gfc 和地形等高面大地

高格网文件 (equihgt120s01.dat), 选择计算类型扰动重力, 设置最小计算阶数 1, 最大计算阶数 720, 生成地形等高面 120"模型扰动重力格网 distgravmdl.rga。

技术上要求重力场位系数模型、最小最大阶数与步骤 (2) 完全相同。



(6) 计算等高面 120"扰动重力完全布格影响模型值格网。

调用[场元完全布格(剩余地形)影响陆海地形球谐综合]程序，设置最小计算阶数 1，最大计算阶数 900，选择计算类型为扰动重力，输入地形等高面大地高格网 equihgt120s01.dat，生成 120"扰动重力完全布格影响模型值 distgravmdlcmpbg.rga。

技术上要求最大计算阶数与步骤 (1) 相等。

(7) 生成地形等高面 120"完全布格扰动重力格网成果。

将计算面上同规格格网扰动重力的剩余残差量格网 distgravresidual.dat 与超高阶重模型值格网 distgravmdl.rga 相加，再减去模型完全布格影响格网 distgravmdlcmpbg.rga，生成地形等高面上 120"完全布格扰动重力格网成果 distgravcmapbg.dat。

(6) 计算等高面120"扰动重力完全布格影响模型值格网

计算信息保存:

>> [功能]输入地球重力场元模型, 计算地球空间任意点处的(剩余)高程异常(mGal)、空屏异常(mGal)、扰动重力(mGal)、垂线偏差向量(s, °/秒)、北向、西向)、扰动重力梯度(径向、E)、水平重力梯度分量(E、北向、西向)或总三项之和(Laplace算子)的模型值。
 ** 点击[打开全球地球重力场元模型文件]控件按钮, 或[打开元系数模型]工具按钮, ...
 >> 打开全球地球重力场元系数模型文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/data/EGM2008.gfc.
 ** 下方窗口只显示了其中不超过20000行的元系数模型数据!
 >> 打开计算面大地高格网文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/TerrainInflexor/ise/TerCompbgprocess/equihgt120s1.dat.
 ** 计算结果文件保存为 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/TerrainInflexor/ise/TerCompbgprocess/distgravmdl.txt.
 ** 记录格式: 点号、经度、纬度、大地高, 若干列指定场元类型(剩余)模型值。
 ** 程序同时在当前目录下, 输出(剩余)高程异常(*.ksi)、空屏异常(*.rga)、扰动重力(*.rga)、垂线偏差向量(*.dfc)、扰动重力梯度(*.grt)、水平梯度向量(*.hgd)或Laplace算子(*.lps)模型值格网文件。*为界面输入的结果文件名, 程序按选择的场元类型输出相应的(剩余)模型值格网文件。
 >> 参数设置结果已输入系统!
 ** 点击[开始计算]控件按钮, 或[开始计算]工具按钮

1	95.01667	31.01667	4476.835	-49.5059
2	95.05009	31.01667	4476.835	-49.3474
3	95.08351	31.01667	4476.835	-49.1889
4	95.11693	31.01667	4476.835	-49.0304
5	95.15035	31.01667	4476.835	-48.8719
6	95.18377	31.01667	4476.840	-48.7134
7	95.21719	31.01667	4476.846	-48.5549
8	95.25061	31.01667	4476.852	-48.3964
9	95.28403	31.01667	4476.858	-48.2379
10	95.31745	31.01667	4476.864	-48.0794

(7) 生成平均地形高度面120"完全布格扰动重力格网成果

提取场元模型值 图形绘制

最小计算阶数 2 最大计算阶数 720

计算结果保存为 参数设置结果输入

开始计算

扰动重力(mGal) 空间异常(mGal)

当设置相等的元系数模型最小、最大计算阶数n时, 程序计算第n位元系数对扰动重力场元的贡献, 可用于分析评价元系数模型的流域区域性质。

3.8.2 由重力场模型计算陆海布格均衡异常简单流程

由地球重力位系数模型与陆海地形数据，四步完成全球任意区域经典布格重力异常（扰动重力）和经典均衡重力异常（扰动重力）计算，以演练大地水准面上陆海统一的布格/均衡重力异常快速便捷计算流程。

(1) 计算目标区域模型大地水准面高-归算面格网。

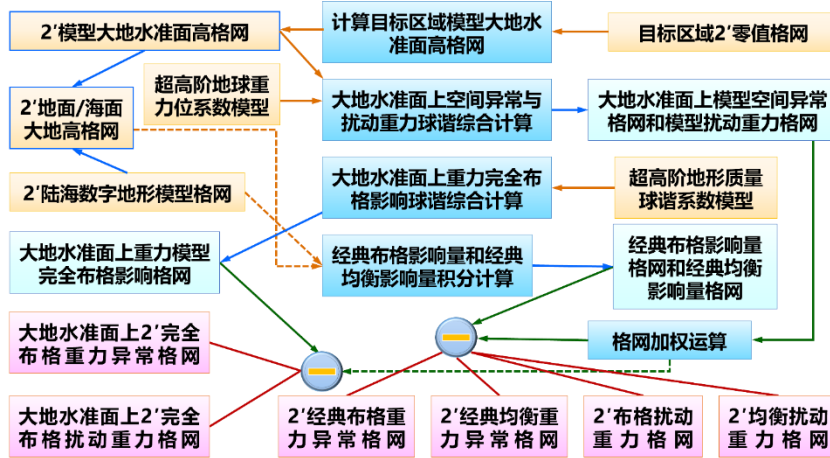
调用[地球重力场各种场元模型值计算]功能，输入 EGM2008.gfc 和目标区域 2'零值格网 zero2m.dat，设置最小计算阶数 1，最大计算阶数 180，选择计算类型高程异常，生成目标区域模型大地水准面高格网 GMgeoidh2m_180.ksi。

目标区域模型大地水准面高格网，用于提供布格/均衡重力异常的计算/归算面。

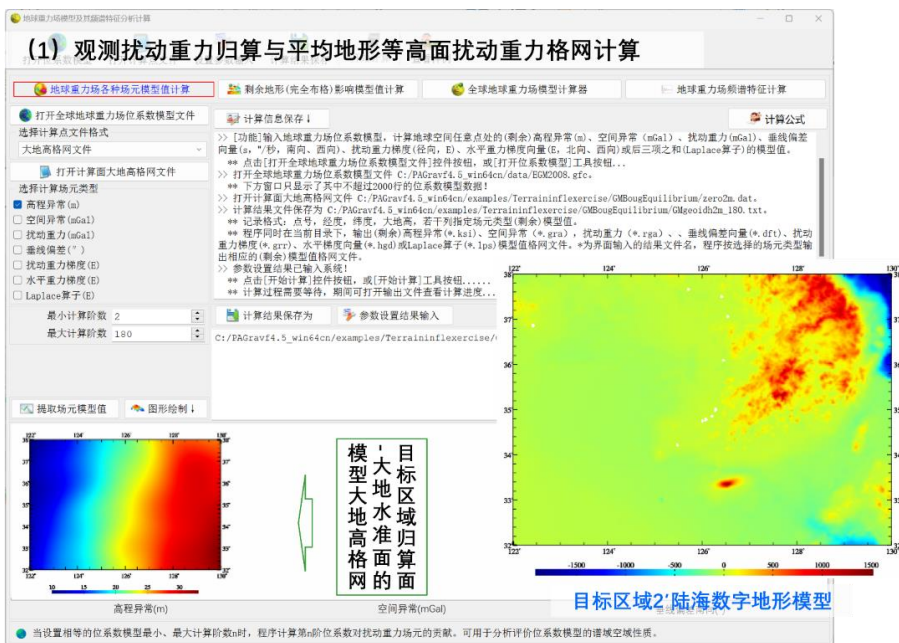
(2) 计算大地水准面上空间异常与扰动重力模型值。

调用[地球重力场各种场元模型值计算]功能，输入 EGM2008.gfc 和模型大地水准面

高格网 GMgeoidh2m_180.ksi, 设置最小计算阶数 1, 最大计算阶数 1800, 同时选择计算类型空间异常和扰动重力, 生成模型空间异常格网 EGM2008_2m_1800.gra 和模型扰动重力格网 EGM2008_2m_1800.rga。



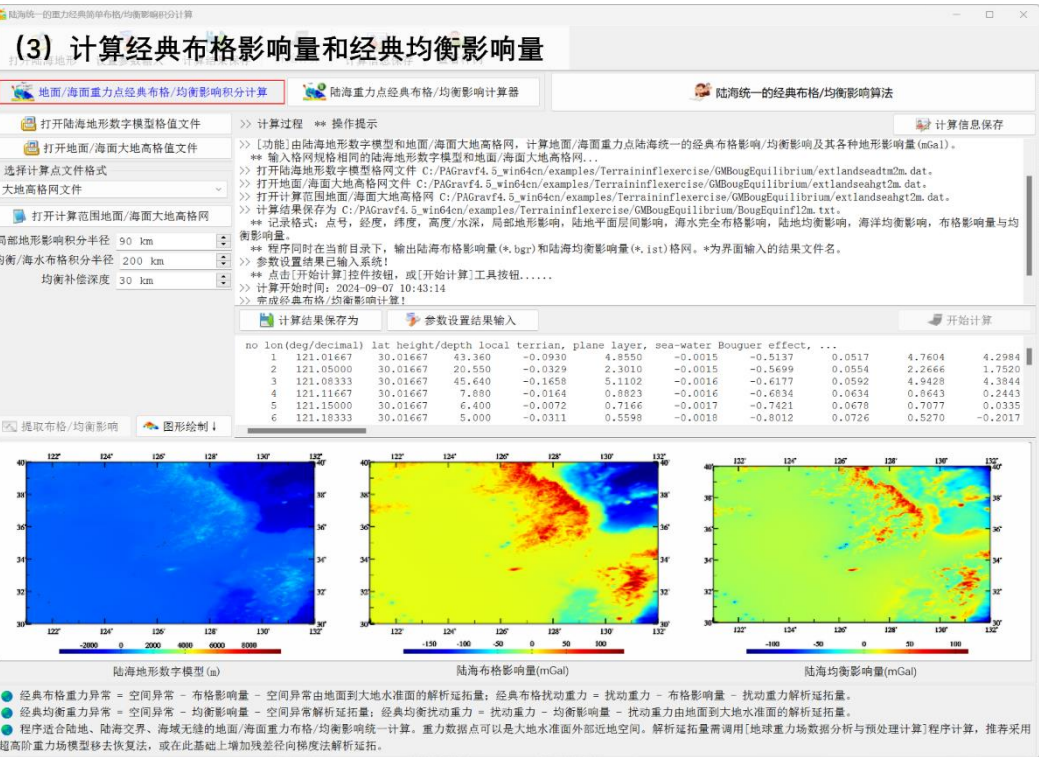
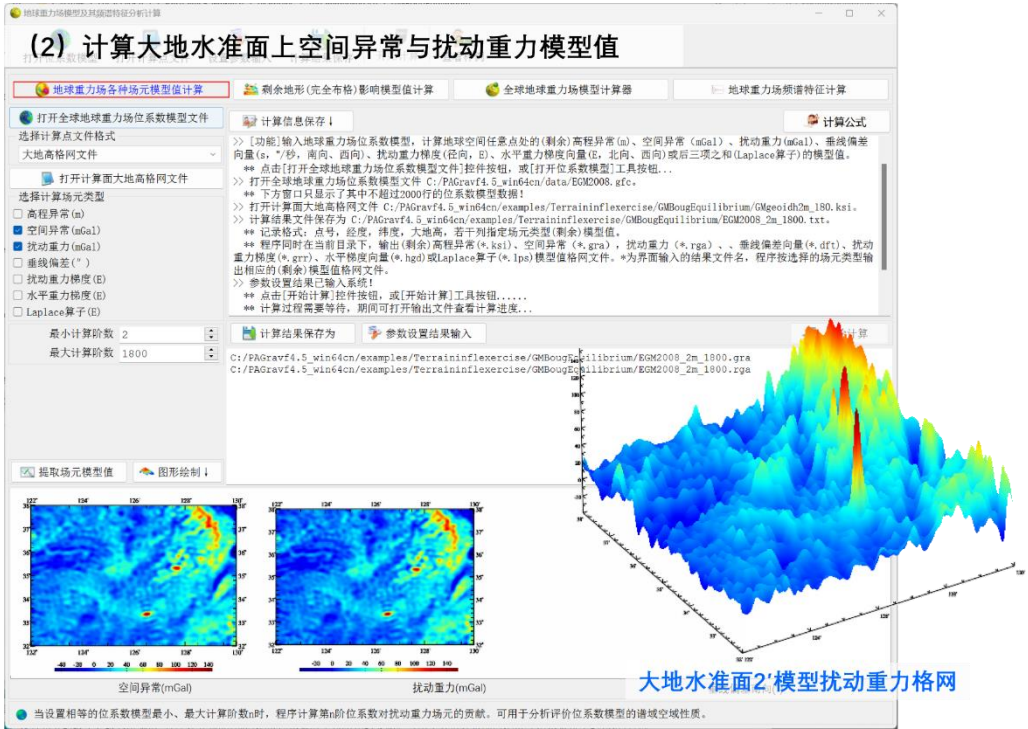
由重力场模型计算布格/均衡异常的便捷流程



(3) 计算经典布格影响量和经典均衡影响量。

调用[陆海统一的经典重力布格/均衡影响积分计算]功能, 输入目标区域陆海数字地形模型格网 extlandseadm2m.dat 和地面/海面大地高格网 extlandseahgt2m.dat, 设置陆地积分半径 90km, 海域积分半径 200km, 均衡补偿深度 30km, 生成大地水准面上经典布格影响量格网 BougEquinfl2m.bgr 和均衡影响量格网 BougEquinfl2m.ist。

采用扩展区域格网, 以消除积分计算的边缘效应。由于正常重力场不变, 因此空间异常、扰动重力与重力的布格影响量或均衡影响量, 处处相等, 无需区分。



(4) 生成大地水准面上经典布格和均衡异常成果。

① 将大地水准面上的模型空间异常格网 EGM2008_2m_1800.gra 和模型扰动重力格网 EGM2008_2m_1800.rga，分别减去经典布格影响量格网 BougEquinifl2m0.bgr（扣除格

网边缘), 得到大地水准面上 2'经典布格重力异常格网 Clsbggravanom2m.dat 和经典布格扰动重力格网 Clsbgdistgrav2m.dat。

(4) 生成大地水准面上经典布格和均衡异常

点值属性加权运算 | **格网格值加权运算** | 向量格网矢量积运算 | 球谐系数加权运算

打开格网格值文件一 >> 计算过程 ** 操作提示

计算结束时间: 2023-02-13 14:28:05
 打开格网格值文件一C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/Terraininflexercise/GMBougEquilibrium/EGM2008_2m_1800.gra.
 打开格网格值文件二C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/Terraininflexercise/GMBougEquilibrium/BougEquinfl2m0.ist.
 结果文件保存为C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/Terraininflexercise/GMBougEquilibrium/Istbgravanom2m.dat.
 参数设置结果已输入系统!
 ** 点击[开始计算]控件!
 ** 计算开始时间: 2023-02-13 14:28:05
 ** 完成计算!
 ** 计算结束时间: 2023-02-13 14:28:05
 打开格网格值文件一C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/Terraininflexercise/GMBougEquilibrium/Istbgravanom2m.dat.
 参数设置结果已输入系统!
 ** 点击[开始计算]控件!
 ** 计算开始时间: 2023-02-13 14:28:05
 ** 完成计算!
 ** 计算结束时间: 2023-02-13 14:28:05

输入输出数据信息显示 ↓

122.000000	130.000000	32.000000	38.000000	0.03333333	0.03333333
8.0379	6.4068	5.0555	4.0794		
17.1737	15.2771	13.6265	12.5123		
21.1466	23.2251	24.7350	25.2308		
8.3692	6.2845	5.9173	7.6040		
10.7666	8.4723	6.8547	6.3999		
17.2301	17.0182	16.2028	15.0846		
7.1109	6.5759	5.3849	4.1349		
15.4757	15.9779	16.3189	16.1992		
16.0576	18.6273	20.5607	22.1706		
18.2858	18.0959	17.3351	16.6513		
25.9311	21.2783	16.6862	13.6075		
9.4789	11.3543	12.9031	14.8066		
43.1001	43.2987	41.8979	39.6353		
25.3798	22.3698	20.8858	21.4879		
26.5679	28.8489	30.0987	30.9003		
22.4975	19.4853	14.2865	7.5178		
14.2660	12.7471	10.6669	8.4494		
20.0372	18.5047	17.1335	16.2115		

陆海统一的经典布格重力异常与布格扰动重力

陆海统一的经典均衡重力异常与均衡扰动重力

(3) 计算大地水准面上重力的陆海完全布格影响模型值

场元完全布格(剩余地形)影响陆海地形球谐组合 | 各种场元完全布格(剩余地形)影响模型值计算器 | 陆海地形系数模型频谱性质分析

打开地形质量球谐系数模型文件 >> 计算过程 ** 操作提示

选择计算点文件格式
大地格网文件

打开计算面大地格网文件

选择计算单元类型
 陆地地形高程/海洋水深(m)
 高程异常(m)
 (扰动)重力/空间异常(mGal)
 垂线偏差(")
 径向重力梯度(E)
 水平重力梯度(E)
 扰动位/重力位(m²/s²)

最小计算阶数 2
最大计算阶数 1800

抽取地形影响 | 图形绘制 |

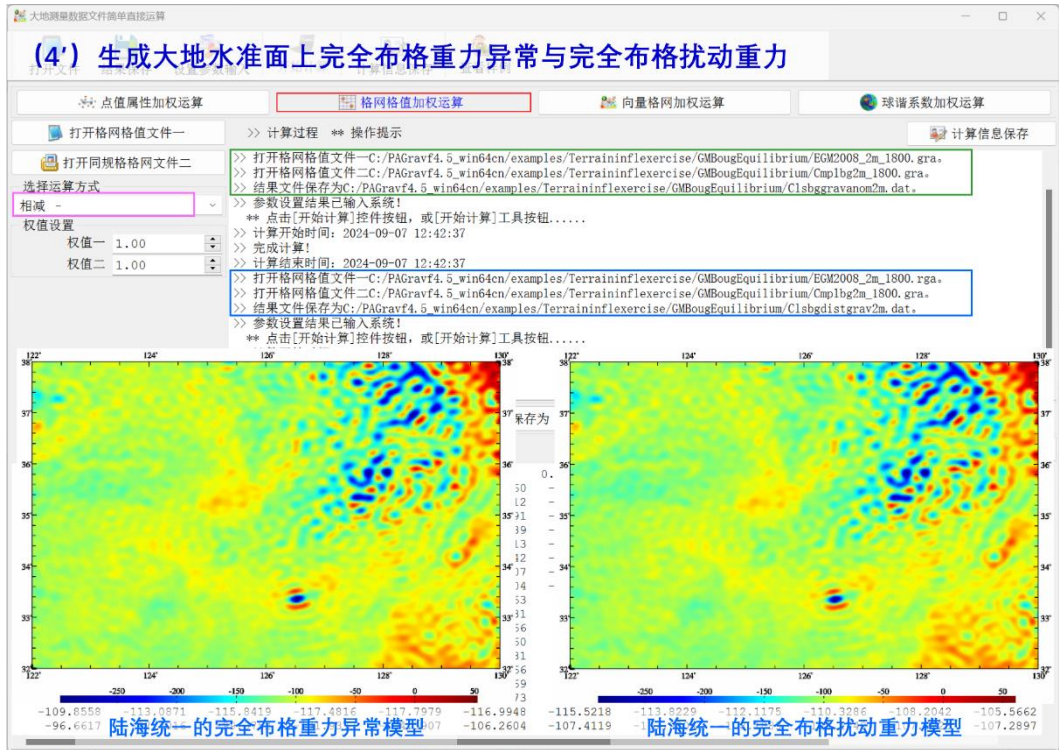
计算结果保存为 | 参数设置结果输入 | 开始计算

1 122.01667 32.0166 0.000 121.6492
 2 122.05000 32.0166 0.000 124.1740
 3 122.08333 32.0166 0.000 126.1782
 4 122.11667 32.0166 0.000 126.7874
 5 122.15000 32.0166 0.000 125.8545
 6 122.18333 32.0166 0.000 123.1569
 7 122.21667 32.0166 0.000 120.2772
 8 122.25000 32.0166 0.000 119.1917
 9 122.28333 32.0166 0.000 117.7166

大地水准面2'重力模型完全布格影响

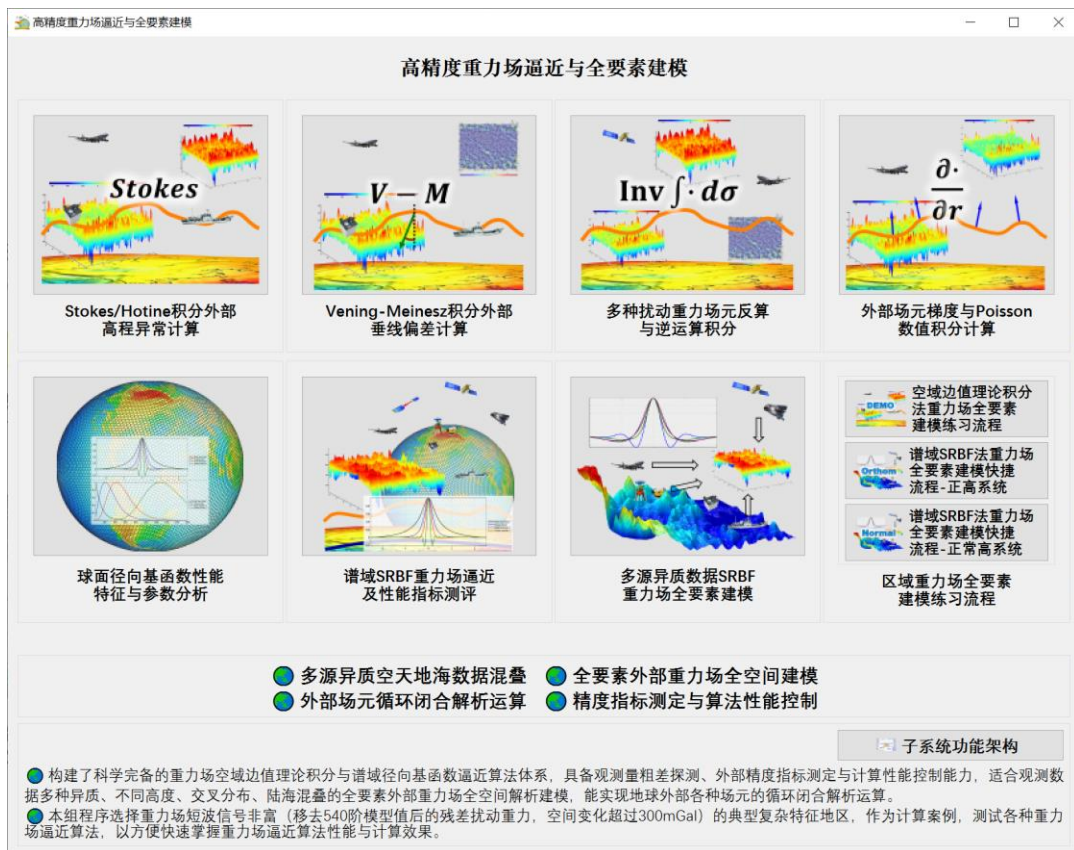
程序适合陆地、陆海交界、海域无缝的多种类型重力场元完全布格影响和剩余地形影响统一计算。场元所处位置可以是整个地球外部空间,如大地水准面至地球卫星高度。
 设置相等的最小、最大阶数,程序计算第n阶陆海地形系数对重力元的贡献,可用于分析评价陆海地形球谐系数模型的频谱特性。

②将大地水准面上的模型空间异常格网 EGM2008_2m_1800.gra 和模型扰动重力格网 EGM2008_2m_1800.rga，分别减去经典均衡影响量格网 BougEquinfl2m0.ist（扣除格网边缘），得到大地水准面上 2' 均衡重力异常格网 lsbggravanom2m.dat 和均衡扰动重力格网 lsbgdistgrav2m.dat。



第四章 高精度重力场逼近与全要素建模

PAGrav4.5 构建了科学完备的重力场空域边值理论积分与谱域径向基函数逼近算法体系，具备观测量粗差探测、外部精度指标测定、计算性能控制能力，适合观测数据多种异质、不同高度、交叉分布、陆海混叠的全要素外部重力场全空间解析建模，能实现地球外部各种场元的循环闭合解析运算。



本组程序选择重力场短波信号丰富（移去前 540 阶模型值后的残差扰动重力，空间变化超过 300mGal）的典型复杂特征地区，作为计算案例，测试各种重力场逼近算法，以便快速掌握重力场逼近算法性能与计算效果。

4.1 Stokes/Hotine 积分外部高程异常计算

[目标]由等位面大地高格网 (m) 及其面上的残差空间异常/扰动重力格网 (mGal)，按广义 Stokes/Hotine 严密数值积分或快速 FFT 算法，计算大地水准面及其外部空间的残差高程异常 (m)。

大地水准面上的高程异常，即为大地水准面差距或大地水准面（大地）高。Stokes 边值问题要求，边界面必须是等位面，即空间异常/扰动重力必须位于重力等位面上。

为实现有限半径积分，通常需采用参考重力场移去恢复法，先移去等位边界面上的

模型空间异常/扰动重力，再积分得到计算点处的残差高程异常，最后恢复计算点处的模型高程异常。

等位面可采用参考重力场模型（不大于 360 阶）构造，在高度不大于 10 千米的近地空间，可用等正（常）高面大地高格网表示。

4.1.1 广义 Stokes 积分外部高程异常计算

[功能]由等位面残差空间异常格网按 Stokes 积分计算外部残差高程异常。

[输入]格网规格相同的等位面大地高格网及其面上残差空间异常格网文件，计算点空间位置文件或计算面大地高格网文件。

计算点空间位置文件记录格式：点号/点名 经度（度小数） 纬度（度小数） 大地高（m）

计算面大地高格网用于提供按格网计算的计算点空间大地坐标。

[参数设置]选择计算点文件格式和积分算法，输入 Stokes 积分半径。

[输出]残差高程异常计算结果文件。

当输入计算点空间位置文件时，输出结果文件记录格式：在计算点记录的基础上，增加 1 列残差高程异常计算值，保留 4 位有效数字。

软件界面截图显示了计算参数设置、计算过程提示、计算结果列表以及图形绘制结果。计算结果列表如下：

no	lon(degree/decimal)	lat	ellipHeight(m)	残差高程异常(m)
1	97.008333	33.008333	3942.764	-0.0294
2	97.025000	33.008333	3989.787	-0.0340
3	97.041667	33.008333	4034.817	-0.0404
4	97.058333	33.008333	4070.847	-0.0485
5	97.075000	33.008333	4106.877	-0.0582
6	97.091667	33.008333	4149.913	-0.0693
7	97.108333	33.008333	4185.946	-0.0817
8	97.125000	33.008333	4090.977	-0.0952
9	97.141667	33.008333	4070.007	-0.1090
10	97.158333	33.008333	3991.047	-0.1235
11	97.175000	33.008333	3985.070	-0.1362
12	97.191667	33.008333	3956.107	-0.1475
13	97.208333	33.008333	3965.137	-0.1552
14	97.225000	33.008333	3964.173	-0.1592
15	97.241667	33.008333	3983.205	-0.1581
16	97.258333	33.008333	3953.251	-0.1526
17	97.275000	33.008333	4016.278	-0.1389

图例说明：

- Stokes边值问题要求，边界面必须是重力等位面，即空间异常/扰动重力必须位于等位面上。
- 为实现有限半径积分，通常需采用参考重力场模型，先移去边界面模型空间异常/扰动重力，再积分得到计算点残差高程异常，最后恢复计算点模型高程异常。
- 等位面可采用参考重力场模型（不大于360阶）构造，在高度不大于10千米的近地空间，可用等正（常）高面大地高格网代替。

当输入计算面大地高格网文件时，输出同规格格网的残差高程异常格网文件。

本例采用 180km 积分半径，由大地水准面残差空间异常按 Stokes 积分直接计算残差地面高程异常。扣除外围 2°存在积分边缘效应的格网区域后，统计 541~1800 阶模型

残差高程异常（视为参考真值），以及 Stokes 积分残差地面高程异常计算结果与模型参考值之差（用于算法评价）。

广义Stokes/Hotine积分外部高程异常计算

设置参数输入 计算结果保存 开始计算 计算信息保存 查看样例

广义Stokes积分外部高程异常计算 广义Hotine积分外部高程异常计算 广义Stokes/Hotine积分算法

打开等位边界面大地高格网文件 计算过程 ** 操作提示 计算信息保存

打开等位面上空间异常格网文件

选择计算点文件格式
大地高格网文件

打开计算面大地高格网文件

选择积分算法
二维FFT算法

设置积分半径 180 km

计算结果保存为 参数设置结果输入 开始积分计算

94.000000	102.000000	30.250000	36.250000	0.0166667	0.0166667
-0.8901	-0.0775	-0.0825	-0.0952	-0.1146	-0.0
-0.3914	-0.4036	-0.4126	-0.4191	-0.4241	-0.0
-0.7545	-0.7992	-0.8366	-0.8651	-0.8842	-0.0
-0.8988	-0.8960	-0.8837	-0.8596	-0.8213	-0.0
0.0897	0.1378	0.1713	0.1904	0.1958	0.0
-0.2694	-0.3182	-0.3601	-0.3932	-0.4158	-0.0
0.1558	0.2243	0.2769	0.3098	0.3208	0.0
-0.2183	-0.2149	-0.1962	-0.1656	-0.1276	-0.0
-0.0505	-0.0730	-0.0945	-0.1144	-0.1326	-0.0
-0.2305	-0.2288	-0.2252	-0.2196	-0.2115	-0.0
0.0563	0.0686	0.0703	0.0607	0.0397	0.0
-0.2157	-0.1802	-0.1347	-0.0816	-0.0234	0.0
0.3944	0.3889	0.3769	0.3592	0.3374	0.0
0.0878	0.0701	0.0532	0.0379	0.0251	0.0
0.1639	0.1731	0.1734	0.1640	0.1448	0.0
-0.2805	-0.3042	-0.3240	-0.3399	-0.3518	-0.0

提取高程异常 图形绘制

空间异常mGal 高程异常m

- Stokes边值问题要求，边界面必须是重力等位面，即空间异常/扰动重力必须位于等位面上。
- 为实现有限半径积分，通常需采用参考重力场移去恢复法，先移去边界面模型空间异常/扰动重力，再积分得到计算点残差高程异常，最后恢复计算点模型高程异常。
- 等位面可采用参考重力场模型（不大于360阶）构造，在高度不大于10千米的近地空间，可用等正（常）高面大地高格网代替。

广义Stokes/Hotine积分外部高程异常计算

设置参数输入 计算结果保存 开始计算 计算信息保存 查看样例

广义Stokes积分外部高程异常计算 广义Hotine积分外部高程异常计算 广义Stokes/Hotine积分算法

打开等位边界面大地高格网文件 计算过程 ** 操作提示 计算信息保存

打开等位面上空间异常格网文件

选择计算点文件格式
大地高格网文件

打开计算面大地高格网文件

选择积分算法
一维FFT算法

设置积分半径 180 km

计算结果保存为 参数设置结果输入 开始积分计算

94.000000	102.000000	30.250000	36.250000	0.0166667	0.0166667
-0.0952	-0.0890	-0.0882	-0.0965	-0.1123	-0.0
-0.3732	-0.3838	-0.3920	-0.3989	-0.4053	-0.0
-0.7210	-0.7623	-0.7987	-0.8291	-0.8527	-0.0
-0.8921	-0.8822	-0.8643	-0.8363	-0.7968	-0.0
0.0945	0.1479	0.1862	0.2089	0.2161	0.0
-0.2825	-0.3320	-0.3751	-0.4100	-0.4351	-0.0
0.1639	0.2432	0.3053	0.3456	0.3612	0.0
-0.2177	-0.2100	-0.1866	-0.1515	-0.1100	-0.0
-0.0415	-0.0652	-0.0882	-0.1099	-0.1299	-0.0
-0.2320	-0.2323	-0.2309	-0.2270	-0.2199	-0.0
0.0941	0.1026	0.0979	0.0796	0.0488	0.0
-0.2009	-0.1641	-0.1212	-0.0745	-0.0260	0.0
0.4179	0.4290	0.4295	0.4189	0.3977	0.0
0.0566	0.0509	0.0472	0.0443	0.0414	0.0
0.1418	0.1571	0.1655	0.1650	0.1543	0.0
-0.2970	-0.3191	-0.3349	-0.3452	-0.3505	-0.0

提取高程异常 图形绘制

空间异常mGal 高程异常m

- Stokes边值问题要求，边界面必须是重力等位面，即空间异常/扰动重力必须位于等位面上。
- 为实现有限半径积分，通常需采用参考重力场移去恢复法，先移去边界面模型空间异常/扰动重力，再积分得到计算点残差高程异常，最后恢复计算点模型高程异常。
- 等位面可采用参考重力场模型（不大于360阶）构造，在高度不大于10千米的近地空间，可用等正（常）高面大地高格网代替。

表 4.1 EGM2008 位系数模型计算的残差地面高程异常参考真值统计 (单位: m)

模型参考值 m	平均值	标准差	最小值	最大值
541~1800 阶模型地面高程异常	0.0010	0.1182	-0.6745	0.4760

表 4.2 Stokes 积分法残差地面高程异常计算值与参考真值之差统计 (单位: m)

计算值与参考值之差 m	平均值	标准差	最小值	最大值
数值积分	-0.0002	0.0324	-0.1159	0.1211
FFT2	0.0018	0.0326	-0.1150	0.1280
FFT1	0.0018	0.0327	-0.1178	0.1251

表 4.2 中差值标准差与表 4.1 中参考值标准差之比 (标准差比率), 可反映 Stokes 积分算法的重力场逼近能力。

进一步统计数值积分、快速 FFT 算法计算结果之间的差别。

表 4.3 Stokes 数值积分、快速 FFT 算法差别统计 (单位: m)

算法之间差异 m	平均值	标准差	最小值	最大值
FFT1-数值积分	0.0021	0.0059	-0.0150	0.0683
FFT2-FFT1	0.0021	0.0059	-0.0150	0.0683

4.1.2 广义 Hotine 积分外部高程异常计算

[功能]由等位面残差扰动重力格网按 Hotine 积分计算外部残差高程异常。

[输入]格网规格相同的等位面大地高格网及其面上残差扰动重力格网文件, 计算点空间位置文件或计算面大地高格网文件。

计算点空间位置文件记录格式: 点号/点名 经度 (度小数) 纬度 (度小数) 大地高 (m)。计算面大地高格网用于提供按格网计算的计算点空间大地坐标。

[参数设置]选择计算点文件格式和积分算法, 输入 Hotine 积分半径。

[输出]残差高程异常计算结果文件。

当输入计算点空间位置文件时, 输出结果文件记录格式: 在计算点记录的基础上, 增加 1 列残差高程异常计算值, 保留 4 位有效数字。

当输入计算面大地高格网文件时, 输出同规格格网的残差高程异常格网文件。

类似 Stokes 积分算法分析, 统计 Hotine 积分地面残差高程异常计算结果与 541~1800 阶模型地面高程异常参考值之差。

表 4.4 Hotine 积分法残差地面高程异常计算值与参考真值之差统计 (单位: m)

计算值与参考值之差 m	平均值	标准差	最小值	最大值
数值积分	-0.0001	0.0256	-0.0915	0.0957

FFT2	0.0019	0.0259	-0.0911	0.1065
FFT1	0.0018	0.0261	-0.0934	0.1036

广义Stokes/Hotine积分外部高程异常计算

设置参数输入 计算结果保存 开始计算 计算信息保存 查看样例

广义Stokes积分外部高程异常计算 广义Hotine积分外部高程异常计算 广义Stokes/Hotine积分算法

打开等位边界面大地高格网文件 计算过程 ** 操作提示

打开等位面上扰动重力格网文件

选择计算点文件格式 高数计算点文件

打开计算点空间位置文件

设置点值文件格式 头文件占住的行数 大地高属性列序号

设置积分半径 180 km

计算结果保存为 参数设置结果输入 开始积分计算

no lon (degree/decimal) lat ellipHeight(m) 3942.764 -0.0292

1 97.008333 33.008333 3989.787 -0.0339

2 97.025000 33.008333 4034.817 -0.0402

3 97.041667 33.008333 4070.847 -0.0482

4 97.058333 33.008333 4106.877 -0.0579

5 97.075000 33.008333 4119.913 -0.0689

6 97.091667 33.008333 4115.946 -0.0811

7 97.108333 33.008333 4050.977 -0.0943

8 97.125000 33.008333 4070.007 -0.1079

9 97.141667 33.008333 3991.047 -0.1219

10 97.158333 33.008333 3985.070 -0.1340

11 97.175000 33.008333 3956.107 -0.1446

12 97.191667 33.008333 3965.137 -0.1516

13 97.208333 33.008333 3964.173 -0.1548

14 97.225000 33.008333 3983.205 -0.1528

15 97.241667 33.008333 3953.251 -0.1463

16 97.258333 33.008333 4016.279 -0.1317

17 97.275000 33.008333

提取高程异常 图形绘制

扰动重力mGal 高程异常m

- Stokes边值问题要求，边界面必须是重力等位面，即空间异常/扰动重力必须位于等位面上。
- 为实现有限半径积分，通常需采用参考重力场移去恢复法，先移去边界面模型空间异常/扰动重力，再积分得到计算点残差高程异常，最后恢复计算点模型高程异常。
- 等位面可采用参考重力场模型（不大于360阶）构造，在高度不大于10千米的近地空间，可用等正（常）高面大地高格网代替。

广义Stokes/Hotine积分外部高程异常计算

设置参数输入 计算结果保存 开始计算 计算信息保存 查看样例

广义Stokes积分外部高程异常计算 广义Hotine积分外部高程异常计算 广义Stokes/Hotine积分算法

打开等位边界面大地高格网文件 计算过程 ** 操作提示

打开等位面上扰动重力格网文件

选择计算点文件格式 大地高格网文件

打开计算面大地高格网文件

选择积分算法 二维FFT算法

设置积分半径 180 km

计算结果保存为 参数设置结果输入 开始积分计算

94.000000 102.000000 30.250000 36.250000 0.01666667 0.01666667

-0.0683 -0.0660 -0.0710 -0.0837 -0.1029 -0.1029

-0.3746 -0.3860 -0.3943 -0.4003 -0.4050 -0.4050

-0.7323 -0.7758 -0.8122 -0.8401 -0.8589 -0.8589

-0.8836 -0.8799 -0.8667 -0.8415 -0.8023 -0.8023

0.1055 0.1540 0.1880 0.2077 0.2136 0.2136

-0.2567 -0.3063 -0.3493 -0.3835 -0.4073 -0.4073

0.1591 0.2296 0.2843 0.3194 0.3324 0.3324

-0.2064 -0.2034 -0.1852 -0.1551 -0.1177 -0.1177

-0.0475 -0.0704 -0.0921 -0.1122 -0.1303 -0.1303

-0.2207 -0.2187 -0.2151 -0.2095 -0.2015 -0.2015

0.0711 0.0841 0.0864 0.0770 0.0560 0.0560

-0.2121 -0.1786 -0.1355 -0.0852 -0.0303 0.0303

0.3793 0.3785 0.3712 0.3580 0.3399 0.3399

0.0858 0.0680 0.0514 0.0365 0.0241 0.0241

0.1550 0.1652 0.1670 0.1592 0.1416 0.1416

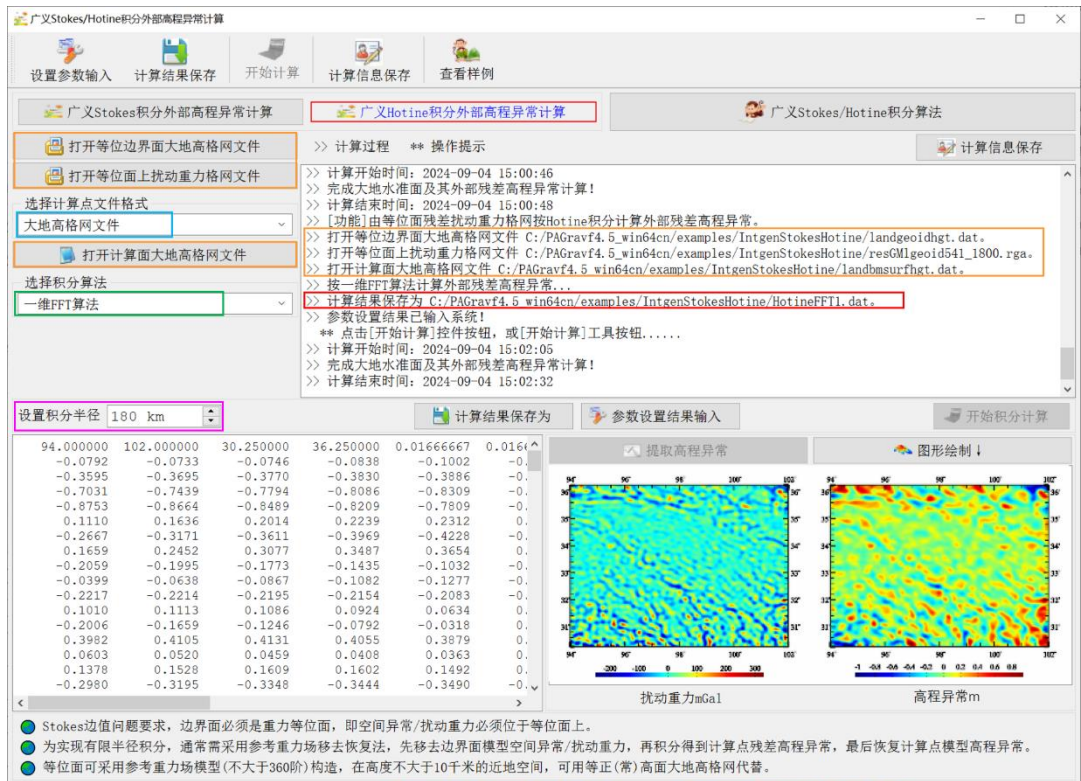
-0.2849 -0.3079 -0.3265 -0.3407 -0.3507 -0.3507

提取高程异常 图形绘制

扰动重力mGal 高程异常m

- Stokes边值问题要求，边界面必须是重力等位面，即空间异常/扰动重力必须位于等位面上。
- 为实现有限半径积分，通常需采用参考重力场移去恢复法，先移去边界面模型空间异常/扰动重力，再积分得到计算点残差高程异常，最后恢复计算点模型高程异常。
- 等位面可采用参考重力场模型（不大于360阶）构造，在高度不大于10千米的近地空间，可用等正（常）高面大地高格网代替。

表 4.4 中差值标准差与表 4.1 中参考值标准差之比（标准差比率），反映 Hotine 积分算法的重力场逼近能力。



进一步统计 Stokes 积分与 Hotine 积分残差地面高程异常计算结果之间的差别。

表 4.5 Stokes 与 Hotine 残差地面高程异常积分结果差别统计 (单位: m)

Stokes-Hotine(m)	平均值	标准差	最小值	最大值
数值积分	0.0020	0.0090	-0.0264	0.0658
FFT2	-0.0000	0.0067	-0.0239	0.0258
FFT1	-0.0000	0.0068	-0.0245	0.0250

本例显示，Hotine 积分性能略优于 Stokes 积分。

4.2 Vening-Meinesz 积分外部垂线偏差计算

[目标]由等位面大地高格网 (m) 及其面上空间异常/扰动重力格网 (mGal)，按广义 Vening-Meinesz 严密数值积分或 FFT 算法，计算大地水准面及其外部空间的垂线偏差向量 (S,W, ")。

广义 Vening-Meinesz 公式由广义 Stokes/Hotine 公式导出，属 Stokes 边值问题。要求被积空间异常/扰动重力位于等位面。

为实现有限半径积分，通常需采用参考重力场移去恢复法，先移去等位边界面上的

模型空间异常/扰动重力，再积分得到计算点处的残差垂线偏差 (S,W)，最后恢复计算点处的模型垂线偏差 (S,W)。

等位面可采用参考重力场模型 (不大于 360 阶) 构造，在高度不大于 10 千米的近地空间，可用等正 (常) 高面大地高格网代替。

4.2.1 空间异常 Vening-Meinesz 积分计算

[功能]由等位面残差空间异常格网计算外部残差垂线偏差。

[输入]格网规格相同的等位面大地高格网及其面上残差空间异常格网文件，计算点空间位置文件或计算面大地高格网文件。

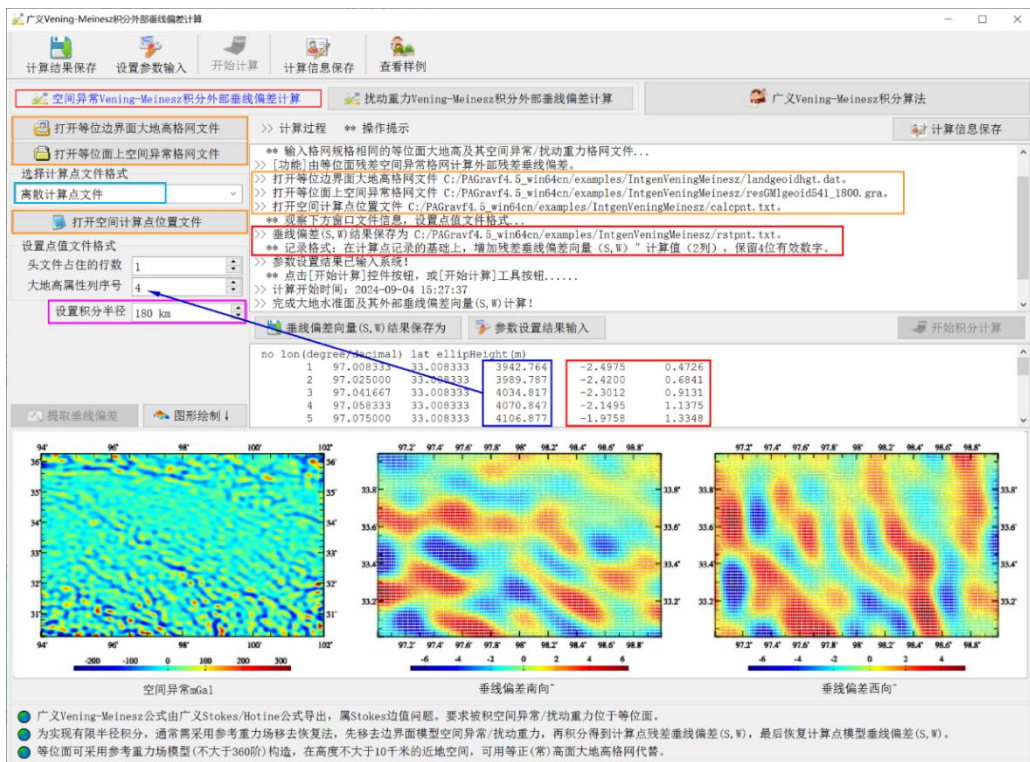
计算点空间位置文件记录格式：点号/点名 经度 (度小数) 纬度 (度小数) 大地高 (m)。计算面大地高格网用于提供按格网计算的计算点空间大地坐标。

[参数设置]选择计算点文件格式和积分算法，输入 Vening-Meinesz 积分半径。

[输出]残差垂线偏差向量计算结果文件。

当输入计算点空间位置文件时，输出结果文件记录格式：在计算点记录的基础上，增加残差垂线偏差向量 (S,W, ") 计算值 (2 列)，保留 4 位有效数字。

当输入计算面大地高格网文件时，输出同规格格网的残差垂线偏差向量格网文件。



本例采用 180km 积分半径，由大地水准面上的残差空间异常格网计算地面残差垂线偏差。统计 541~1800 阶模型地面残差垂线偏差 (视为参考真值)，以及 Vening-Meinesz 积分地面残差垂线偏差计算结果与模型参考值之差 (用于算法评价)。

广义Vening-Meinesz积分外部垂线偏差计算

计算结果保存 设置参数输入 开始计算 计算信息保存 查看样例

空间异常Vening-Meinesz积分外部垂线偏差计算 扰动重力Vening-Meinesz积分外部垂线偏差计算 广义Vening-Meinesz积分算法

打开等位边界面大地高格网文件
 打开等位面上空间异常格网文件
 选择计算点文件格式
 大地高格网文件
 打开计算面大地高格网文件
 选择积分算法
 二维FFT算法
 设置积分半径 180 km

计算过程 操作提示

- >> 计算结束时间: 2024-09-04 15:29:44
- >> 功能: 由等位面残差空间异常格网计算外部残差垂线偏差。
- >> 打开等位边界面大地高格网文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/IntngenVeningMeinesz/landgeoidhgt.dat.
- >> 打开等位面上空间异常格网文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/IntngenVeningMeinesz/resGMlgeoid541_1800.gra.
- >> 打开计算面大地高格网文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/IntngenVeningMeinesz/landsurfhgt.dat.
- >> 按二维FFT算法计算外部残差垂线偏差。
- >> 垂线偏差(S,W)结果保存为 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/IntngenVeningMeinesz/gratovmFFT2.dat.
- >> 参数设置结果已输入系统!
- ** 点击[开始计算]控件按钮, 或[开始计算]工具按钮.....
- >> 计算开始时间: 2024-09-04 15:32:15
- >> 完成大地水准面及其外部垂线偏差向量(S,W)计算!
- >> 计算结束时间: 2024-09-04 15:32:18

垂线偏差向量(S,W)结果保存为 参数设置结果输入

94.000000	102.000000	30.250000	36.250000	0.01666667	0.01666667				
-2.2955	-2.5663	-2.5312	-2.2038	-1.6530	-0.9588	-0.1916	0.5943	1.3597	2.0
4.4045	4.3352	4.1336	3.8281	3.4637	3.0993	2.8020	2.6392	2.6689	2.9
8.1418	8.9666	9.5719	9.9219	10.0144	9.8002	9.5792	9.1888	8.7932	8.4
9.2908	9.5062	9.5374	9.3162	8.7965	7.9607	6.8206	5.4140	3.7999	2.0

提取垂线偏差 图形绘制

空间异常mGal 垂线偏差南向 垂线偏差西向

- 广义Vening-Meinesz公式由广义Stokes/Hotine公式导出, 属Stokes边值问题。要求被积空间异常/扰动重力位于等位面。
- 为实现有限半径积分, 通常需采用参考重力场移去恢复法, 先移去边界面模型空间异常/扰动重力, 再积分得到计算点残差垂线偏差(S,W), 最后恢复计算点模型垂线偏差(S,W)。
- 等位面可采用参考重力场模型(不大于360°)构造, 在高度不大于10千米的近地空间, 可用等正(常)高面大地高格网代替。

广义Vening-Meinesz积分外部垂线偏差计算

计算结果保存 设置参数输入 开始计算 计算信息保存 查看样例

空间异常Vening-Meinesz积分外部垂线偏差计算 扰动重力Vening-Meinesz积分外部垂线偏差计算 广义Vening-Meinesz积分算法

打开等位边界面大地高格网文件
 打开等位面上空间异常格网文件
 选择计算点文件格式
 大地高格网文件
 打开计算面大地高格网文件
 选择积分算法
 二维FFT算法
 设置积分半径 180 km

计算过程 操作提示

- >> 计算结束时间: 2024-09-04 15:32:18
- >> 功能: 由等位面残差空间异常格网计算外部残差垂线偏差。
- >> 打开等位边界面大地高格网文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/IntngenVeningMeinesz/landgeoidhgt.dat.
- >> 打开等位面上空间异常格网文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/IntngenVeningMeinesz/resGMlgeoid541_1800.gra.
- >> 打开计算面大地高格网文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/IntngenVeningMeinesz/landsurfhgt.dat.
- >> 按二维FFT算法计算外部残差垂线偏差。
- >> 垂线偏差(S,W)结果保存为 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/IntngenVeningMeinesz/gratovmFFT1.dat.
- >> 参数设置结果已输入系统!
- ** 点击[开始计算]控件按钮, 或[开始计算]工具按钮.....
- >> 计算开始时间: 2024-09-04 15:33:40
- >> 完成大地水准面及其外部垂线偏差向量(S,W)计算!
- >> 计算结束时间: 2024-09-04 15:34:24

垂线偏差向量(S,W)结果保存为 参数设置结果输入

94.000000	102.000000	30.250000	36.250000	0.01666667	0.01666667				
-2.2866	-2.5693	-2.5365	-2.2060	-1.6513	-0.9553	-0.1892	0.5928	1.3523	2.0
4.3578	4.2812	4.0701	3.7522	3.3727	2.9908	2.6747	2.4928	2.5043	2.7
7.9132	8.7324	9.3302	9.6709	9.7517	9.6042	9.2891	8.8955	8.4788	8.1
9.0235	9.2631	9.3211	9.1282	8.6380	7.8323	6.7225	5.3462	3.7619	2.0

提取垂线偏差 图形绘制

空间异常mGal 垂线偏差南向 垂线偏差西向

- 广义Vening-Meinesz公式由广义Stokes/Hotine公式导出, 属Stokes边值问题。要求被积空间异常/扰动重力位于等位面。
- 为实现有限半径积分, 通常需采用参考重力场移去恢复法, 先移去边界面模型空间异常/扰动重力, 再积分得到计算点残差垂线偏差(S,W), 最后恢复计算点模型垂线偏差(S,W)。
- 等位面可采用参考重力场模型(不大于360°)构造, 在高度不大于10千米的近地空间, 可用等正(常)高面大地高格网代替。

表 4.6 EGM2008 模型计算的地面残差垂线偏差参考真值统计 (单位: ")

541~1800 阶模型参考值	平均值	标准差	最小值	最大值
地面垂线偏差南向 S"	0.0014	2.4951	-12.7789	14.2346
地面垂线偏差西向 W"	0.0097	2.1772	-9.1577	10.4499

表 4.7 空间异常 Vening-Meinesz 积分计算值与参考真值之差统计 (单位: ")

计算值与参考值之差		平均值	标准差	最小值	最大值
数值积分	S"	0.0003	0.0380	-0.1061	0.1387
	W"	0.0011	0.0289	-0.0830	0.1091
FFT2	S"	0.0002	0.1107	-0.8974	0.7395
	W"	0.0011	0.1003	-0.6887	1.0743
FFT1	S"	0.0007	0.1090	-0.8189	0.6581
	W"	0.0011	0.0984	-0.6078	1.0866

4.2.2 扰动重力 Vening-Meinesz 积分计算

[功能]由等位面残差扰动重力格网计算外部残差垂线偏差。

[输入]格网规格相同的等位面大地高格网及其面上残差扰动重力格网文件，计算点空间位置文件或计算面大地高格网文件。

[参数设置]选择计算点文件格式和积分算法，输入 Vening-Meinesz 积分半径。

[输出]残差垂线偏差向量计算结果文件。

当输入计算点空间位置文件时，输出结果文件记录格式：在计算点记录的基础上，增加残差垂线偏差向量 (S,W, ") 计算值 (2 列)，保留 4 位有效数字。

当输入计算面大地高格网文件时，输出同规格格网的残差垂线偏差向量格网文件。

类似空间异常 Vening-Meinesz 积分算法分析，统计扰动重力 Vening-Meinesz 积分地面残差垂线偏差计算结果与 541~1800 阶模型参考值之差。

表 4.8 扰动重力 Vening-Meinesz 积分计算值与参考真值之差统计 (单位: ")

计算值与参考值之差		平均值	标准差	最小值	最大值
数值积分	S"	-0.0003	0.0274	-0.0872	0.0994
	W"	0.0005	0.0200	-0.0646	0.0836
FFT2	S"	0.0002	0.1072	-0.8692	0.7094
	W"	0.0010	0.0959	-0.6204	1.0981
FFT1	S"	0.0007	0.1058	-0.7910	0.6481
	W"	0.0010	0.0959	-0.6204	1.0981

广义Vening-Meinesz积分外部垂线偏差计算

计算结果保存 设置参数输入 开始计算 计算信息保存 查看样例

空间异常Vening-Meinesz积分外部垂线偏差计算 **扰动重力Vening-Meinesz积分外部垂线偏差计算** 广义Vening-Meinesz积分算法

打开等位边界面大地高格网文件 >> 计算过程 ** 操作提示

打开等位面上扰动重力格网文件 >> [功能]由等位面残差扰动重力格网计算外部残差垂线偏差。
 >> 打开等位边界面大地高格网文件 C:\PAGrav4.5_win64cn/examples/IntgenVeningMeinesz/landgeoidht.dat.
 >> 打开等位面上扰动重力格网文件 C:\PAGrav4.5_win64cn/examples/IntgenVeningMeinesz/resGM1geoid541_1800.rga.
 >> 打开空间计算点位置文件 C:\PAGrav4.5_win64cn/examples/IntgenVeningMeinesz/calcpnt.txt.
 ** 观察下方窗口文件信息, 设置点值文件格式。
 >> 垂线偏差(S,W)结果保存为 C:\PAGrav4.5_win64cn/examples/IntgenVeningMeinesz/rgapnt.txt.
 ** 记录格式: 在计算点记录的基础上, 增加残差垂线偏差向量(S,W) "计算值(2列), 保留4位有效数字。
 >> 参数设置结果已输入系统!
 ** 点击[开始计算]控件按钮, 或[开始计算]工具按钮.....
 >> 计算开始时间: 2024-09-04 15:35:57
 >> 完成大地水准面及其外部垂线偏差向量(S,W)计算!
 >> 计算结束时间: 2024-09-04 15:38:00

选择计算点文件格式 大地高计算点文件

打开计算点空间位置文件

设置点值文件格式 头文件占的行数 1 大地高属性列序号 4 设置积分半径 180 km

垂线偏差向量(S,W)结果保存为 参数设置结果输入

no	lon(degrees/decimal)	lat	ellipHeight (m)		
1	97.008333	33.008333	3942.764	-2.4923	0.4718
2	97.020000	33.008333	3989.787	-2.4149	0.6633
3	97.041667	33.008333	4034.817	-2.2964	0.9122
4	97.058333	33.008333	4070.847	-2.1450	1.1367
5	97.075000	33.008333	4106.877	-1.9717	1.3340

提取垂线偏差 图形绘制

扰动重力uGal 垂线偏差南向 垂线偏差西向

- 广义Vening-Meinesz公式由广义Stokes/Hotline公式导出, 属Stokes边值问题。要求被积空间异常/扰动重力位于等位面。
- 为实现有限半径积分, 通常需采用参考重力场移去恢复法, 先移去边界面模型空间异常/扰动重力, 再积分得到计算点残差垂线偏差(S,W), 最后恢复计算点模型垂线偏差(S,W)。
- 等位面可采用参考重力场模型(不大于360阶)构造, 在高度不大于10千米的近地空间, 可用等正(常)面大地高格网代替。

广义Vening-Meinesz积分外部垂线偏差计算

计算结果保存 设置参数输入 开始计算 计算信息保存 查看样例

空间异常Vening-Meinesz积分外部垂线偏差计算 **扰动重力Vening-Meinesz积分外部垂线偏差计算** 广义Vening-Meinesz积分算法

打开等位边界面大地高格网文件 >> 计算过程 ** 操作提示

打开等位面上扰动重力格网文件 >> 计算结束时间: 2024-09-04 15:38:00
 >> [功能]由等位面残差扰动重力格网计算外部残差垂线偏差。
 >> 打开等位边界面大地高格网文件 C:\PAGrav4.5_win64cn/examples/IntgenVeningMeinesz/landgeoidht.dat.
 >> 打开等位面上扰动重力格网文件 C:\PAGrav4.5_win64cn/examples/IntgenVeningMeinesz/resGM1geoid541_1800.rga.
 >> 按二维FFT算法计算外部残差垂线偏差...
 >> 打开计算面大地高格网文件 C:\PAGrav4.5_win64cn/examples/IntgenVeningMeinesz/landbasurfht.dat.
 >> 垂线偏差(S,W)结果保存为 C:\PAGrav4.5_win64cn/examples/IntgenVeningMeinesz/rgatovmFFT.dat.
 >> 参数设置结果已输入系统!
 ** 点击[开始计算]控件按钮, 或[开始计算]工具按钮.....
 >> 计算开始时间: 2024-09-04 15:40:00
 >> 完成大地水准面及其外部垂线偏差向量(S,W)计算!
 >> 计算结束时间: 2024-09-04 15:40:02

选择计算点文件格式 大地高格网文件

打开计算面大地高格网文件

选择积分算法 二维FFT算法 设置积分半径 180 km

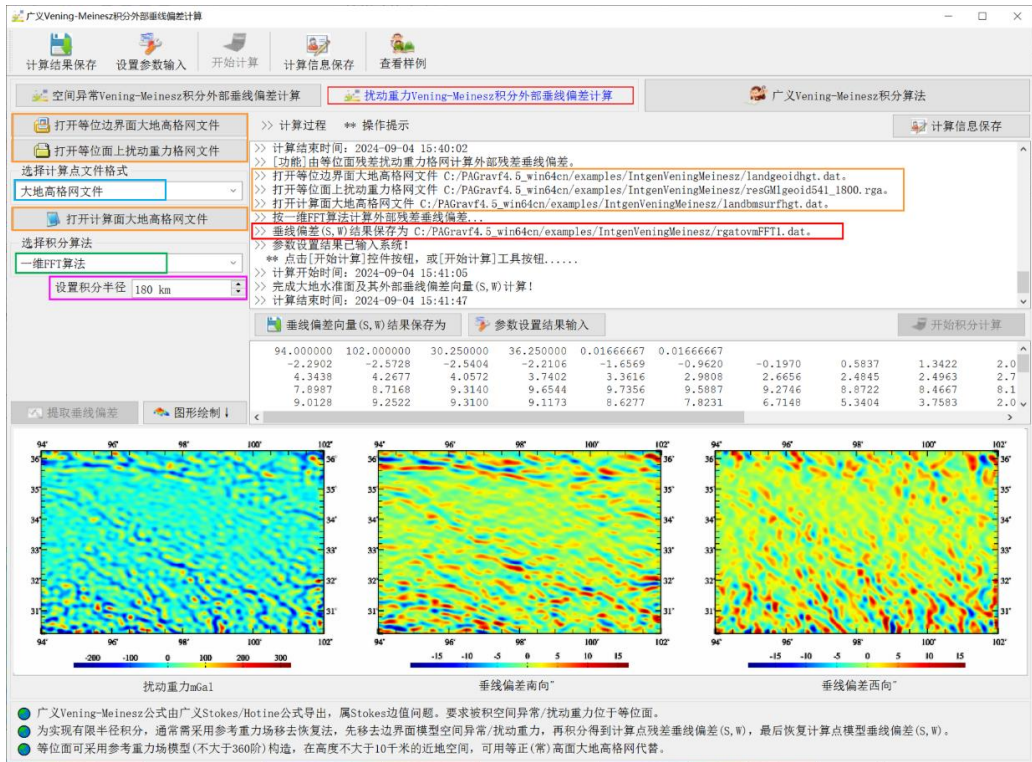
垂线偏差向量(S,W)结果保存为 参数设置结果输入

94.000000	102.000000	30.250000	36.250000	0.01666667	0.01666667				
-2.2983	-2.5692	-2.5347	-2.2082	-1.6585	-0.9656	-0.1997	0.5849	1.3491	2.0
4.3900	4.3211	4.1201	3.8155	3.4521	3.0887	2.7923	2.6303	2.6604	2.9
8.1264	8.9502	9.5548	9.9047	9.9975	9.8642	9.5643	9.1752	8.7810	8.4
9.2803	9.4953	9.5263	9.3052	8.7862	7.9515	6.8129	5.4083	3.7964	2.0

提取垂线偏差 图形绘制

扰动重力uGal 垂线偏差南向 垂线偏差西向

- 广义Vening-Meinesz公式由广义Stokes/Hotline公式导出, 属Stokes边值问题。要求被积空间异常/扰动重力位于等位面。
- 为实现有限半径积分, 通常需采用参考重力场移去恢复法, 先移去边界面模型空间异常/扰动重力, 再积分得到计算点残差垂线偏差(S,W), 最后恢复计算点模型垂线偏差(S,W)。
- 等位面可采用参考重力场模型(不大于360阶)构造, 在高度不大于10千米的近地空间, 可用等正(常)面大地高格网代替。



进一步统计空间异常 Vening-Meinesz 积分与扰动重力 Vening-Meinesz 积分残差地面垂线偏差计算结果之间的差别。

表 4.9 空间异常与扰动重力 V-M 积分地面残差垂线偏差计算值之差统计 (单位: ")

空间异常与扰动重力 Vening-Meinesz 积分之差		平均值	标准差	最小值	最大值
数值积分	S''	-0.0000	0.0062	-0.0286	0.0329
	W''	0.0003	0.0059	-0.0206	0.0261
FFT2	S''	-0.0000	0.0062	-0.0286	0.0329
	W''	0.0001	0.0050	-0.0189	0.0244
FFT1	S''	-0.0000	0.0062	-0.0284	0.0325
	W''	0.0001	0.0050	-0.0189	0.0241

4.3 多种扰动重力场元反算与逆运算积分

[目标]由边界面大地高格网 (m) 及其面上高程异常 (m) 格网或垂线偏差 (S'',W'') 向量格网, 按扰动重力场逆运算积分或扰动重力场元反算方法, 计算该边界面或其外部其他类型扰动重力场元。

扰动场元逆运算积分属 Stokes 边值问题, 要求被积高程异常或垂线偏差向量 (S,W) 位于等位面; 扰动重力反算采用 Poisson 积分与场元微分组合算法, 不要求边界面一定

是重力等位面。

为实现有限半径积分，通常需采用参考重力场移去恢复法，先移去边界面上源扰动场元的模型值，再采用逆运算或反算算法计算目标扰动场元点的残差值，最后恢复计算点处目标扰动场元的模型值。

等位面可采用参考重力场模型（不大于 360 阶）构造，在高度不大于 10 千米的近地空间，可用等正（常）高面大地高格网代替。

4.3.1 Stokes 逆运算积分计算空间异常

[功能]由等位边界面大地高格网（m）及其面上残差高程异常（m）格网，按 Stokes 逆运算积分严密公式或 FFT 算法，计算该等位面上残差空间异常。

[输入]格网规格相同的等位边界面大地高及其残差高程异常（m）格网文件，等位面上计算点位置文件（按格网计算时，程序直接将等位边界面大地高格网作为计算点位置，无需输入计算点位置文件）。

[参数设置]选择计算点文件格式和积分算法，输入逆 Stokes 积分半径。

[输出]等位面残差空间异常计算结果文件。

当输入计算点位置文件时，输出结果文件记录格式：在源计算点值文件记录的基础上，增加一列由等位面大地高格网内插得到的计算点大地高，和一列该点的残差空间异常积分值，保留 4 位有效数字。

当按大地高格网计算时，输出同规格格网的残差空间异常格网文件。

多种扰动重力场元逆运算积分

计算结果保存 设置参数输入 开始计算 计算信息保存 查看样例

Stokes逆运算积分 Hotine逆运算积分 Vening Meinesz逆运算积分 高程异常计算外部扰动场元 逆运算积分算法

打开等位边界面大地高格网文件 计算过程 ** 操作提示

打开等位面上高程异常格网文件

选择计算点文件格式

高散计算点文件

打开等位面上计算点位置文件

设置点值文件格式

头文件占住的行数 1

设置积分半径 150 km

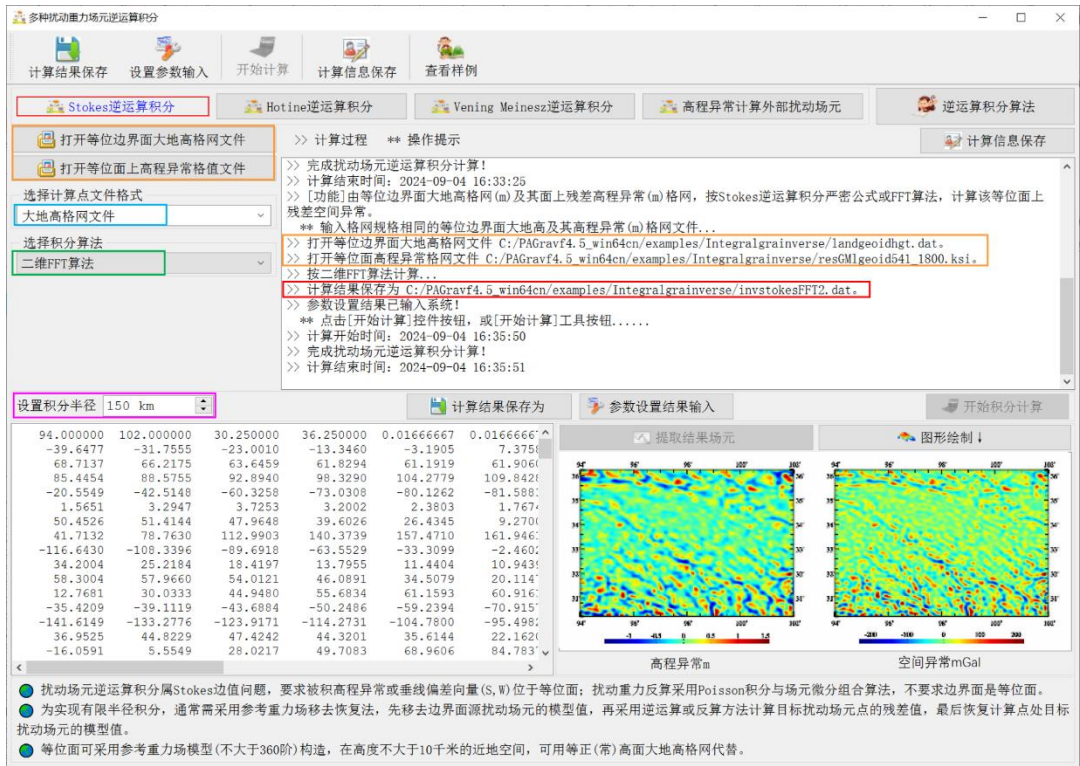
计算结果保存为 参数设置结果输入 开始积分计算

no	lon(degree/decimal)	lat	ellipHeight(m)		
1	97.008333	33.008333	3942.764	-37.2501	24.7224
2	97.025000	33.008333	3989.787	-37.2203	24.6842
3	97.041667	33.008333	4034.817	-37.1899	22.9058
4	97.058333	33.008333	4070.847	-37.1590	19.2598
5	97.075000	33.008333	4106.877	-37.1276	13.9076
6	97.091667	33.008333	4119.913	-37.0959	7.1243
7	97.108333	33.008333	4115.946	-37.0640	-0.9416
8	97.125000	33.008333	4090.977	-37.0318	-9.7023
9	97.141667	33.008333	4070.007	-36.9990	-18.9075
10	97.158333	33.008333	3991.047	-36.9665	-27.8771
11	97.175000	33.008333	3985.070	-36.9327	-36.2732
12	97.191667	33.008333	3956.107	-36.8988	-43.4193
13	97.208333	33.008333	3965.137	-36.8642	-49.0686
14	97.225000	33.008333	3964.173	-36.8295	-52.4761
15	97.241667	33.008333	3983.205	-36.7943	-53.5072
16	97.258333	33.008333	3953.251	-36.7595	-51.6556

提取结果场元 图形绘制

高程异常m 空间异常mGal

● 扰动场元逆运算积分属Stokes边值问题，要求被积高程异常或垂线偏差向量(S,W)位于等位面；扰动重力反算采用Poisson积分与场元微分组合算法，不要求边界面是等位面。
● 为实现有限半径积分，通常需采用参考重力场移去恢复法，先移去边界面源扰动场元的模型值，再采用逆运算或反算方法计算目标扰动场元点的残差值，最后恢复计算点处目标扰动场元的模型值。
● 等位面可采用参考重力场模型（不大于360阶）构造，在高度不大于10千米的近地空间，可用等正（常）高面大地高格网代替。



本例采用 150km 积分半径，由大地水准面上的残差大地水准面高，计算大地水准面上残差空间异常。扣除外围 2°存在积分边缘效应的格网区域后，统计 541~1800 阶模型残差扰动重力（视为参考真值），以及 Stokes 逆运算积分残差空间异常计算结果与模型参考值之差（用于算法评价）。

表 4.10 EGM2008 位系数模型计算的残差空间异常参考真值统计（单位：mGal）

模型参考值 mGal	平均值	标准差	最小值	最大值
541~1800 阶大地水准面上模型空间异常	0.4334	34.0852	-170.9556	177.8780

表 4.11 逆 Stokes 积分残差空间异常计算值与参考真值之差统计（单位：mGal）

计算值与参考值之差 mGal	平均值	标准差	最小值	最大值
数值积分	-0.0415	2.9285	-15.2734	14.6970
FFT2	-0.0433	2.8208	-11.9201	13.3607
FFT1	-0.0444	3.0509	-15.7950	15.5242

4.3.2 Hotine 逆运算积分计算扰动重力

[功能]由等位边界面大地高格网（m）及其面上残差高程异常（m）格网，按 Hotine 逆运算积分严密公式或 FFT 算法，计算该等位面上残差扰动重力。

[输入]格网规格相同的等位边界面大地高及其残差高程异常（m）格网文件，等位

面上计算点位置文件（按格网计算时，程序直接将等位边界面大地高格网作为计算点位置，无需输入计算点位置文件）。

多种扰动重力场元逆运算积分

计算结果保存 设置参数输入 开始计算 计算信息保存 查看样例

Stokes逆运算积分 Hotine逆运算积分 Vening Meinesz逆运算积分 高程异常计算外部扰动场元 逆运算积分算法

打开等位边界面大地高格网文件 >> 计算过程 ** 操作提示

打开等位边界面上高程异常格值文件

选择计算点文件格式
高散计算点文件

打开等位边界面上计算点位置文件

设置点值文件格式
头文件占住的行数 1

设置积分半径 150 km

计算结果保存为 参数设置结果输入 开始积分计算

no	lon(degree/decimal)	lat	ellipHeight(m)			
1	97.008333	33.008333	3942.764	-37.2501	24.7198	
2	97.025000	33.008333	3989.787	-37.2203	24.6819	
3	97.041667	33.008333	4034.817	-37.1899	22.9044	
4	97.058333	33.008333	4070.847	-37.1590	19.2598	
5	97.075000	33.008333	4106.877	-37.1276	13.9059	
6	97.091667	33.008333	4141.913	-37.0959	7.1286	
7	97.108333	33.008333	4175.946	-37.0640	-0.9347	
8	97.125000	33.008333	4209.977	-37.0318	-9.6925	
9	97.141667	33.008333	4240.007	-36.9990	-18.8947	
10	97.158333	33.008333	3991.047	-36.9665	-27.8614	
11	97.175000	33.008333	3985.070	-36.9327	-36.2549	
12	97.191667	33.008333	3956.107	-36.8988	-43.3989	
13	97.208333	33.008333	3965.137	-36.8642	-49.0467	
14	97.225000	33.008333	3964.173	-36.8295	-52.4534	
15	97.241667	33.008333	3963.205	-36.7943	-53.4848	
16	97.258333	33.008333	3953.251	-36.7595	-51.6344	

提取结果场元 图形绘制

高程异常m 扰动重力mGal

- 扰动场元逆运算积分属Stokes边值问题，要求被积高程异常或垂线偏差向量(S,W)位于等位面；扰动重力反算采用Poisson积分与场元微分组合算法，不要求边界面是等位面。
- 为实现有限半径积分，通常需采用参考重力场移去恢复法，先移去边界面源扰动场元的模型值，再采用逆运算或反算方法计算目标扰动场元点的残差值，最后恢复计算点处目标扰动场元的模型值。
- 等位面可采用参考重力场模型（不大于360阶）构造，在高度不大于10千米的近地空间，可用等正(常)高面大地高格网代替。

多种扰动重力场元逆运算积分

计算结果保存 设置参数输入 开始计算 计算信息保存 查看样例

Stokes逆运算积分 Hotine逆运算积分 Vening Meinesz逆运算积分 高程异常计算外部扰动场元 逆运算积分算法

打开等位边界面大地高格网文件 >> 计算过程 ** 操作提示

打开等位边界面上高程异常格值文件

选择计算点文件格式
大地高格网文件

大地高格网文件

选择积分算法
二维FFT算法

设置积分半径 150 km

计算结果保存为 参数设置结果输入 开始积分计算

94.000000	102.000000	30.250000	36.250000	0.01666667	0.01666667
-38.8682	-31.6941	-23.1438	-13.6073	-3.5601	6.8700
67.0406	64.6090	62.0428	60.1351	59.3054	59.7433
83.3665	86.6217	90.8994	96.1095	101.6782	106.7651
-18.5118	-39.2524	-56.0933	-68.1493	-74.9591	-76.5061
-0.4518	1.0922	1.4569	0.9709	0.2593	-0.1990
49.1086	50.2807	47.2241	39.4621	27.0953	10.8901
39.0104	73.7341	105.8704	131.6391	147.8002	152.1500
-109.3107	-101.7344	-84.4260	-60.0396	-31.7348	-2.7844
33.1546	24.6893	18.2401	13.8202	11.5374	11.0255
56.3300	56.0042	52.2339	44.6946	33.6823	19.9966
11.0317	27.2532	41.3580	51.6289	57.0424	57.1487
-32.8331	-36.8306	-41.7045	-48.4521	-57.4644	-68.9553
-137.5650	-129.6975	-120.7996	-111.5539	-102.3621	-93.2778
35.8576	43.3584	45.8096	42.8115	34.4767	21.6244
-16.0898	4.3696	25.7234	46.4307	64.9261	80.2541

提取结果场元 图形绘制

高程异常m 扰动重力mGal

- 扰动场元逆运算积分属Stokes边值问题，要求被积高程异常或垂线偏差向量(S,W)位于等位面；扰动重力反算采用Poisson积分与场元微分组合算法，不要求边界面是等位面。
- 为实现有限半径积分，通常需采用参考重力场移去恢复法，先移去边界面源扰动场元的模型值，再采用逆运算或反算方法计算目标扰动场元点的残差值，最后恢复计算点处目标扰动场元的模型值。
- 等位面可采用参考重力场模型（不大于360阶）构造，在高度不大于10千米的近地空间，可用等正(常)高面大地高格网代替。

[参数设置]选择计算点文件格式和积分算法，输入逆 Hotine 积分半径。

[输出]等位面残差扰动重力计算结果文件。

当输入计算点位置文件时，输出结果文件记录格式：在源计算点值文件记录的基础上，增加一列由等位面大地高格网内插得到的计算点大地高，和一列该点的残差扰动重力积分值，保留 4 位有效数字。

当按大地高格网计算时，输出同规格格网的残差扰动重力格网文件。

本例采用 150km 积分半径，由大地水准面上的残差大地水准面高，计算大地水准面上残差扰动重力。扣除外围 2°存在积分边缘效应的格网区域后，统计 541~1800 阶模型残差扰动重力（视为参考真值），以及 Hotine 逆运算积分残差扰动重力计算结果与模型参考值之差（用于算法评价）。

表 4.12 EGM2008 位系数模型计算的残差扰动重力参考真值统计（单位：mGal）

模型参考值 mGal	平均值	标准差	最小值	最大值
541~1800 阶大地水准面上模型扰动重力	0.4348	34.1479	-171.3088	178.1561

表 4.13 逆 Hotine 积分残差扰动重力计算值与参考真值之差统计（单位：mGal）

计算值与参考值之差 mGal	平均值	标准差	最小值	最大值
数值积分	0.1277	2.9277	-9.6849	9.6267
FFT2	-0.0451	2.8982	-12.2656	13.7990
FFT1	0.1326	2.9671	-9.8383	9.7441

4.3.3 Vening-Meinesz 逆运算积分

[功能]由等位边界面大地高格网（m）及其面上残差垂线偏差向量（S,W，“”）格网，按 Vening-Meinesz 逆运算积分严密公式或 FFT 算法，计算该等位面上的残差高程异常、残差扰动重力和残差空间异常。

[输入]格网规格相同的等位边界面大地高及其残差垂线偏差向量（S,W）格网文件，等位面上计算点位置文件（按格网计算时，程序直接将等位边界面大地高格网作为计算点位置，无需输入计算点位置文件）。

[参数设置]选择计算点文件格式和积分算法，输入逆 Vening-Meinesz 积分半径。

[输出]等位面上残差高程异常、残差扰动重力和残差空间异常计算结果文件。

当输入等位面上计算点位置文件时，输出结果文件记录格式：在源计算点值文件记录的基础上，增加一列由等位面大地高格网内插得到的计算点大地高，和 3 列该点的残差高程异常、残差扰动重力和残差空间异常积分值，留 4 位有效数字。

当按等位面大地高格网计算时，输出结果文件记录格式：点号，经度，纬度，大地高，一列由等位面大地高格网内插得到的格网中心点大地高，和 3 列该点的残差高程异

常、扰动重力和空间异常积分值，留4位有效数字。

多种扰动重力场元逆运算积分

计算结果保存 设置参数输入 开始计算 计算信息保存 查看样例

Stokes逆运算积分 Hotine逆运算积分 **Vening Meinesz逆运算积分** 高程异常计算外部扰动场元 逆运算积分算法

打开等位界面大地高格网文件 >> 计算过程 ** 操作提示

打开垂线偏差向量(S,W)格值文件

选择计算点文件格式

离散计算点文件

打开等位面上计算点位置文件

设置点值文件格式

头文件占住的行数 1

计算过程 ** 操作提示

>> [功能]由等位界面大地高格网(m)及其面上残差垂线偏差向量(S,W)格网,按Vening Meinesz逆运算积分严密公式或FFT算法,计算该等位面上残差高程异常、残差扰动重力和残差空间异常。
 ** 输入格网规格相同的等位界面大地高及其垂线偏差向量(S,W)格网...
 >> 打开等位界面大地高格网文件 C:/PAGravf4.5_win64cn/examples/Integralgrainverse/landgeoidhgt.dat.
 >> 打开垂线偏差向量(S,W)格网文件 C:/PAGravf4.5_win64cn/examples/Integralgrainverse/resGMgeoid541_1800.dft.
 >> 打开等位面上计算点位置文件 C:/PAGravf4.5_win64cn/examples/Integralgrainverse/calcpnt.txt.
 ** 观察下方窗口文件信息,设置点值文件格式...
 >> 计算结果保存为 C:/PAGravf4.5_win64cn/examples/Integralgrainverse/invVM.txt.
 >> 在源计算点文件记录的基础上,增加一列由等位面大地高格网内插得到的计算点大地高,和3列该点的残差高程异常、残差扰动重力和残差空间异常积分值!
 >> 参数设置结果已输入系统!
 ** 点击[开始计算]控件按钮,或[开始计算]工具按钮.....
 >> 计算开始时间:2024-09-04 16:48:38
 >> 完成扰动场元逆运算积分计算!
 >> 计算结束时间:2024-09-04 16:50:01

设置积分半径 150 km

计算结果保存为 参数设置结果输入 开始积分计算

lat	ellipHeight (m)				
33.008333	3942.764	-37.2501	0.0986	23.0001	22.9698
33.008333	3989.787	-37.2203	0.0846	22.9339	22.9078
33.008333	4034.817	-37.1899	0.0639	21.1547	21.1350
33.008333	4070.847	-37.1590	0.0366	17.6405	17.6293
33.008333	4106.877	-37.1276	0.0033	12.4966	12.4956
33.008333	4119.913	-37.0959	-0.0351	5.9362	5.9470
33.008333	4115.946	-37.0640	-0.0772	-1.7394	-1.7156
33.008333	4090.977	-37.0318	-0.1213	-10.1584	-10.1211
33.008333	4070.007	-36.9990	-0.1655	-18.9011	-18.8502
33.008333	3991.047	-36.9665	-0.2077	-27.5122	-27.4484
33.008333	3985.070	-36.9327	-0.2458	-35.5120	-35.4365
33.008333	3956.107	-36.8998	-0.2773	-42.4147	-42.3294
33.008333	3965.137	-36.8642	-0.2999	-47.7421	-47.6499
33.008333	3964.173	-36.8295	-0.3115	-51.0471	-50.9514
33.008333	3993.205	-36.7943	-0.3100	-51.9444	-51.8491

提取结果场元 图形绘制

高程异常m 扰动重力mGal

- 扰动场元逆运算积分属Stokes边值问题,要求被积高程异常或垂线偏差向量(S,W)位于等位面;扰动重力反算采用Poisson积分与场元微分组合算法,不要求界面是等位面。
- 为实现有限半径积分,通常需采用参考重力场移去恢复法,先移去边界面源扰动场元的模型值,再采用逆运算或反算方法计算目标扰动场元点的残差值,最后恢复计算点处目标扰动场元的模型值。
- 等位面可采用参考重力场模型(不大于360阶)构造,在高度不大于10千米的近地空间,可用等正(常)高面大地高格网代替。

多种扰动重力场元的运算积分

计算结果保存 设置参数输入 开始计算 计算信息保存 查看样例

Stokes逆运算积分 Hotine逆运算积分 **Vening Meinesz逆运算积分** 高程异常计算外部扰动场元 逆运算积分算法

打开等位界面大地高格网文件 >> 计算过程 ** 操作提示

打开垂线偏差向量(S,W)格值文件

选择计算点文件格式

大地高格网文件

选择积分算法

一维FFT算法

计算过程 ** 操作提示

>> [功能]由等位界面大地高格网(m)及其面上残差垂线偏差向量(S,W)格网,按Vening Meinesz逆运算积分严密公式或FFT算法,计算该等位面上残差高程异常、残差扰动重力和残差空间异常。
 ** 输入格网规格相同的等位界面大地高及其垂线偏差向量(S,W)格网...
 >> 打开等位界面大地高格网文件 C:/PAGravf4.5_win64cn/examples/Integralgrainverse/landgeoidhgt.dat.
 >> 打开垂线偏差向量(S,W)格网文件 C:/PAGravf4.5_win64cn/examples/Integralgrainverse/resGMgeoid541_1800.dft.
 >> 按一维FFT算法计算...
 >> 计算结果保存为 C:/PAGravf4.5_win64cn/examples/Integralgrainverse/invVMFFT1.txt.
 >> 残差高程异常格网计算结果保存为C:/PAGravf4.5_win64cn/examples/Integralgrainverse/invVMFFT1.ksi.
 >> 残差扰动重力格网计算结果保存为C:/PAGravf4.5_win64cn/examples/Integralgrainverse/invVMFFT1.rga.
 >> 残差空间异常格网计算结果保存为C:/PAGravf4.5_win64cn/examples/Integralgrainverse/invVMFFT1.gra.
 >> 参数设置结果已输入系统!
 ** 点击[开始计算]控件按钮,或[开始计算]工具按钮.....
 >> 计算开始时间:2026-01-31 10:16:06
 >> 完成扰动场元逆运算积分计算!
 >> 计算结束时间:2026-01-31 10:17:11

设置积分半径 150 km

计算结果保存为 参数设置结果输入 开始积分计算

94.000000	102.000000	30.250000	36.250000	0.01666667	0.01666667
0.0590	0.0564	0.0585	0.0612	0.0638	0.0661
0.0288	0.0192	0.0142	0.0145	0.0196	0.0271
-0.2325	-0.2663	-0.2868	-0.2930	-0.2868	-0.2721
-0.6373	-0.6958	-0.7310	-0.7377	-0.7127	-0.6561
0.4076	0.4529	0.4809	0.4930	0.4911	0.4761
-0.0231	-0.0915	-0.1622	-0.2336	-0.3027	-0.3655
0.4099	0.5883	0.7397	0.8481	0.9025	0.8941
-0.5901	-0.5632	-0.4873	-0.3747	-0.2404	-0.1001
0.1089	0.0615	0.0211	-0.0111	-0.0350	-0.0511
0.0047	0.0079	-0.0040	-0.0074	-0.0250	-0.0461
0.2976	0.3571	0.3940	0.4020	0.3780	0.3221
-0.3702	-0.3424	-0.3057	-0.2670	-0.2321	-0.2041
-0.0947	-0.0690	-0.0468	-0.0309	-0.0231	-0.0231
-0.0131	0.0018	0.0096	0.0082	-0.0031	-0.0231
0.1404	0.2157	0.2854	0.3430	0.3836	0.4031

提取结果场元 图形绘制

高程异常m 扰动重力mGal

- 扰动场元逆运算积分属Stokes边值问题,要求被积高程异常或垂线偏差向量(S,W)位于等位面;扰动重力反算采用Poisson积分与场元微分组合算法,不要求界面是等位面。
- 为实现有限半径积分,通常需采用参考重力场移去恢复法,先移去边界面源扰动场元的模型值,再采用逆运算或反算方法计算目标扰动场元点的残差值,最后恢复计算点处目标扰动场元的模型值。
- 等位面可采用参考重力场模型(不大于360阶)构造,在高度不大于10千米的近地空间,可用等正(常)高面大地高格网代替。

当按等位面大地高格网计算时,程序还在当前目录下,输出高程异常(*.ksi),扰

动重力 (*.rga)、空间异常 (*.gra) 格网文件。*为界面输入的结果文件名。

本例采用 150km 积分半径，由大地水准面上的残差垂线偏差，计算大地水准面上残差大地水准面高、残差扰动重力和残差空间异常。统计 541~1800 阶模型残差大地水准面高、残差扰动重力和残差空间异常（视为参考真值），以及 Vening-Meinesz 逆运算积分计算结果与模型参考值之差（用于算法评价）。

表 4.14 541~1800 阶模型残差大地水准面高、扰动重力和空间异常参考真值统计

541~1800 阶模型参考值	平均值	标准差	最小值	最大值
大地水准面高 m	0.0045	0.2172	-1.1490	0.9110
扰动重力 mGal	0.4348	34.1479	-171.3088	178.1561
空间异常 mGal	0.4334	34.0852	-170.9556	177.8780

表 4.15 逆 Vening-Meinesz 运算积分法计算值与参考真值之差统计

计算值与参考值之差		平均值	标准差	最小值	最大值
数值积分	大地水准面高 m	-0.0002	0.0331	-0.1066	0.1266
	扰动重力 mGal	-0.0281	3.5304	-19.8306	15.5799
	空间异常 mGal	-0.0280	3.5293	-19.8233	15.5701
FFT2	大地水准面高 m	0.0001	0.0337	-0.1057	0.1271
	扰动重力 mGal	-0.0131	2.4732	-12.3026	9.8919
	空间异常 mGal	-0.0131	2.4729	-12.2973	9.8831
FFT1	大地水准面高 m	-0.0001	0.0332	-0.1068	0.1263
	扰动重力 mGal	-0.0283	3.5527	-19.9907	15.7164
	空间异常 mGal	-0.0283	3.5516	-19.9830	15.7072

4.3.4 高程异常计算外部扰动场元

[功能]由边界面大地高格网 (m) 及其面上残差高程异常 (m) 格网，计算大地水准面或地球外部的残差空间异常 (mGal)、残差扰动重力 (mGal) 与残差垂线偏差向量 (")。程序采用 Poisson 积分与场元微分组合算法，实现高程异常反运算，不要求边界面是重力等位面。

计算点空间位置文件记录格式：点号/点名 经度 (度小数) 纬度 (度小数) 大地高 (m)

计算面大地高格网用于提供按格网计算的计算点空间大地坐标。

[参数设置]选择计算点文件格式和积分算法，输入积分半径。

[输出]残差空间异常、残差扰动重力与残差垂线偏差向量结果文件。

当输入计算点空间位置文件时，输出结果文件记录格式：在计算点记录的基础上，增加残差空间异常、残差扰动重力、残差垂线偏差南向和西向共 4 列属性的计算值，保

留 4 位有效数字。

多种扰动重力场元逆运算积分

计算结果保存 设置参数输入 开始计算 计算信息保存 查看样例

Stokes逆运算积分 Hotine逆运算积分 Vening Meinesz逆运算积分 **高程异常计算外部扰动场元** 逆运算积分算法

打开边界面大地高格值文件 >> 计算过程 ** 操作提示

打开边界面上高程异常格网文件

选择计算点文件格式
离散计算点文件

打开外部空间计算点位置文件

设置点值文件格式
头文件占有的行数 1

计算信息保存

>> [功能]由边界面大地高格网 (m) 及其面上残差高程异常 (m) 格网, 计算大地水准面或地球外部残差空间异常 (mGal)、残差扰动重力 (mGal) 与残差垂线偏差向量 (")。程序采用Poisson积分与场元微分组合算法, 实现高程异常反运算, 不要求边界面是重力等位面。
 ** 输入格网规格相同的边界面大地高及其高程异常格网...
 >> 打开边界面大地高格网文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/Integralgrainverse/landgeoidhgt.dat.
 >> 打开边界面高程异常格网文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/Integralgrainverse/resGM1geoid41_1800.ksi.
 >> 打开外部空间计算点位置文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/Integralgrainverse/calcpnt.txt.
 ** 观察下方窗口文件信息, 设置点值文件格式...
 >> 计算结果保存为 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/Integralgrainverse/invksi.txt.
 >> 在源计算点值文件记录的基础上, 增加残差空间异常、残差扰动重力、残差垂线偏差南向和西向共4列属性计算值。
 >> 参数设置结果已输入系统!
 ** 点击[开始计算]控件按钮, 或[开始计算]工具按钮.....
 >> 计算开始时间: 2024-09-04 17:15:42
 >> 完成扰动场元逆运算积分计算!
 >> 计算结束时间: 2024-09-04 17:23:28

设置积分半径 150 km

计算结果保存为 参数设置结果输入 开始积分计算

no	lon(degree/decimal)	lat	ellipHeight(m)		
1	97.008333	33.008333	3942.764	6.2612	6.2592
2	97.025000	33.008333	3989.787	6.0388	6.0365
3	97.041667	33.008333	4034.817	5.2179	5.2151
4	97.058333	33.008333	4070.847	3.8190	3.8156
5	97.075000	33.008333	4106.877	1.8631	1.8588
6	97.091667	33.008333	4119.913	-0.5421	-0.5472
7	97.108333	33.008333	4115.946	-3.3350	-3.3411
8	97.125000	33.008333	4090.977	-6.4301	-6.4372
9	97.141667	33.008333	4070.007	-9.6925	-9.7007
10	97.158333	33.008333	3991.047	-13.0955	-13.1048
11	97.175000	33.008333	3985.070	-16.1623	-16.1724
12	97.191667	33.008333	3956.107	-18.9050	-18.9158
13	97.208333	33.008333	3965.137	-20.8767	-20.8879
14	97.225000	33.008333	3964.173	-22.0755	-22.0867
15	97.241667	33.008333	3983.205	-22.1895	-22.2002

提取结果场元 图形绘制

扰动重力mGal 垂线偏差南向

扰动场元逆运算积分属Stokes边值问题, 要求被积高程异常或垂线偏差向量(S,W)位于等位面; 扰动重力反算采用Poisson积分与场元微分组合算法, 不要求边界面是等位面。
 为实现有限半径积分, 通常需采用参考重力场移去恢复法, 先移去边界面源扰动场元的模型值, 再采用逆运算或反算方法计算目标扰动场元点的残差值, 最后恢复计算点处目标扰动场元的模型值。
 等位面可采用参考重力场模型(不大于360阶)构造, 在高度不大于10千米的近地空间, 可用等正(常)高面大地高格网代替。

多种扰动重力场元逆运算积分

计算结果保存 设置参数输入 开始计算 计算信息保存 查看样例

Stokes逆运算积分 Hotine逆运算积分 Vening Meinesz逆运算积分 **高程异常计算外部扰动场元** 逆运算积分算法

打开边界面大地高格值文件 >> 计算过程 ** 操作提示

打开边界面上高程异常格网文件

选择计算点文件格式
大地高格网文件

打开计算面大地高格网文件

计算信息保存

>> [功能]由边界面大地高格网 (m) 及其面上残差高程异常 (m) 格网, 计算大地水准面或地球外部残差空间异常 (mGal)、残差扰动重力 (mGal) 与残差垂线偏差向量 (")。程序采用Poisson积分与场元微分组合算法, 实现高程异常反运算, 不要求边界面是重力等位面。
 ** 输入格网规格相同的边界面大地高及其高程异常格网...
 >> 打开边界面大地高格网文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/Integralgrainverse/landgeoidhgt.dat.
 >> 打开边界面高程异常格网文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/Integralgrainverse/resGM1geoid41_1800.ksi.
 >> 打开计算面大地高格网文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/Integralgrainverse/landmsurfhgt.dat.
 >> 计算结果保存为 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/Integralgrainverse/surfgravfd.txt.
 >> 残差空间异常格网计算结果保存为C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/Integralgrainverse/surfgravfd.gra.
 >> 残差扰动重力格网计算结果保存为C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/Integralgrainverse/surfgravfd.rga.
 >> 残差垂线偏差向量格网结果保存为C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/Integralgrainverse/surfgravfd.dft.
 >> 参数设置结果已输入系统!
 ** 点击[开始计算]控件按钮, 或[开始计算]工具按钮.....
 >> 计算开始时间: 2024-09-04 17:26:44
 >> 完成扰动场元逆运算积分计算!

设置积分半径 150 km

计算结果保存为 参数设置结果输入 开始积分计算

no	lon(degree/decimal)	lat	ellipHeight(m)		
94.000000	102.000000	30.250000	36.250000	0.01666667	0.01666667
11.4128	13.0112	13.5037	13.3752	12.9300	12.3299
12.2286	12.9126	13.7712	14.4755	14.8649	15.6359
-0.5715	-4.2236	-6.0262	-6.7989	-6.5922	-4.3403
-37.2156	-44.7613	-51.0366	-54.3760	-54.4024	-52.2274
27.4578	31.0473	33.1427	34.1140	34.0444	32.843
-0.8411	-5.0104	-9.3308	-14.1952	-19.0398	-23.9454
28.3579	38.0082	45.8366	50.5764	51.8258	51.0674
-41.3629	-38.2614	-31.7155	-23.1777	-13.4434	-4.5922
7.0217	4.4954	2.5959	1.1491	0.2233	-0.2651
5.2099	5.1750	4.9190	4.0159	2.8697	1.678
23.9381	27.0111	28.5656	28.6058	26.8087	23.321
-30.2443	-29.8047	-28.8801	-27.9116	-26.9503	-26.7766
-14.4973	-12.8509	-10.7049	-9.1703	-7.6347	-6.373
-0.6123	-0.1993	-0.4046	-1.2941	-2.8020	-4.682
10.4837	15.6332	19.9038	23.1644	25.2077	26.0066

提取结果场元 图形绘制

扰动重力mGal 垂线偏差南向

扰动场元逆运算积分属Stokes边值问题, 要求被积高程异常或垂线偏差向量(S,W)位于等位面; 扰动重力反算采用Poisson积分与场元微分组合算法, 不要求边界面是等位面。
 为实现有限半径积分, 通常需采用参考重力场移去恢复法, 先移去边界面源扰动场元的模型值, 再采用逆运算或反算方法计算目标扰动场元点的残差值, 最后恢复计算点处目标扰动场元的模型值。
 等位面可采用参考重力场模型(不大于360阶)构造, 在高度不大于10千米的近地空间, 可用等正(常)高面大地高格网代替。

当输入计算面大地高文件时, 输出结果文件记录格式: 点号, 经度, 纬度, 大地高,

残差空间异常、残差扰动重力、残差垂线偏差南向和西向共 4 列属性积分值，保留 4 位有效数字。

当按计算面大地高格网计算时，程序还在当前目录下，输出残差空间异常 (*.gra)、残差扰动重力 (*.rga) 和残差垂线偏差向量格网文件。*为界面输入的结果文件名。

本例采用 150km 积分半径，由大地水准面上的残差大地水准面高，计算残差地面空间异常、残差地面扰动重力和残差地面垂线偏差。扣除外围 2°存在积分边缘效应的格网区域后，统计 541~1800 阶模型残差地面扰动场元（视为参考真值），以及地面扰动场元积分计算值与模型参考值之差。

表 4.16 541~1800 阶模型地面残差场元参考真值统计

541~1800 阶参考值	平均值	标准差	最小值	最大值
地面空间异常 mGal	-0.0349	15.7184	-93.7784	66.5507
地面扰动重力 mGal	-0.0346	15.7527	-93.9854	66.6638
地面垂线偏差南向"	0.0014	2.4951	-12.7789	14.2346
地面垂线偏差西向"	0.0097	2.1772	-9.1577	10.4499

表 4.17 地面残差扰动场元计算值与参考真值之差统计

计算值与参考值之差	平均值	标准差	最小值	最大值
地面空间异常 mGal	-0.0104	2.0577	-8.2097	10.7064
地面扰动重力 mGal	-0.0100	2.0929	-8.3217	10.8982
地面垂线偏差南向"	0.0004	0.0075	-0.0357	0.0388
地面垂线偏差西向"	0.0003	0.0076	-0.0362	0.0358

本程序与 Stokes/Hotine 积分结合，采用 1~2 次残差累积逼近方案，有望改善重力场边值问题解算和短波大地水准面的性能和水平。

4.4 外部场元梯度与 Poisson 数值积分计算

[目标]按严密积分方法，进行残差扰动重力场元径向梯度积分、逆运算、反运算与 Poisson 积分运算。

扰动场元梯度积分由 Stokes 边值问题解导出，要求被积扰动场元位于等位面。而 Poisson 积分是第一边值问题解，只要求边界面连续可微，不要求边界面是严格的重力等位面。

等位面可采用参考重力场模型（不大于 360 阶）构造，在高度不大于 10 千米的近地空间，可用等正（常）高面大地高代替。

为实现有限半径积分，通常需采用参考重力场移去恢复法，先移去边界面源扰动场元的模型值，再调用本程序计算目标扰动场元的残差值，最后恢复计算点处目标扰动场

元的模型值。

4.4.1 扰动场元径向梯度积分运算

[功能]由等位面大地高格网及其面上残差扰动场元格网，按严密径向梯度积分公式，计算该等位面上计算点的残差场元径向梯度值 (/km)。

[输入]格网规格相同的等位边界面大地高格网及其扰动场元格网文件，等位面上计算点位置文件（按格网计算时，程序直接将等位边界面大地高格网作为计算点位置，无需输入计算点位置文件）。

等位面计算点位置文件记录格式：点号/点名 经度（度小数） 纬度（度小数）

[参数设置]选择计算点文件格式，输入积分半径。

外部场元梯度与Poisson数值积分计算

打开计算点文件 计算结果保存 设置参数输入 开始计算 计算信息保存 查看样例

扰动场元径向梯度积分运算 扰动重力梯度积分运算 扰动重力逆运算积分计算 扰动重力计算外部扰动重力梯度 外部场元Poisson积分运算

打开等位边界面大地高格网文件 >> 计算过程 ** 操作提示

打开等位面上扰动场元格网文件 >> 从界面上方五个控件按钮中选择功能模块...

选择计算点文件格式 高散计算点文件

打开等位面上计算点位置文件 >> [功能]由等位面大地高格网及其面上残差扰动场元格网，按严密径向梯度积分公式，计算该等位面上计算点的残差场元径向梯度值(/km)。

设置点值文件格式 头文件占有的行数 1

设置积分半径 120 km

计算结果保存为 参数设置结果输入 开始积分计算

no	lon (degree/decimal)	lat	ellipsoidHeight (m)		
1	97.008333	33.008333	3942.764	-37.2501	-0.0252
2	97.025000	33.008333	3989.787	-37.2203	-0.0252
3	97.041667	33.008333	4034.817	-37.1899	-0.0234
4	97.058333	33.008333	4070.847	-37.1590	-0.0197
5	97.075000	33.008333	4106.877	-37.1276	-0.0142
6	97.091667	33.008333	4142.913	-37.0959	-0.0074
7	97.108333	33.008333	4178.946	-37.0640	0.0008
8	97.125000	33.008333	4090.977	-37.0318	0.0097
9	97.141667	33.008333	4070.007	-36.9990	0.0190
10	97.158333	33.008333	3991.047	-36.9665	0.0281
11	97.175000	33.008333	3985.070	-36.9327	0.0366
12	97.191667	33.008333	3956.107	-36.8988	0.0439
13	97.208333	33.008333	3965.137	-36.8642	0.0496
14	97.225000	33.008333	3964.173	-36.8295	0.0531
15	97.241667	33.008333	3983.205	-36.7943	0.0541
16	97.258333	33.008333	3953.251	-36.7595	0.0523
17	97.275000	33.008333	4016.279	-36.7238	0.0474
18	97.291667	33.008333	4054.318	-36.6883	0.0396

提取场元径向梯度 图形绘制

等位面扰动场元 场元径向梯度/km

扰动场元梯度积分由Stokes边值问题导出，要求被扰扰动场元位于等位面。而Poisson积分是第一边值问题解，只要求边界面连续可微，不要求边界面是重力等位面。

为实现有限半径积分，通常需采用参考重力场移去恢复法，先移去边界面源场元的模型值，再调用本程序计算目标场元的残差值，最后恢复计算点处目标场元的模型值。

等位面可采用参考重力场模型（不大于360阶）构造，在高度不大于10千米的近地空间，可用等正(常)高面大地高代替。

[输出]场元径向梯度积分结果文件。

当输入等位面计算点位置文件时，输出结果文件记录格式：在源计算点值文件记录的基础上，增加一列由等位面大地高格网内插得到的计算点大地高，和一列该点场元径向梯度积分值 (/km) ,保留 4 位有效数字。

当按等位面大地高格网计算时，程序输出与扰动场元格网规格相同的场元径向梯度 (/km) 格网。

4.4.2 扰动重力梯度积分运算

[功能]由等位面大地高格网及其面上残差扰动重力梯度 (E) 格网，按严密积分方法，计算大地水准面或地球外部空间点的残差扰动重力 (mGal)。

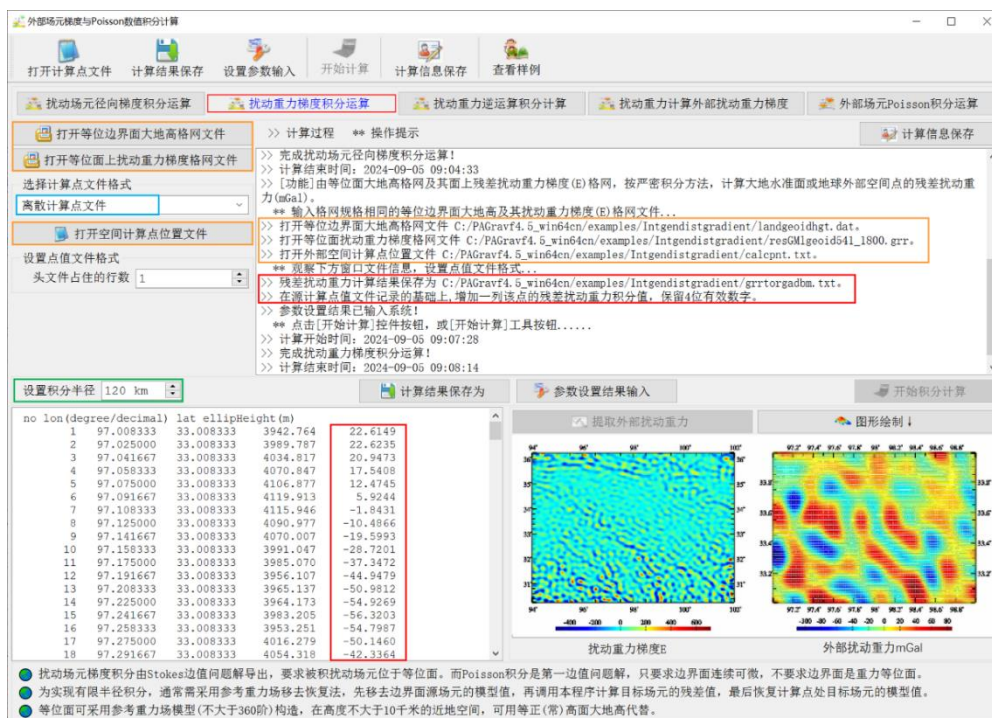
[输入]格网规格相同的等位边界面大地高及其残差扰动重力梯度 (E) 格网文件，空间计算点位置文件或计算面大地高文件。

空间计算点位置文件记录格式：点号/点名 经度 (度小数) 纬度 (度小数) 大地高 (m)

[参数设置]选择计算点文件格式，输入积分半径。

[输出]残差扰动重力积分值结果文件。

当输入空间计算点位置文件时，输出结果文件记录格式：在源计算点值文件记录的基础上，增加一列该点的残差扰动重力积分值，保留 4 位有效数字。当输入计算面大地高格网计算，程序输出与残差扰动重力梯度格网规格相同的残差扰动重力格网。



本例采用 120km 积分半径，由大地水准面上的残差扰动重力梯度，计算残差地面扰动重力。扣除外围 2°存在积分边缘效应的格网区域后，统计 541~1800 阶模型残差地面扰动重力 (视为参考真值)，以及积分计算值与模型参考值之差 (用于算法评价)。

表 4.18 EGM2008 位系数模型计算的残差地面扰动重力参考真值统计 (单位: mGal)

541~1800 阶参考值	平均值	标准差	最小值	最大值
地面扰动重力 mGal	-0.0346	15.7527	-93.9854	66.6638

表 4.19 积分法残差地面扰动重力计算值与参考真值之差统计 (单位: mGal)

计算值与参考值之差	平均值	标准差	最小值	最大值
地面扰动重力 mGal	0.0071	4.2456	-18.5325	16.5266

4.4.3 扰动重力逆运算积分计算

[功能]由等位面大地高格网及其面上残差扰动重力 (mGal) 格网, 按逆运算严密积分公式, 计算等位面上残差扰动重力梯度 (E)。

[输入]格网规格相同的等位边界面大地高及其残差扰动重力格网文件, 等位面上计算点位置文件 (按格网计算时, 程序直接将等位边界面大地高格网作为计算点位置, 无需输入计算点位置文件)。

等位面计算点位置文件记录格式: 点号/点名 经度 (度小数) 纬度 (度小数)

[参数设置]选择计算点文件格式, 输入积分半径。

[输出]等位面上残差扰动重力梯度结果文件。

当输入等位面计算点位置文件时, 输出结果文件记录格式: 在源计算点值文件记录的基础上, 增加一列由等位面大地高格网内插得到的计算点大地高, 和一列该点的残差扰动重力梯度积分值 (E), 保留 4 位有效数字。

当按等位面大地高格网计算时, 程序输出与残差扰动重力格网规格相同的残差扰动重力梯度格网。

no lon (degree/decimal) lat ellipsoidHeight (m)

1	97.008333	33.008333	3942.764	-37.2501	78.0127
2	97.025000	33.008333	3989.787	-37.2203	78.1592
3	97.041667	33.008333	4034.817	-37.1899	73.5460
4	97.058333	33.008333	4070.847	-37.1590	64.0699
5	97.075000	33.008333	4106.877	-37.1276	50.1369
6	97.091667	33.008333	4119.913	-37.0959	32.3982
7	97.108333	33.008333	4115.946	-37.0640	11.7263
8	97.125000	33.008333	4090.977	-37.0318	-10.8216
9	97.141667	33.008333	4070.007	-36.9990	-34.0902
10	97.158333	33.008333	3991.047	-36.9665	-56.8946
11	97.175000	33.008333	3985.070	-36.9327	-77.9552
12	97.191667	33.008333	3956.107	-36.8998	-96.0585
13	97.208333	33.008333	3965.137	-36.8642	-110.0355
14	97.225000	33.008333	3964.173	-36.8295	-118.8129
15	97.241667	33.008333	3983.205	-36.7943	-121.5105
16	97.258333	33.008333	3953.251	-36.7595	-117.5025
17	97.275000	33.008333	4016.279	-36.7238	-106.5158
18	97.291667	33.008333	4054.319	-36.6883	-89.7022

● 提取场元梯度积分由Stokes边值问题导出, 要求被积扰动场元位于等位面。而Poisson积分是第一边值问题解, 只要求边界面连续可微, 不要求边界面是重力等位面。
● 为实现有限半径积分, 通常需采用参考重力场移去恢复法, 先移去边界面源场元的模型值, 再调用本程序计算目标场元的残差值, 最后恢复计算点处目标场元的模型值。
● 等位面可采用参考重力场模型 (不大于360阶) 构造, 在高度不大于10千米的近地空间, 可用等正 (常) 高面大地高代替。

本例采用 120km 积分半径, 由大地水准面上残差扰动重力, 计算大地水准面上残差扰动重力梯度。扣除外围 2°存在积分边缘效应的格网区域后, 统计 541~1800 阶模型残差扰动重力梯度 (视为参考真值), 以及积分计算值与模型参考值之差 (用于算法评价)。

表 4.20 EGM2008 位系数模型计算的残差扰动重力梯度参考真值统计 (单位: E)

541~1800 阶参考值	平均值	标准差	最小值	最大值
残差扰动重力梯度 E	0.4763	68.2499	-288.1750	387.7286

表 4.21 积分法残差扰动重力梯度计算值与参考真值之差统计 (单位: E)

计算值与参考值之差	平均值	标准差	最小值	最大值
残差扰动重力梯度 E	-0.0562	6.6405	-37.1465	28.3557

4.4.4 扰动重力计算外部重力梯度

[功能]由边界面大地高格网 (m) 及其面上残差扰动重力 (mGal) 格网, 计算大地水准面或地球外部的残差扰动重力梯度 (E)。程序采用 Poisson 积分与场元微分组合算法, 实现扰动重力梯度反运算, 不要求边界面是重力等位面。

[输入]格网规格相同的边界面大地高及其残差扰动重力格网, 空间计算点位置文件或计算面大地高文件。

空间计算点位置文件记录格式: 点号/点名 经度 纬度 (度小数) 大地高 (m)

[参数设置]选择计算点文件格式, 输入积分半径。

计算过程 ** 操作提示

- >> 完成扰动重力逆运算积分计算!
- >> 计算结束时间: 2024-09-05 09:12:38
- >> [功能]由边界面大地高格网 (m) 及其面上残差扰动重力 (mGal) 格网, 计算大地水准面或地球外部残差扰动重力梯度 (E)。程序采用Poisson积分与场元微分组合算法, 实现扰动重力梯度反运算, 不要求边界面是重力等位面。
- ** 输入格网规格相同的边界面大地高及其扰动重力格网...
- >> 打开等位面边界面大地高格网文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/Intgendistgradient/landgeoidhgt.dat.
- >> 打开边界面扰动重力格网文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/Intgendistgradient/resGM1geoid541_1800.rga.
- >> 打开外部空间计算点位置文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/Intgendistgradient/calcpnt.txt.
- ** 观察下方窗口文件信息, 设置点值文件格式...
- >> 计算结果保存于 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/Intgendistgradient/rgatogrdbml.txt.
- >> 在源计算点值文件记录的基础上, 增加一列该点的残差扰动重力梯度计算值。
- >> 参数设置结果已输入系统!
- ** 点击[开始计算]控件按钮, 或[开始计算]工具按钮.....
- >> 计算开始时间: 2024-09-05 09:16:58
- >> 完成外部扰动重力梯度积分计算!
- >> 计算结束时间: 2024-09-05 09:18:24

no	lon (degree/decimal)	lat	ellipHeight (m)	
1	97.008333	33.008333	3942.764	25.9295
2	97.025000	33.008333	3989.787	25.7579
3	97.041667	33.008333	4034.817	23.9132
4	97.058333	33.008333	4070.847	20.4859
5	97.075000	33.008333	4106.877	15.5549
6	97.091667	33.008333	4119.913	9.4470
7	97.108333	33.008333	4115.946	2.3353
8	97.125000	33.008333	4090.977	-5.5390
9	97.141667	33.008333	4070.007	-13.8461
10	97.158333	33.008333	3991.047	-22.4698
11	97.175000	33.008333	3985.070	-30.3218
12	97.191667	33.008333	3956.107	-37.3873
13	97.208333	33.008333	3965.137	-42.6330
14	97.225000	33.008333	3964.173	-46.0654
15	97.241667	33.008333	3983.205	-46.9850
16	97.258333	33.008333	3953.251	-45.9626
17	97.275000	33.008333	4016.279	-41.2274
18	97.291667	33.008333	4054.318	-34.2891

提取外部扰动梯度

图形绘制 ↓

边界面扰动重力mGal

外部扰动重力梯度E

- 扰动场元梯度积分由Stokes边值问题导出, 要求被扰场元位于等位面。而Poisson积分是第一边值问题, 只要求边界面连续可微, 不要求边界面是重力等位面。
- 为实现有限半径积分, 通常需采用参考重力场移去恢复法, 先移去边界面源场元的模型值, 再调用本程序计算目标场元的残差值, 最后恢复计算点处目标场元的模型值。
- 等位面可采用参考重力场模型 (不大于360阶) 构造, 在高度不大于10千米的近地空间, 可用等正 (常) 高面大地高代替。

[输出]残差扰动重力积分值结果文件。

当输入空间计算点位置文件时, 输出结果文件记录格式: 在源计算点值文件记录的基础上, 增加一列残差扰动重力梯度属性。

当输入计算面大地高格网计算，程序输出与残差扰动重力格网规格相同的残差扰动重力梯度格网。

本例采用 120km 积分半径，由大地水准面上残差扰动重力，计算地面残差扰动重力梯度。扣除外围 2°存在积分边缘效应的格网区域后，统计 541~1800 阶模型地面残差扰动重力梯度（视为参考真值），以及积分计算值与模型参考值之差。

表 4.22 EGM2008 模型计算的地面残差扰动重力梯度参考真值统计（单位：E）

541~1800 阶参考值	平均值	标准差	最小值	最大值
地面残差重力梯度 E	-0.2872	26.9448	-148.0282	136.7864

表 4.23 积分法地面残差重力梯度计算值与参考真值之差统计（单位：E）

计算值与参考值之差	平均值	标准差	最小值	最大值
地面残差重力梯度 E	-0.0361	2.7361	-14.2089	13.6802

与 4.4.3 扰动重力逆运算结果相比，不难发现，扰动重力反算结果的性能和精度与扰动重力逆运算结果相当。

4.4.5 外部场元 Poisson 积分运算

[功能]由边界面大地高格网（m）及其面上残差扰动场元格网，按严密数值积分算法，计算大地水准面及其外部空间的残差扰动场元。

Poisson 积分是第一边值问题解，只要求边界面连续可微，不要求边界面是严格的重力等位面。

[输入]格网规格相同的边界面大地高及其扰动场元格网文件，空间计算点位置文件或计算面大地高文件。

计算点文件记录格式：点号/点名 经度（度小数） 纬度（度小数） 大地高（m）.....

[参数设置]选择计算点文件格式，输入积分半径。

[输出]扰动场元 Poisson 积分结果文件。

当输入空间计算点位置文件时，输出结果文件记录格式：在源计算点值文件记录的基础上，增加一列扰动重力梯度属性。

当输入计算面大地高格网计算，程序输出与大地高格网规格相同的扰动场元格网。

本例采用 150km 积分半径，分别由大地水准面上的残差大地水准面高和残差扰动重力，计算地面残差高程异常和残差扰动重力。扣除外围 2°存在积分边缘效应的格网区域后，统计 541~1800 阶模型残差地面高程异常、残差地面扰动重力（视为参考真值），以及 Poisson 积分残差地面高程异常、残差地面扰动重力的计算结果，分别与各自模型参考值之差。

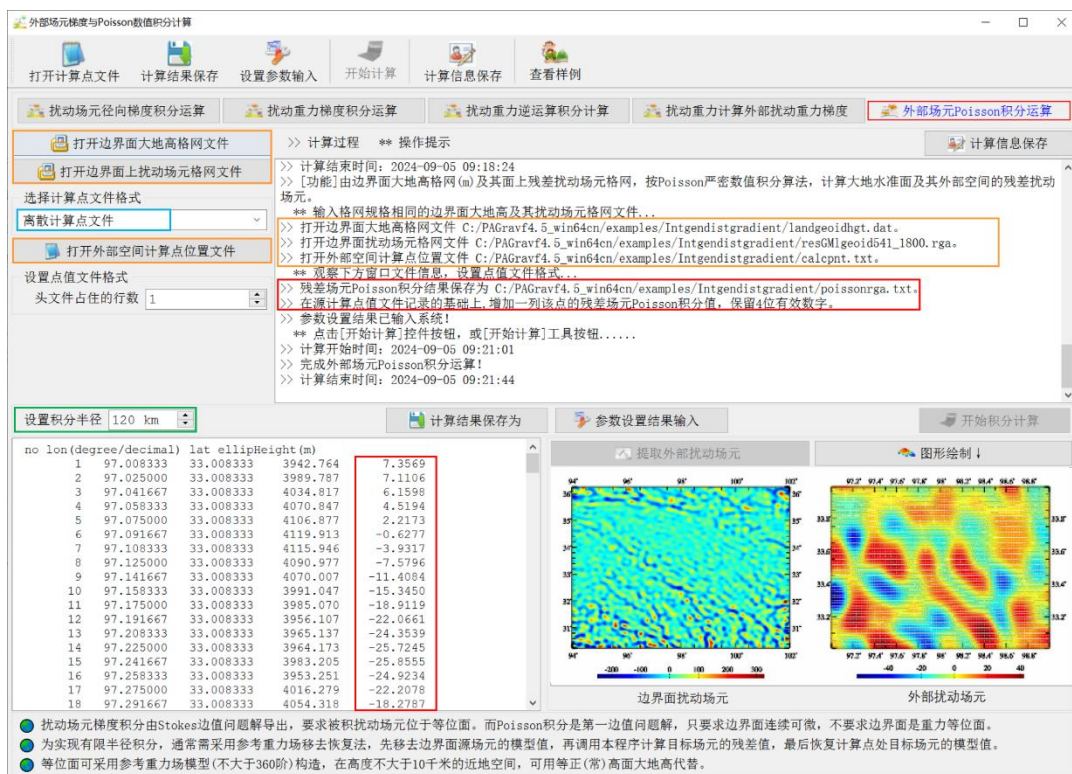


表 4.24 541~1800 阶模型地面残差高程异常和残差扰动重力参考真值统计

541~1800 阶参考值	平均值	标准差	最小值	最大值
地面高程异常 m	0.0010	0.1182	-0.6745	0.4760
地面扰动重力 mGal	-0.0346	15.7527	-93.9854	66.6638

表 4.25 地面残差扰动场元计算值与参考真值之差统计

计算值与参考值之差	平均值	标准差	最小值	最大值
地面高程异常 m	0.0004	0.0074	-0.0326	0.0334
地面扰动重力 mGal	0.0476	1.1919	-5.0173	6.5138

本程序的边缘效应小，能有效抑制短波信号衰减，适合向上向下解析延拓，一次积分性能接近梯度法解析延拓效果。

可重复调用本模块，实现迭代运算，一般情况下迭代 1 次、至多 3 次足以满足绝大多数精度要求。

4.5 球面径向基函数性能特征与参数分析

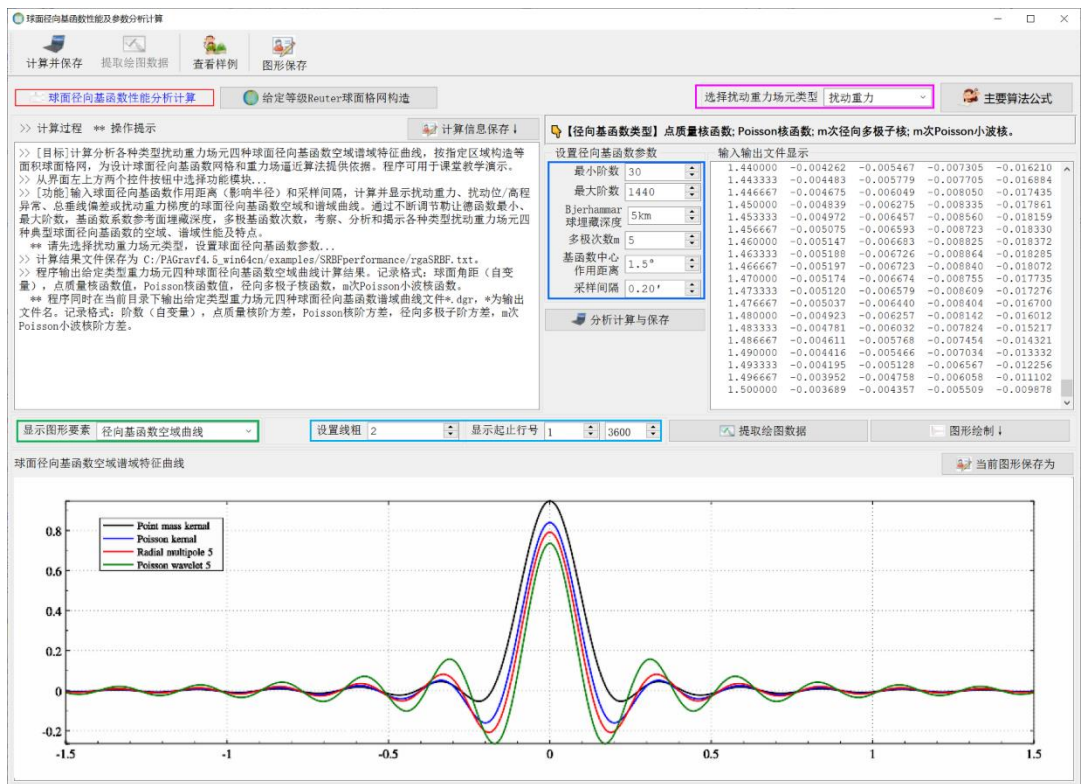
[目标]计算分析各种类型扰动重力场元四种球面径向基函数空域谱域特征曲线，按指定区域构造等面积球面网格，为设计球面径向基函数网格和重力场逼近算法提供依据。程序可用于课堂教学演示。

4.5.1 球面径向基函数谱域空域性能分析

[功能]输入球面径向基函数 (SRBF) 作用距离 (影响半径) 和采样间隔, 计算并显示扰动重力、扰动位/高程异常、总垂线偏差或扰动重力梯度的球面径向基函数空域和谱域曲线。通过不断调节勒让德函数最小、最大阶数, 基函数系数参考面埋藏深度, 多级基函数次数, 考察、分析和揭示各种类型扰动重力场元四种典型球面径向基函数的空域、谱域性能及特点。本程序无需输入文件。

[参数设置]选择扰动重力场元类型, 设置球面径向基函数参数包括勒让德函数最小最大阶数、Bjerhammar 球面埋藏深度 (km)、多级次数 (m)、SRBF 中心作用距离与 SRBF 空域曲线采样间隔, 选择显示 SRBF 曲线类型及图形要素。

勒让德函数最小最大阶数可以调节球面径向基函数带宽。



Bjerhammar 球面埋藏深度: 径向基函数系数所在球面低于数据面的高度 (km)。用于调节径向基函数的谱域中心位置、谱线峰度与谱域带宽。埋藏深度越大, 径向基函数越平滑、峰度越小、谱域带宽越大。

埋藏深度可与勒让德函数最小最大阶数配合, 以调节径向基函数带宽。

多级次数是指径向多极子核函数与 Poisson 小波核函数的次数 m 。 m 越大, 基函数的峰度越大。零次径向多极子核函数就是点质量核函数, 零次 Poisson 小波核函数就是 Poisson 核函数。

SRBF 中心作用距离是指用球面角距表示的球面径向基函数空间定义域, 也称影响半

径，等效于局部重力场积分半径。

球面径向基函数性能及参数分析计算

计算并保存 提取绘图数据 查看样例 图形保存

球面径向基函数性能分析计算 给定等级Reuter球面网格构造 选择扰动重力场元类型 扰动重力 主要算法公式

计算过程 操作提示 计算信息保存

【目标】计算分析各种类型扰动重力场元四种球面径向基函数空域谱域特征曲线，按指定区域构造等面积谱域网格，为设计球面径向基函数网格和重力场逼近算法提供依据。程序可用于课堂教学演示。

从界面上方两个控件按钮中选择功能模块。

【功能】输入球面径向基函数作用距离（影响半径）和采样间隔，计算并显示扰动重力、扰动位/高程异常、总系统偏差或扰动重力梯度的球面径向基函数空域和谱域曲线。通过不断调节扰动函数最小、最大阶数，函数系数参考面埋藏深度，多极函数次数，考察、分析和揭示各种类型扰动重力场元四种典型球面径向基函数的空域、谱域性能及特点。

请先选择扰动重力场元类型，设置球面径向基函数参数...

计算结果文件保存为 C:\PA\Grav4.5_win64cm\examples\SRBPperformance\rgaSRBF.txt。

程序输出给定类型重力场元四种球面径向基函数空域谱域曲线计算结果，记录格式：球面角距（自变量），点质量核函数值，Poisson核函数值，径向多极子核函数，m次Poisson小波核函数。

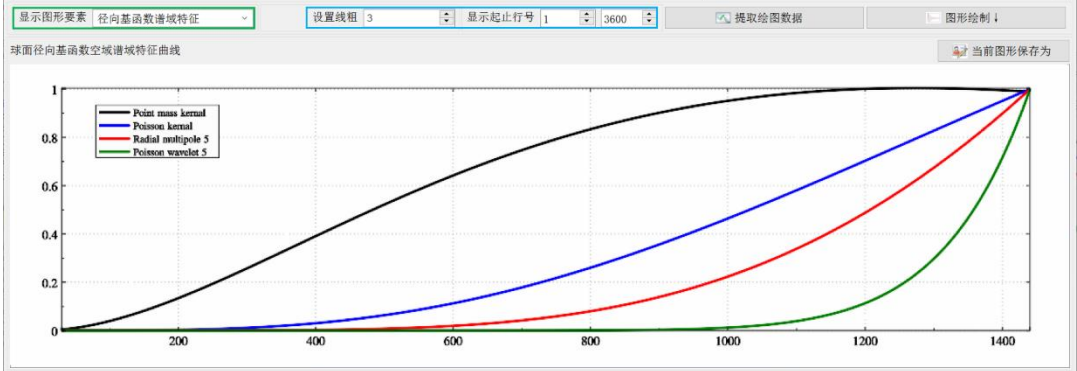
程序同时在当前目录下输出给定类型重力场元四种球面径向基函数谱域曲线文件*.dgr，*为输出文件名。记录格式：阶数（自变量），点质量核阶方差，Poisson核阶方差，径向多极子阶方差，m次Poisson小波核阶方差。

设置球面径向基函数参数 输入输出文件显示

最小阶数	30	1422	0.991712	0.978187	0.953858	0.962566
最大阶数	1440	1423	0.991550	0.979403	0.956389	0.967930
Bjerhammar	5km	1424	0.991387	0.980618	0.958923	0.976948
球埋藏深度	5	1425	0.991223	0.981833	0.961462	0.984220
多极次数m	5	1426	0.991058	0.983047	0.964004	0.991546
基函数中心	1.5°	1427	0.990892	0.984261	0.966500	0.998927
作用距离	0.20'	1428	0.990725	0.985475	0.969100	0.996362
采样间隔		1429	0.990557	0.986688	0.971653	0.913853
		1430	0.990388	0.987900	0.974211	0.921399
		1431	0.990219	0.989112	0.976773	0.929001
		1432	0.990048	0.990324	0.979338	0.936660
		1433	0.989876	0.991536	0.981907	0.944375
		1434	0.989704	0.992746	0.984480	0.952147
		1435	0.989531	0.993957	0.987057	0.959927
		1436	0.989356	0.995167	0.989638	0.967864
		1437	0.989181	0.996376	0.992223	0.975810
		1438	0.989005	0.997585	0.994811	0.983814
		1439	0.988828	0.998794	0.997404	0.991877
		1440	0.988650	1.000002	1.000000	1.000000

分析计算与保存

显示图形要素 径向基函数谱域特征 设置线组 3 显示起止行号 1 3600 提取绘图数据 图形绘制



球面径向基函数性能及参数分析计算

计算并保存 提取绘图数据 查看样例 图形保存

球面径向基函数性能分析计算 给定等级Reuter球面网格构造 选择扰动重力场元类型 扰动位/高程异常 主要算法公式

计算过程 操作提示 计算信息保存

【目标】计算分析各种类型扰动重力场元四种球面径向基函数空域谱域性能及特点。

请先选择扰动重力场元类型，设置球面径向基函数参数...

计算结果文件保存为 C:\PA\Grav4.5_win64cm\examples\SRBPperformance\rgaSRBF.txt。

程序输出给定类型重力场元四种球面径向基函数空域谱域曲线计算结果，记录格式：球面角距（自变量），点质量核函数值，Poisson核函数值，径向多极子核函数，m次Poisson小波核函数。

程序同时在当前目录下输出给定类型重力场元四种球面径向基函数谱域曲线文件*.dgr，*为输出文件名。记录格式：阶数（自变量），点质量核阶方差，Poisson核阶方差，径向多极子阶方差，m次Poisson小波核阶方差。

【功能】输入球面径向基函数作用距离（影响半径）和采样间隔，计算并显示扰动重力、扰动位/高程异常、总系统偏差或扰动重力梯度的球面径向基函数空域和谱域曲线。通过不断调节扰动函数最小、最大阶数，函数系数参考面埋藏深度，多极函数次数，考察、分析和揭示各种类型扰动重力场元四种典型球面径向基函数的空域、谱域性能及特点。

请先选择扰动重力场元类型，设置球面径向基函数参数...

计算结果文件保存为 C:\PA\Grav4.5_win64cm\examples\SRBPperformance\ksiSRBF.txt。

程序输出给定类型重力场元四种球面径向基函数空域谱域曲线计算结果，记录格式：球面角距（自变量），点质量核函数值，Poisson核函数值，径向多极子核函数，m次Poisson小波核函数。

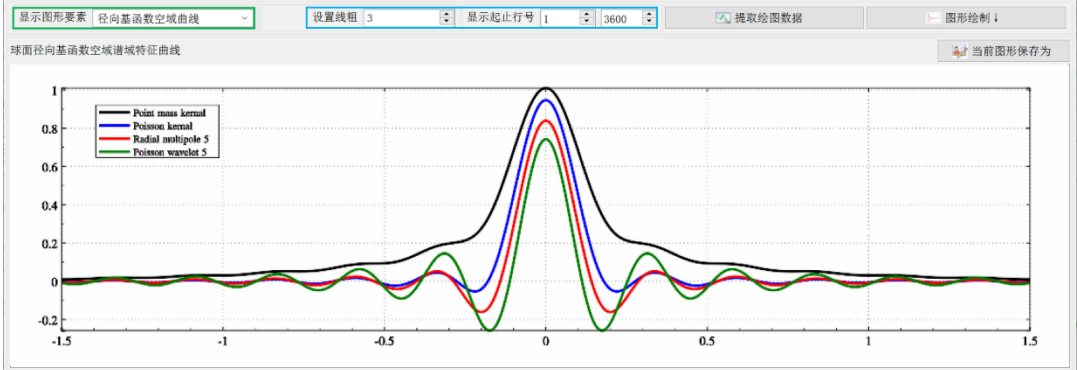
程序同时在当前目录下输出给定类型重力场元四种球面径向基函数谱域曲线文件*.dgr，*为输出文件名。记录格式：阶数（自变量），点质量核阶方差，Poisson核阶方差，径向多极子阶方差，m次Poisson小波核阶方差。

设置球面径向基函数参数 输入输出文件显示

最小阶数	30	1.440000	0.011360	-0.004273	-0.005470	-0.013874
最大阶数	1440	1.443333	0.011154	-0.004494	-0.005782	-0.014493
Bjerhammar	5km	1.446667	0.010961	-0.004686	-0.006052	-0.015008
球埋藏深度	5	1.450000	0.010781	-0.004880	-0.006278	-0.015414
多极次数m	5	1.453333	0.010616	-0.004984	-0.006460	-0.015710
基函数中心	1.5°	1.456667	0.010464	-0.005087	-0.006597	-0.015894
作用距离	0.20'	1.460000	0.010327	-0.005158	-0.006687	-0.015967
采样间隔		1.463333	0.010204	-0.005199	-0.006730	-0.015928
		1.466667	0.010097	-0.005207	-0.006727	-0.015776
		1.470000	0.010004	-0.005185	-0.006678	-0.015519
		1.473333	0.009925	-0.005131	-0.006603	-0.015153
		1.476667	0.009860	-0.005047	-0.006443	-0.014685
		1.480000	0.009810	-0.004933	-0.006260	-0.014117
		1.483333	0.009773	-0.004791	-0.006035	-0.013455
		1.486667	0.009749	-0.004622	-0.005771	-0.012703
		1.490000	0.009738	-0.004426	-0.005468	-0.011868
		1.493333	0.009738	-0.004205	-0.005130	-0.010955
		1.496667	0.009749	-0.003962	-0.004759	-0.009972
		1.500000	0.009770	-0.003698	-0.004359	-0.008927

分析计算与保存

显示图形要素 径向基函数空域曲线 设置线组 3 显示起止行号 1 3600 提取绘图数据 图形绘制

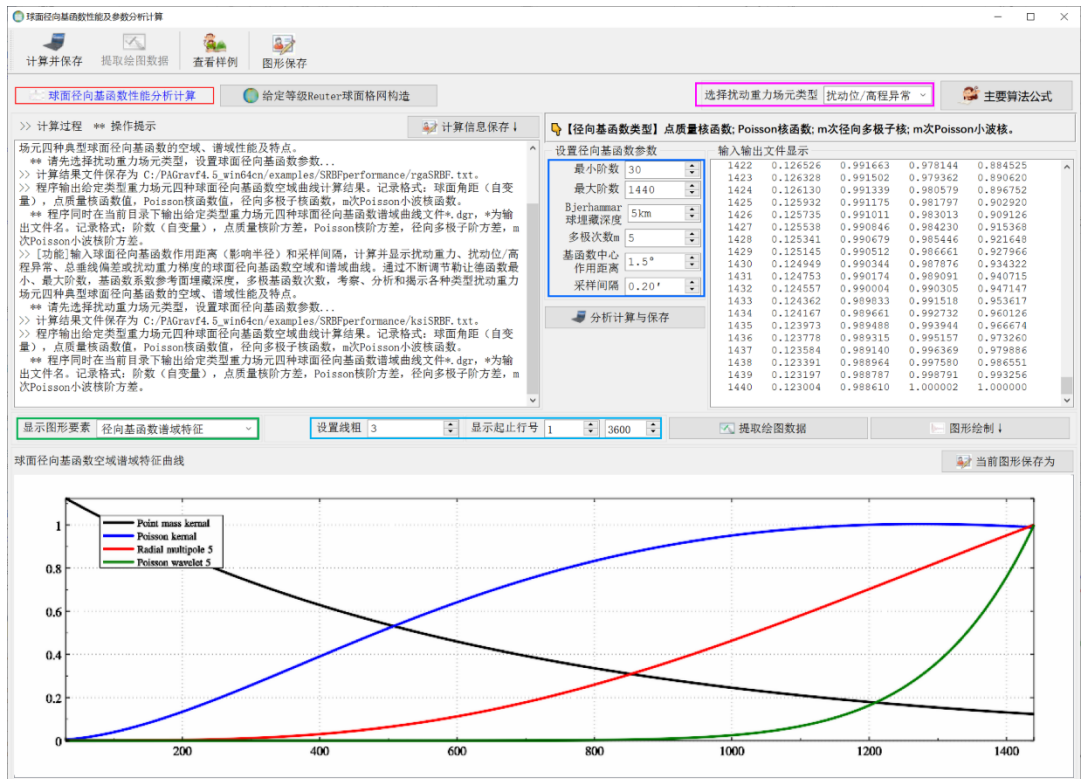


[输出]给定类型重力场元四种球面径向基函数空域曲线文件和谱域特征曲线文件。

空域曲线文件记录格式：球面角距（自变量），点质量核函数值，Poisson 核函数值，径向多极子核函数，m 次 Poisson 小波核函数。

程序在当前目录下同时输出给定类型重力场元四种球面径向基函数谱域曲线文件 *.dgr，*为输出文件名。

记录格式：阶数（自变量），点质量核阶方差，Poisson 核阶方差，径向多极子阶方差，m 次 Poisson 小波核阶方差。



4.5.2 给定等级的 Reuter 球面格网构造

[功能]给定 Reuter 格网等级 Q 和区域经纬度范围，构造全球或区域 Reuter 球面球坐标格网。单位球面上格网空间分辨率约为 π/Q ，赤道处单元格网面积 $A=\pi^2/K^2$ ，两极处单元格网面积等于 $\pi A/4$ 。

Reuter 格网等级 Q：将球面分割为 Q 个平行纬圈，纬度间隔为 π/Q 。Q 值越大，球面 Reuter 格网的空间分辨率越大。如 K=360 时，空间分辨率为 30'；Q=1800 时，空间分辨率 6'。

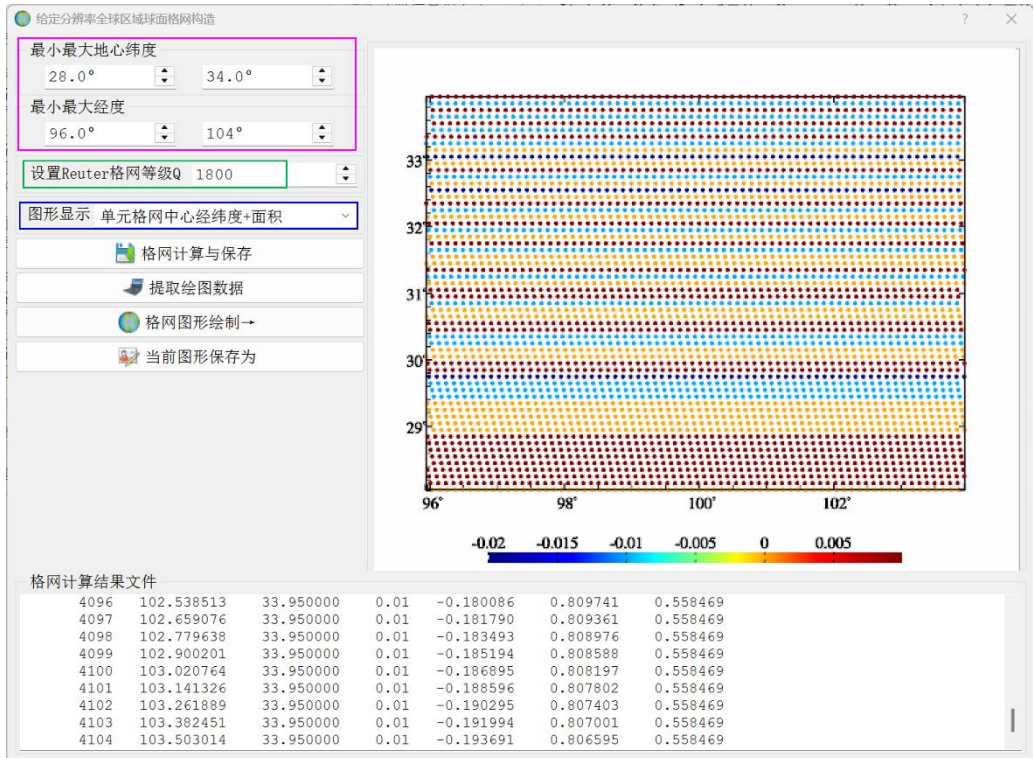
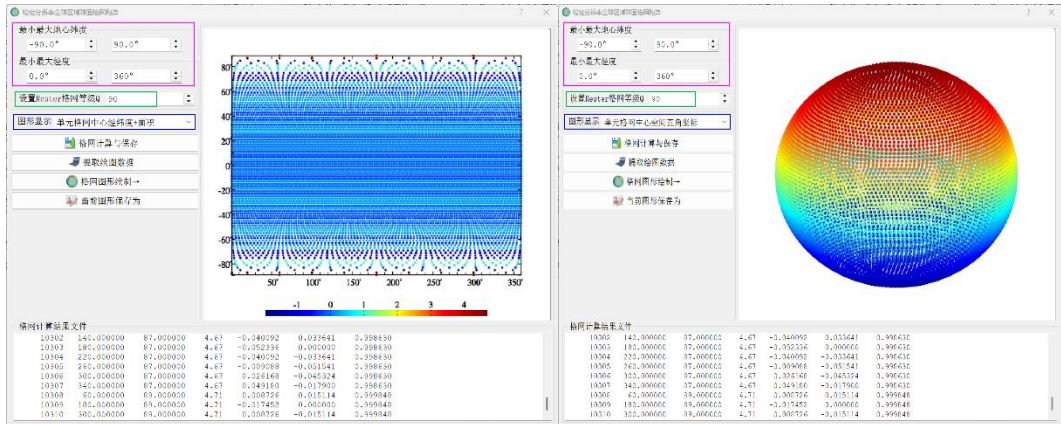
[参数设置]设置区域经纬度范围与 Reuter 格网等级 Q，以及图形显示参数。

[输出]Reuter 球面球坐标网络文件。

文件记录格式：单元格网号，中心经度，地心纬度，面积偏差百分比，直角坐标

X,Y,Z。全球格网不含两极单元格网。单元格网面积偏差百分比等于，单元格网面积与赤道处单元格网面积 A 之差，除以赤道处单元格网面积 A 后，乘以 100。

程序在当前目录下输出 Reuter 格网参数文件*.par。*为输出文件名。头文件格式：经纬度范围，格网等级，总点数，记录格式：点号，平行圈方向格网中心地心纬度 (°)，平行圈方向格网数，经度间隔 (′)，单元格网面积偏差百分比。



4.6 谱域 SRBF 重力场逼近及性能指标测评

[功能]由离散残差扰动重力 (mGal)、高程异常 (m)、空间异常 (mGal)、扰动重力梯度 (径向, E) 或垂线偏差 (南向/西向, ") 中某种单一类型观测数据, 选择球面点

质量核函数、Poisson 核函数、m 次径向多级子核或 Poisson 小波核函数中的一种球面径向基函数进行重力场逼近，估计大地水准面外部残差扰动重力、残差高程异常、残差空间异常、残差扰动重力梯度或残差垂线偏差。

通过输入不同单一类型观测场元、选择不同类型径向基函数及其参数、计算不同类型目标场元，可全面测试径向基函数及其重力场逼近算法的空域、谱域和解析性质。通过将待评估目标场元的观测权置零，或直接将待评估目标场元的测点作为计算点，可有效探测场元观测量粗差，测定其外部精度指标。

程序本身还可用于各种单一类型观测扰动场元的格网化、解析延拓、类型转换、外部精度测定、重力场全要素建模与大地水准面计算。PAGrav4.5 对航空、地面和海洋重力采用完全统一的处理方式，航空扰动重力、海洋扰动重力和地面扰动重力属于同一类型的观测场元，无需区分。

[输入]单一类型的离散残差观测扰动场元文件，计算面大地高格网文件。

计算面大地高格网用于给定待定目标场元的空间位置。

当选择“同步计算空间点目标类型场元”，程序要求输入计算点空间位置文件。若以待评估观测场元的测点为计算点，可通过程序输入的场元观测量，按 SRBF 逼近法计算测点处的场元估计量，进而探测待评估场元粗差，测定其外部精度指标。

计算点空间位置文件采用约定格式。头文件占据 1 行，记录：点号，经度（度小数），纬度，大地高（m），...

The screenshot shows the PAGrav4.5 software interface with the following components:

- Top Panel:** Includes buttons for '打开观测文件', '计算结果保存', '设置参数输入', '开始计算', and '查看样例'.
- Left Panel (Settings):**
 - 打开离散残差观测场元文件
 - 选择观测场元类型: 扰动重力mGal
 - 设置观测文件格式: 头文件占住的行数 1, 大地高属性列序号 4, 权值属性所在列序号 0, 扰动重力所在列序号 7
 - 选择径向基函数: 径向多级子核函数
 - 设置径向基函数参数: 多级次数n 1, 最小阶数 360, 最大阶数 1800
 - Bjerrhamer球面埋藏深度D: 10.0km
 - SRBF中心作用距离: 100km
 - Reuter格网等级Q: 1800
 - 待估目标场元类型: 高程异常(m)
 - 法方程参数估计方法: LU三角分解法
 - 打开计算面大地高格网文件
 - 同步计算空间点目标类型场元
- Right Panel (Log/Status):**
 - >> 程序在当前目录下输出观测量剩余残差点值文件*.chs. 头文件格式: 原观测量平均值, 标准差, 最小值, 最大值, 剩余残差平均值, 标准差, 最小值, 最大值. 记录格式: 点号, 经度, 纬度, 大地高, 权值, 原观测量 (, 垂线偏差西向-仅当原观测量为垂线偏差时存在), 残差量 (, 残差垂线偏差西向). *为输出文件名. *.chs可进一步用于原观测量粗差探测与精度评估.
 - >> 参数设置结果已输入系统!
 - ** 点击[开始计算]控件按钮, 或[开始计算]工具按钮.....
 - >> 计算开始时间: 2026-02-01 11:46:23
 - >> 完成计算!
 - >> 计算结束时间: 2026-02-01 11:46:39
 - >> 程序还在当前目录下输出多种场元球面径向基函数空域曲线文件*spc.rbf, 多种场元球面径向基函数谱域曲线文件*dgr.rbf和球面径向基函数中心文件*center.txt.
 - ** *spc.rbf头文件格式: 球面径向基函数类型 (0-径向多级子核函数, 1-Poisson小波核函数), 次数, 最小阶数, 最大阶数, 补偿深度(km). 记录格式: 球面距离(km), 扰动重力、高程异常、扰动重力梯度和总垂线偏差归一化径向基函数值.
 - ** *dgr.rbf头文件与*spc.rbf相同. 记录格式: 阶数n, 扰动重力、高程异常、扰动重力梯度和总垂线偏差n阶归一化径向基函数值.
 - ** *center.txt头文件格式: Reuter格网等级, RBF中心点坐标, 子午圈方向单元格网数, 平行圈方向最多单元格网数, 纬度间隔(').
 - 记录格式: 点号, 经度(度小数), 大地纬度, 单元格网面积百分比, 平行圈方向单元格网经度间隔(')
 - >> 原观测量扰动场元统计平均值 -0.4113 标准差 21.8940 最小值 -141.1997 最大值 112.4878
 - ** 结果残差观测场元平均值 -0.0216 标准差 1.9088 最小值 -54.0885 最大值 53.0770
- Bottom Panel (Results):**
 - 计算结果保存为: 94.00000000, 100.00000000, 30.00000000, 35.00000000, 0.05000000, 0.05000000, 0.00000000
 - 参数设置结果输入: 开始计算
 - 计算信息保存!
 - Table of results:

94.00000000	100.00000000	30.00000000	35.00000000	0.05000000	0.05000000	0.00000000
-0.4934	-0.4466	-0.3004	-0.1309	-0.0358	0.0254	0.0649
0.1289	0.2125	0.1641	-0.0056	-0.2094	-0.2817	-0.1712
0.0273	-0.2539	-0.4608	-0.4318	-0.2215	0.0453	0.2436
0.2761	0.2306	0.1674	0.1678	0.1902	0.2424	0.2110
-0.5242	-0.5674	-0.6053	-0.6055	-0.5592	-0.4309	-0.2461
0.3092	0.2309	0.0920	-0.1759	-0.4433	-0.5361	-0.3991
 - Three plots:
 - 观测量扰动重力mGal: A 2D heatmap showing spatial distribution of gravity anomalies.
 - 球面径向基函数空域曲线: A line plot showing the spatial domain curves of spherical radial basis functions.
 - 目标残差高程异常m: A 2D heatmap showing the estimated residual height anomalies.
- Bottom Panel (Notes):**
 - 首次计算完成后, 建议再以输出观测量残差点值文件*.chs为输入观测场元文件. 采用多次SRBF逼近法计算残差目标场元. 一般累积1-3次SRBF逼近即可达到稳定解. 目标残差场元格网等于几次逼近的残差场元格网之和.
 - 单次SRBF逼近有效性原则: ①保证残差目标场元空间分布连续可靠, 让残差标准差尽量小; ②残差统计平均值随累积次数增加趋于零, 且无明显反号.

[参数设置]不合适的参数，可能会得不到稳定解。此时，需要调整参数，直到满足稳定解条件（参见单次 SRBF 逼近有效性原则）。

①选择残差观测场元文件记录中权值属性所在的列序号。

当权值属性列序号小于 1，或超出记录列序号，或文件记录中权值属性小于零时，程序默认等权。

当文件记录中权值等于零时，该观测量不参与 SRBF 系数估计，程序可测定该观测量的外部精度指标。

②选择残差观测场元类型，设置残差观测扰动场元文件格式参数。

③选择球面径向基函数形式：径向多级子核函数，Poisson 小波核函数。零次径向多级子核函数即为点质量核函数，零次 Poisson 小波核函数即为 Poisson 核函数。

④输入 Bjerhammar 球面埋藏深度 (km)：Bjerhammar 球面相对观测点平均高度面的深度 (km)。

⑤输入 SRBF 中心作用距离。

作用距离也称影响半径 = 球面角距×Bjerhammar 球半径。SRBF 中心作用距离等效于局部重力场的积分半径。程序采用固定不变的作用距离，以保证区域重力场谱域空域结构的协调一致性。

Bjerhammar 球面埋藏深度约为 SRBF 中心作用距离的 1/20~1/5 较为适宜。SRBF 中心作用距离对观测量残差的统计平均值影响较大。

程序在当前目录下输出观测量剩余残差点值文件*.chs。头文件格式：原观测量平均值，标准差，最小值，最大值，剩余残差平均值，标准差，最小值，最大值。记录格式：点号，经度，纬度，大地高，权值，原观测量（，垂线偏差西向-仅当原观测量为垂线偏差时存在），残差量（，残差垂线偏差西向）。*为输出文件名。*.chs可进一步用于原观测量粗差探测与精度评估。

参数设置结果已输入系统！
 ** 点击[开始计算]控件按钮，或[开始计算]工具按钮.....
 ** 计算开始时间：2026-02-01 11:53:11
 ** 完成计算：
 ** 计算结束时间：2026-02-01 11:54:19
 ** 程序还在当前目录下输出多种场元球面径向基函数空域曲线文件*spc.rbf，多种场元球面径向基函数谱域曲线文件*dgr.rbf和球面径向基函数中心文件*center.txt。
 ** *spc.rbf头文件格式：球面径向基函数类型（0-径向多级子核函数，1-Poisson小波核函数），次数，最小阶数，最大阶数，补偿深度(km)，记录格式：球面距离(km)，扰动重力、高程异常、扰动重力梯度和总垂线偏差归一化径向基函数。
 ** *dgr.rbf头文件与*spc.rbf相同。记录格式：阶数n，扰动重力、高程异常、扰动重力梯度和总垂线偏差n阶归一化径向基函数。
 ** *center.txt头文件格式：Reuter格网等级，RBF中心点经度，子午圈方向单元格网数，平行圈方向最多单元格网数，纬度间隔(')。记录格式：点号，经度(度小数)，大地纬度，单元格网面积百分比，平行圈方向单元格网经度间隔(')。
 ** 原观测场元统计平均值 -0.0216 标准差 1.9088 最小值 -54.0885 最大值 53.0770
 ** 结果残差观测场元平均值 -0.0044 标准差 0.6536 最小值 -28.2780 最大值 11.2439

94.00000000	100.00000000	30.00000000	35.00000000	0.05000000	0.05000000	0.00000000	0.00000000
0.0062	0.0156	0.0198	0.0140	0.0131	0.0070	0.0129	0.0219
-0.0377	-0.0595	-0.0418	-0.0222	-0.0199	-0.0378	-0.0153	-0.0140
-0.0170	-0.0175	-0.0034	0.0075	0.0119	0.0092	0.0314	0.0430
0.0164	0.0141	0.0022	-0.0088	0.0031	0.0067	0.0020	-0.0066
0.0253	0.0220	0.0056	0.0005	0.0232	0.0116	0.0053	-0.0034
0.0154	0.0094	-0.0055	-0.0026	0.0034	-0.0012	0.0021	0.0186

观测残差扰动重力mGal 球面径向基函数空域曲线 目标残差高程异常m

首次计算完成后，建议再以输出观测量残差点值文件*.chs为输入观测场元文件，采用多次SRBF逼近方法计算残差目标场元，一般累积1~3次SRBF逼近即可达到稳定解。目标残差场元格网等于几次逼近的残差场元格网之和。
 单次SRBF逼近有效性原则：①保证残差目标场元空间分布连续可微，让残差标准差尽量小；②残差统计平均值随累积次数增加趋于零，且无明显反号。

⑥设置 Reuter 网格等级 Q。程序将球面分割为 Q 个平行纬圈，纬度间隔为 $180^\circ/Q$ 。Q 值越大，Reuter 网格的空间分辨率越大。 $180^\circ/Q$ 的适宜值与观测点平均间距相当。

PAGrav4.5 采用 Reuter 网格套合算法，快速确定每个基函数中心点（节点）所在单网格网内的有效观测点数 J。当 J 小于 1 时，剔除该 SRBF 中心点，以保证观测点空间分布与 RBF 中心点空间分布处处一致。若观测点分布均匀时，SRBF 中心点也会均匀分布；若观测点分布不规则，RBF 中心点分布也会不规则。

⑦设置勒让德函数最小最大阶数。

最小阶数对结果残差观测场元统计平均值有影响；最大阶数与 Reuter 网格等级 Q 对结果残差观测场元统计标准差有较大影响。

⑧选择法方程参数估计方法：LU 三角分解法，Cholesky 分解，最小范数解。

⑨选择目标残差扰动场元类型。

SRBF逼近及性能指标测评 - 垂线偏差向量 - 高程异常

程序在当前目录下输出观测测量剩余残差点值文件*.chs，头文件格式：原观测量平均值，标准差，最小值，最大值，剩余残差平均值，标准差，最小值，最大值。记录格式：点号，经度，纬度，大地高，权值，原观测量（，非垂线偏差南向-仅当原观测量为垂线偏差南向时），残差量（，残差垂线偏差南向），*为输出文件名。*.chs可进一步用于原观测量粗差探测与精度评估。

参数设置结果已输入系统！

计算开始时间：2026-02-01 12:02:12

完成计算！

计算结果时间：2026-02-01 12:02:35

程序还在当前目录下输出多种场元球面径向基函数空域曲线文件*spec.rbf，多种场元球面径向基函数谱域曲线文件*dgr.rbf和球面径向基函数中心文件*center.txt。

*spec.rbf头文件格式：球面径向基函数类型（0-径向多级子核函数，1-Poisson小波核函数），次数，最小阶数，最大阶数，补偿深度（km）。记录格式：球面距离（km），扰动重力、高程异常、扰动重力梯度和总垂线偏差归一化径向基函数值。

*dgr.rbf头文件与*spec.rbf相同。记录格式：阶数n，扰动重力、高程异常、扰动重力梯度和总垂线偏差n阶归一化径向基函数值。

*center.txt头文件格式：Reuter网格等级，RBF中心点数，子午圈方向单元网格数，平行圈方向最多单元网格数，纬度间隔（'）。

记录格式：点号，经度（度小数），大地纬度，单元格面积百分比，平行圈方向单元格网经度间隔（'）。

原观测扰动场元统计平均值	-0.0129	标准差	3.2354	最小值	-19.8241	最大值	23.1114
结果残差观测场元平均值	0.0039	标准差	0.3118	最小值	-9.2421	最大值	10.5513

计算结果保存为：参数设置结果输入 开始计算 计算信息保存！

94.00000000 100.00000000 30.00000000 35.00000000 0.05000000 0.05000000 0.00000000 0.00000000

-0.4808 -0.4329 -0.2845 -0.1120 -0.0144 0.0492 0.0874 0.1029

0.1176 0.2158 0.1885 0.0295 -0.1768 -0.2662 -0.1820 -0.0265

0.0318 -0.2592 -0.4819 -0.4693 -0.2501 0.0327 0.2356 0.2747

0.2274 0.1964 0.1420 0.1525 0.1764 0.2116 0.1653 0.0179

-0.4060 -0.4720 -0.5360 -0.5683 -0.5500 -0.4631 -0.3231 -0.1673

0.3073 0.2396 0.0991 -0.1836 -0.4707 -0.5827 -0.4539 -0.2076

观测残差垂线偏差南向 球面径向基函数空域曲线 目标残差高程异常m

首次计算完成后，建议再以输出观测测量残差点值文件*.chs为输入观测场元文件，采用多次SRBF逼近法计算残差目标场元，一般累积1-3次SRBF逼近即可达到稳定解。目标残差场元网格等于几次逼近的残差场元网格之和。

单次SRBF逼近有效性原则：①保证残差目标场元空间分布连续可微，让残差标准差尽量小；②残差统计平均值随累积次数增加趋于零，且不明显反号。

[输出]与计算面大地高格网规格相同的目标残差扰动场元格网文件。

当选择“同步计算空间点目标类型场元”，程序在当前目录下输出计算点目标类型场元估计结果文件&tgt.&为输入的空间计算点位置文件名，记录格式：在计算点记录的基础上，增加 1 列或 2 列目标残差扰动场元计算值（仅当目标场元类型为垂线偏差时，增加残差垂线偏差南向、西向 2 列计算值），保留 4 位有效数字。

程序在当前目录下输出观测测量剩余残差点值文件*.chs。头文件格式：原观测量平均值，标准差，最小值，最大值，剩余残差平均值，标准差，最小值，最大值。记录格式：

点号, 经度, 纬度, 大地高, 权值, 原观测量 (, 垂线偏差西向-仅当原观测量为垂线偏差时存在), 残差量 (, 残差垂线偏差西向)。*为输出文件名。*.chs 可进一步用于原观测量粗差探测与精度评估。

可以从*.chs 中提取观测权为零的记录 (对应观测场元未参与 SRBF 系数估计), 测定和评价对应观测场元的外部精度。

程序还在当前目录下输出多种场元球面径向基函数空域曲线文件*spc.rbf, 多种场元球面径向基函数谱域曲线文件*dgr.rbf 和球面径向基函数中心文件*center.txt。

*spc.rbf 头文件格式: 球面径向基函数类型 (0-径向多级子核函数, 1-Poisson 小波核函数), 次数, 最小阶数, 最大阶数, 补偿深度 (km)。记录格式: 球面距离 (km), 扰动重力、高程异常、扰动重力梯度和总垂线偏差归一化径向基函数值。

*dgr.rbf 的头文件与*spc.rbf 相同。记录格式: 阶数 n, 扰动重力、高程异常、扰动重力梯度和总垂线偏差 n 阶归一化径向基函数值。

SRBF逼近及性能指标测评 ○ 扰动重力梯度 → 高程异常

打开离散残差观测场元文件

选择观测场元类型 扰动重力梯度E

设置观测文件格式

头文件占住的行数 1

大地高属性列序号 4

权值属性所在列序号 0

扰动重力梯度列序号 10

选择径向基函数 径向多级子核函数

设置径向基函数参数

多级次数m 1

最小阶数 360

最大阶数 1800

Bjerhammar球面补偿深度D 10.0km

SRBF中心作用距离 100km

Reuter格网等级 1800

待估目标场元类型 高程异常(m)

法方程参数估计方法 LU三角分解法

打开计算面大地高格网文件

同步计算空间点目标类型场元

若以待评估场元的测点为计算点, 就可利用程序输入的观测场元, 按SRBF逼近法计算指定类型的场元估计量, 进而探测评估场元粗差, 测定其外部精度指标。

提取绘图数据 图形绘制 →

谱域球面径向基函数重力场逼近算法

首次计算完成后, 建议再以输出观测残差点值文件*.chs为输入观测场元文件, 采用多次SRBF逼近方法计算残差目标场元, 一般累积1-3次SRBF逼近即可达到稳定解。目标残差场元格网等于十九次逼近的残差场元格网之和。

单次SRBF逼近有效性原则: ①保证残差目标场元空间分布连续可靠, 让残差标准差尽量小; ②残差统计平均值随累积次数增加趋于零, 且无明显反号。

程序在当前目录下输出观测量剩余残差点值文件*.chs, 头文件格式: 原观测量平均值, 标准差, 最小值, 最大值, 剩余残差量, 残差量, 记录格式: 点号, 经度, 纬度, 大地高, 权值, 原观测量 (, 垂线偏差西向-仅当原观测量为垂线偏差时存在), 残差量 (, 残差垂线偏差西向)。*为输出文件名。*.chs可进一步用于原观测量粗差探测与精度评估。

参数设置结果已输入系统!

** 点击[开始计算]控件按钮, 或[开始计算]工具按钮.....

>> 完成计算!

>> 计算结束时间: 2026-02-01 12:06:50

>> 程序还在当前目录下输出多种场元球面径向基函数空域曲线文件*spc.rbf, 多种场元球面径向基函数谱域曲线文件*dgr.rbf和球面径向基函数中心文件*center.txt。

** *spc.rbf头文件格式: 球面径向基函数类型 (0-径向多级子核函数, 1-Poisson小波核函数), 次数, 最小阶数, 最大阶数, 补偿深度 (km)。记录格式: 球面距离 (km), 扰动重力、高程异常、扰动重力梯度和总垂线偏差归一化径向基函数值。

** *dgr.rbf头文件格式: Reuter格网等级, RBF中心点数组, 子午圈方向单元格网数, 平行圈方向最多单元格网数, 纬度间隔 (')。

** *center.txt头文件格式: 阶数n, 扰动重力、高程异常、扰动重力梯度和总垂线偏差n阶归一化径向基函数值。

记录格式: 点号, 经度 (度小数), 大地纬度, 单元格网面积百分比, 平行圈方向单元格网经度间隔 (')

>> 原观测扰动场元统计平均值 -0.8635 标准差 38.2935 最小值 -262.7565 最大值 232.6519

>> 结果残差观测场元平均值 -0.0373 标准差 3.7041 最小值 -90.4115 最大值 78.2329

94.00000000	100.00000000	30.00000000	35.00000000	0.05000000	0.05000000	0.0000
-0.5445	-0.5102	-0.3560	-0.1739	-0.0708	-0.0012	0.0419
0.1839	0.2645	0.1883	0.0030	-0.2013	-0.2539	-0.1254
-0.1064	-0.1544	-0.3614	-0.3513	-0.1629	0.0673	0.2065
-0.2908	0.2241	0.1481	0.1425	0.1681	0.2248	0.2043
-0.7192	-0.7325	-0.7358	-0.6986	-0.6140	-0.4451	-0.2224
0.2893	0.2072	0.0790	-0.1720	-0.4170	-0.5050	-0.3697

计算结果保存为 参数设置结果输入 开始计算 计算信息保存!

观测残差扰动重力梯度E 球面径向基函数空域曲线 目标残差高程异常m

PAGrav4.5 提出了一种通过抑制边缘效应来提高参数估计性能的算法。当球面径向基函数 (SRBF) 中心点位于计算区域边缘时, 程序将其 SRBF 系数等于零作为观测方程, 以提升 SRBF 系数参数估计的稳定性和可靠性。引入边缘效应抑制方法后, 法方程不再需要正则化, 从而有效避免解的重力场解析结构受观测误差影响。

目标场元是观测场元与滤波器 SRBF 的卷积。当目标场元与观测场元类型不同时, 一个 SRBF 难以同时与观测场元和目标场元的谱域中心及带宽有效匹配, 导致目标场元

的谱泄漏。此外，SRBF 类型、最小最大阶数与 SRBF 中心分布也影响重力场逼近性能。因此，仅以埋藏深度为参数的 SRBF 系数最优估计，不足以保证重力场的最佳逼近。

SRBF逼近及性能指标测评 ○ 高程异常 → 扰动重力

打开离散残差观测场元文件

选择观测场元类型 高程异常(m)

设置观测文件格式

头文件占住的行数 1

大地高属性列序号 4

权值属性所在列序号 0

高程异常所在列序号 5

选择径向基函数 径向多极子核函数

设置径向基函数参数

多极次数m 1

最小阶数 360

最大阶数 1800

Bjerrhannar球面埋藏深度D 10.0km

SRBF中心作用距离 100km

Reuter格网等级Q 1800

待估目标场元类型 扰动重力mGal

方程参数估计方法 LU三角分解法

打开计算面大地高格网文件

同步计算空间点目标类型场元

若以待评估场元的测点为计算点，就可利用程序输入的观测场元，按SRBF逼近法计算指定类型的场元估计量，进而探测待评估场元粗差，测定其外部精度指标。

提取绘图数据 图形绘制

谱域球面径向基函数重力场逼近算法

首次计算完成后，建议再以输出观测量残差值点文件*.chs为输入观测场元文件，采用多次SRBF逼近法计算残差目标场元，一般累积1~3次SRBF逼近即可达到稳定解。目标残差场元格网等于几次逼近的残差场元格网之和。

单次SRBF逼近有效性原则：①保证残差目标场元空间分布连续可微，让残差标准差尽量小；②残差统计平均值随累积次数增加趋于零，且无明显反号。

程序在当前目录下输出观测量剩余残差值点文件*.chs。头文件格式：原观测量平均值，标准差，最小值，最大值，剩余残差值，标准差，最小值，最大值。记录格式：点号，经度，大地高，权值，原观测量（，垂线偏差西向-仅当原观测量为垂线偏差西向），残差量（，残差垂线偏差西向）。*为输出文件名。*.chs可进一步用于原观测量粗差探测与精度评估。

参数设置结果已输入系统！

点击[开始计算]控件按钮，或[开始计算]工具按钮，.....

计算开始时间：2026-02-01 12:11:37

完成计算！

计算结束时间：2026-02-01 12:11:51

程序还在当前目录下输出多种场元球面径向基函数空域曲线文件*.spc.rbf，多种场元球面径向基函数谱域曲线文件*.dgr.rbf和球面径向基函数中心文件*.center.txt。

*.spc.rbf头文件格式：球面径向基函数类型（0-径向多极子核函数，1-Poisson小波核函数），次数，最小阶数，最大阶数，补偿深度(km)。记录格式：球面距离(km)，扰动重力、高程异常、扰动重力梯度和总垂线偏差归一化径向基函数值。

*.dgr.rbf头文件格式：阶数n，扰动重力、高程异常、扰动重力梯度和总垂线偏差n阶归一化径向基函数值。

*.center.txt头文件格式：Reuter格网等级，RBF中心点经度，子午圈方向单元格网数，平行圈方向最多单元格网数，纬度间隔(°)。

记录格式：点号，经度(度小数)，大地纬度，单元格网面积百分比，平行圈方向单元格网格网度(°)。

>> 原观测扰动场元统计平均值 -0.0020 标准差 0.1590 最小值 -0.8621 最大值 0.6546

** 结果残差观测场元平均值 -0.0011 标准差 0.0135 最小值 -0.3763 最大值 0.4258

94.00000000	100.00000000	30.00000000	35.00000000	0.05000000	0.05000000	0.0000
-65.3591	-59.7649	-35.2841	-10.0337	2.9287	7.2438	10.2652
6.4548	29.7980	29.7832	2.0592	-35.7794	-53.6309	-39.0541
6.6296	-41.4182	-73.4118	-66.0062	-26.5807	24.2028	57.9004
29.0963	26.0823	17.9708	17.4266	24.1063	32.7800	24.6379
-15.4181	-22.7403	-39.5771	-54.8616	-60.0889	-51.9314	-35.2718
39.4309	43.6354	26.5751	-17.0100	-64.3688	-82.8843	-60.8164

计算结果保存为 参数设置结果输入 开始计算 计算信息保存！

观测残差高程异常m 球面径向基函数空域曲线 目标残差扰动重力mGal

SRBF逼近及性能指标测评 ○ 扰动重力 → 扰动重力梯度

打开离散残差观测场元文件

选择观测场元类型 扰动重力mGal

设置观测文件格式

头文件占住的行数 1

大地高属性列序号 4

权值属性所在列序号 0

扰动重力所在列序号 7

选择径向基函数 径向多极子核函数

设置径向基函数参数

多极次数m 1

最小阶数 360

最大阶数 1800

Bjerrhannar球面埋藏深度D 10.0km

SRBF中心作用距离 100km

Reuter格网等级Q 1800

待估目标场元类型 扰动重力梯度E

方程参数估计方法 LU三角分解法

打开计算面大地高格网文件

同步计算空间点目标类型场元

若以待评估场元的测点为计算点，就可利用程序输入的观测场元，按SRBF逼近法计算指定类型的场元估计量，进而探测待评估场元粗差，测定其外部精度指标。

提取绘图数据 图形绘制

谱域球面径向基函数重力场逼近算法

首次计算完成后，建议再以输出观测量残差值点文件*.chs为输入观测场元文件，采用多次SRBF逼近法计算残差目标场元，一般累积1~3次SRBF逼近即可达到稳定解。目标残差场元格网等于几次逼近的残差场元格网之和。

单次SRBF逼近有效性原则：①保证残差目标场元空间分布连续可微，让残差标准差尽量小；②残差统计平均值随累积次数增加趋于零，且无明显反号。

程序在当前目录下输出观测量剩余残差值点文件*.chs。头文件格式：原观测量平均值，标准差，最小值，最大值，剩余残差值，标准差，最小值，最大值。记录格式：点号，经度，大地高，权值，原观测量（，垂线偏差西向-仅当原观测量为垂线偏差西向），残差量（，残差垂线偏差西向）。*为输出文件名。*.chs可进一步用于原观测量粗差探测与精度评估。

参数设置结果已输入系统！

点击[开始计算]控件按钮，或[开始计算]工具按钮，.....

计算开始时间：2026-02-01 12:14:03

完成计算！

计算结束时间：2026-02-01 12:14:18

程序还在当前目录下输出多种场元球面径向基函数空域曲线文件*.spc.rbf，多种场元球面径向基函数谱域曲线文件*.dgr.rbf和球面径向基函数中心文件*.center.txt。

*.spc.rbf头文件格式：球面径向基函数类型（0-径向多极子核函数，1-Poisson小波核函数），次数，最小阶数，最大阶数，补偿深度(km)。记录格式：球面距离(km)，扰动重力、高程异常、扰动重力梯度和总垂线偏差归一化径向基函数值。

*.dgr.rbf头文件格式：阶数n，扰动重力、高程异常、扰动重力梯度和总垂线偏差n阶归一化径向基函数值。

*.center.txt头文件格式：Reuter格网等级，RBF中心点经度，子午圈方向单元格网数，平行圈方向最多单元格网数，纬度间隔(°)。

记录格式：点号，经度(度小数)，大地纬度，单元格网面积百分比，平行圈方向单元格网格网度(°)。

>> 原观测扰动场元统计平均值 -0.4113 标准差 21.8940 最小值 -141.1997 最大值 112.4878

** 结果残差观测场元平均值 -0.0216 标准差 1.9088 最小值 -54.0885 最大值 53.0770

94.00000000	100.00000000	30.00000000	35.00000000	0.05000000	0.05000000	0.0000
-137.4913	-128.5689	-75.7644	-21.5254	-1.7301	0.0090	7.5791
-9.5433	43.9876	47.6359	-6.5605	-17.1569	-94.1416	-42.8307
47.3224	-44.9296	-109.9247	-94.9134	-16.2553	76.4291	124.0372
45.1466	28.4229	2.7440	1.0298	24.3953	52.6813	41.2375
-26.6862	-32.8644	-62.8344	-90.7690	-98.7158	-80.0660	-48.4845
42.6806	66.7283	56.5979	-11.6138	-100.5078	-141.9563	-101.0767

计算结果保存为 参数设置结果输入 开始计算 计算信息保存！

观测残差扰动重力mGal 球面径向基函数空域曲线 目标残差扰动重力梯度E

为解决这一关键问题，PAGrav4.5 基于重力场的线性可加性，提出多次 SRBF 逼近法代替以埋藏深度（或宽度参数）为参数的 SRBF 系数最优估计方案，程序不再要求迭代估计最佳埋藏深度（宽度参数）。

每次 SRBF 逼近采用不同谱域特征的 SRBF，多次 SRBF 逼近通过组合多个 SRBF 谱域中心及带宽，就可充分解析目标场元的谱域信号，避免谱泄漏，从而在空域中最佳解析地恢复目标场元。

PAGrav4.5 给出单次 SRBF 逼近有效性原则：①保证残差目标场元空间分布连续可微，让残差标准差尽量小；②残差统计平均值随累积次数增加趋于零，且不明显反号。

多次 SRBF 逼近技术特点：每次残差逼近本质是用上次逼近结果作参考重力场，按移去恢复法精化残差目标场元。一般累积 1~2 次 SRBF 逼近即可达到稳定解。

本例采用 120~150km 的 SRBF 中心作用距离，由地面 3'×3' 残差高程异常、残差空间异常、残差扰动重力和残差垂线偏差（541~1800 阶 EGM2008 模型计算）中的一种类型观测扰动场元，分别计算地面 3'×3' 扰动场元 SRBF 逼近值。扣除外围 1° 存在边缘效应的格网区域后，统计 541~1800 阶模型残差地面扰动场元（视为参考真值），以及地面扰动场元 SRBF 逼近值与模型参考值之差。

表 4.26 EGM2008 重力位系数模型计算的残差扰动场元参考真值统计

541~1800 阶参考值	平均值	标准差	最小值	最大值
地面高程异常 m	-0.0020	0.1590	-0.8621	0.6546
地面扰动重力 mGal	-0.4113	21.8940	-141.1997	112.4878

表 4.27 残差扰动场元 SRBF 逼近值与其参考真值之差统计

SRBF 逼近值与参考值之差		第 1 次 SRBF 逼近		第 2 次 SRBF 逼近	
观测场元	目标场元	平均值	标准差	平均值	标准差
扰动重力	地面高程异常 m	0.0201	0.0185	0.0189	0.0122
垂线偏差		0.0058	0.0147	0.0058	0.0062
扰动重力梯度		-0.0055	0.0202	-0.0056	0.0135
高程异常	地面扰动重力 mGal	0.1731	1.4421	0.2075	1.0382
垂线偏差		0.3550	1.6905	0.3566	1.1545
扰动重力梯度		0.0840	1.5780	0.0906	1.0218

比较重力场积分算法统计结果发现，一次 SRBF 逼近性能优于重力场积分，一次累积 SRBF 逼近可进一步改善超短波重力场逼近水平。

程序本身具备很强的离散重力场观测量粗差探测与外部精度指标直接测定能力。能由任一种类型重力场观测量数据，直接探测区域内任一种重力场观测量（而对测点分布与数量无限制性要求）的粗差，并测定其外部精度指标。

4.7 多源异质数据 SRBF 重力场全要素建模

[功能]综合多种异质离散残差观测扰动场元（包括扰动重力、高程异常、空间异常、扰动重力梯度或垂线偏差），采用球面径向基函数逼近方法，估计给定计算面上全要素残差场元网格，从而实现重力场及大地水准面的统一建模。

本程序是一种适应性超强的重力场全要素建模与质量测评万能工具，观测量无需归算、延拓及格网化。程序既能直接联合多源异质、不同高度、交叉分布、陆海共存的多种重力场观测量，实现区域重力场的全空间全要素高精度建模，又可有效应对复杂情形下各种观测量粗差探测、外部精度测定与计算性能控制系列难题。

[输入]多种异质离散残差观测场元文件，计算面大地高文件。

多种异质离散观测场元文件记录采用约定格式：点号/站名，经度（度小数），纬度（度小数），大地高（m），残差观测场元，…，场元类型（0~5），观测量权值，观测系统权，…。记录前5项属性的位置和顺序约定不变。

观测场元类型和单位：0-残差扰动重力（mGal），1-残差高程异常（或残差大地水准面高，m），2-残差空间异常（mGal），3-残差扰动重力梯度（E，径向），4-残差垂线偏差南向分量（"），5-残差垂线偏差西向分量（"）。

观测量权仅用于区分单组观测系统内不同观测量误差的差异，与其他组观测系统的误差和质量无关；观测系统权用于区分不同组观测系统之间的性能和质量差异。

程序自动计算观测系统分组数，且要求分组数量小于20。观测量类型不同或观测量类型相同但观测系统权不同，独立分组。例如，扰动重力观测量与高程异常观测量分属两组观测系统，若扰动重力观测量存在两种系统权值也分属两组观测系统。

计算面大地高格网用于给定待估目标场元的空间位置。目标场元格网的空间分辨率不受限制（可根据实际需要设计）。

[参数设置]可事先调用[径向基函数重力场逼近及其性能测试]功能，全面测试不同参数组合情况下观测场元、目标场元以及SRBF的谱域中心及带宽，以充分解析目标场元谱结构为原则，优化设计相关参数。

①选择残差观测场元文件记录中观测量类型、观测量权和系统权值属性所在列序号。

当观测量权属性列序号小于1，或超出记录列序号，或文件记录中观测量权小于零时，程序默认等权。

当文件记录中观测量权等于零时，该观测量不参与SRBF系数估计，程序运行结果可直接用于测定该观测量的外部精度指标。

②选择球面径向基函数形式：径向多级子核函数，Poisson小波核函数。零次径向多级子核函数即为点质量核函数，零次Poisson小波核函数即为Poisson核函数。

③输入Bjerhammar球面埋藏深度（km）：Bjerhammar球面相对观测点平均高度面的深度（km）。

④输入 SRBF 中心作用距离。

作用距离也称影响半径 = 球面角距×Bjerhammar 球半径。SRBF 中心作用距离等效于局部重力场的积分半径。程序采用固定不变的作用距离，以保证区域重力场谱域域结构的协调一致性。

⑤设置 Reuter 网格等级 Q。

程序将球面分割为 Q 个平行纬圈，纬度间隔为 180°/Q。Q 值越大，球面 Reuter 网格的空间分辨率越大。180°/K 的适宜值与观测点平均间距相当。

PAGrav4.5 采用 Reuter 网格套合算法，快速确定每个基函数中心点（节点）所在单元格网内的有效观测点数 J。当 J 小于网格最少观测点数时，剔除该 SRBF 中心点，以保证观测点空间分布与 RBF 中心点空间分布处处一致。若观测点分布均匀时，SRBF 中心点也会均匀分布；若观测点分布不规则，RBF 中心点分布也会不规则。

⑥设置勒让德函数最小最大阶数。

最小阶数对结果残差观测场元统计平均值有较大影响；最大阶数与 Reuter 网格等级 Q 对结果残差观测场元统计标准差有影响；

多源异质数据SRBF重力场全要素建模

多源异质数据SRBF重力场全要素建模 ○观测：扰动重力+扰动重力梯度

打开多种异质残差观测场元文件

头文件占住的行数 1

场元观测量类型序号 6

观测量权所在列序号 7

观测系统权所在列序号 8

选择行向基函数 径向多级子核函数

设置行向基函数参数

多级次数n 3

最小阶数 360

最大阶数 1800

Bjerhammar球 埋藏深度D 10.0km

SRBF中心作用距离 100km

Reuter网格等级Q 1800

选择场元方程解方法 LU三角分解法

程序还在当前目录下输出观测量残差点值文件*.cha。每种类型观测量的统计结果占住一行头文件，头文件格式：场元类型(0's)，系统权值，本组观测量数，原观测量平均值，标准差，最小值，最大值；残差平均值，标准差，最小值，最大值。记录格式：测点号，经度，纬度，测点大地高，残差量，原观测量，场元类型，观测量权，系统权值。*为输出文件名。

参数设置结果已输入系统！

点击[开始计算]控件按钮，或[开始计算]工具按钮.....

计算开始时间：2026-02-01 15:20:30

完成计算！

计算结束时间：2026-02-01 15:21:06

程序在当前目录下输出计算面上的残差扰动重力*.rga、残差高程异常*.kai、残差空间异常*.gra、残差扰动重力梯度*.grv和残差垂线偏差向量*.dft格网文件。

程序还在当前目录下输出球面径向基函数中心文件*center.txt。头文件格式：Reuter网格等级，SRBF中心点数，子午圈方向单元格网数，平行圈方向最多单元格网数，纬度间隔(')。记录格式：点号，经度(度小数)，大地高程，单元格网面积百分比，平行圈方向单元格网经度间隔(')。

观测场元量类型 0 观测系统权值 -1.000 本组观测量数12000

输入观测场元平均值 -0.4107 标准差 21.8478 最小值 -140.9351 最大值 112.3153

结果残差场元平均值 -0.0149 标准差 2.0457 最小值 -53.9731 最大值 52.9464

观测场元量类型 3 观测系统权值 1.000 本组观测量数12000

输入观测场元平均值 -0.5835 标准差 38.2935 最小值 -282.7565 最大值 232.6519

结果残差场元平均值 -0.0490 标准差 4.1126 最小值 -90.4115 最大值 78.2339

ID	lon	lat	ellipshgt	gravity disturbance (mGal)	height anomaly (m)	gravity anomaly (mGal)	gravity gradient (E)	vertical deflection (S,N)	
1	94.02500	30.02500	3984.353	-77.1825	-0.4406	-77.0471	-150.3665	-2.8223	-0.6840
2	94.07500	30.02500	4226.989	-74.7742	-0.4196	-74.6452	-145.9857	-3.3652	-1.4543
3	94.12500	30.02500	4461.719	-47.0745	-0.2759	-46.9397	-86.5923	-3.6640	-0.9702
4	94.17500	30.02500	4122.914	-15.5930	-0.1036	-15.5612	-22.0351	-3.6590	-0.9252
5	94.22500	30.02500	4335.893	-2.4854	-0.0121	-2.4817	-3.0734	-3.0138	-0.5979

多源异质观测点空间分布

球面径向基函数空域曲线

目标残差扰动重力mGal

目标残差高程异常m

残差扰动梯度径向E

残差垂线偏差南向"

首次计算完成后，建议再以输出残差点值文件*.cha为输入观测场元文件。采用多次SRBF逼近法计算残差目标场元。一般累积1-3次SRBF逼近即可达到稳定解。目标场元格网等于几次逼近的残差场元格网之和。

单次SRBF逼近有效性原则：①保证残差目标场元空间分布有连续可微。让残差标准差尽量小；②残差统计平均值随累积次数增加趋于零，且不明显反号。

提取绘图数据

图形绘制

全空间重力场SRBF全要素建模与质量测评万能工具

直接联合多源异质、不同高度、交叉分布、陆海共存的多种观测量，无需归算、延拓及格网化。高效实施全空间重力场的全要素建模。

有效解决各种复杂情形下观测量粗差探测、外部精度测定(指定待评观测量所在观测系统权=0或直接将待评观测量的观测权=0)、计算性能控制与成果质量测评(+cha) 传统难题。

球面径向基函数重力场全要素建模算法

⑦选择法方程参数估计方法：LU 三角分解法，Cholesky 分解，最小范数解。

[输出]计算面上全要素残差重力场元文件。

记录格式：点号，经度(度小数)，纬度，计算点大地高(m)，残差扰动重力(mGal)，残差高程异常(ml)，残差空间异常(mGal)，残差扰动梯度径向(E)，残差垂线偏差南向(")，

残差垂线偏差西向(°)

多源异质数据SRBF重力场全要素建模 - 一次累积逼近

打开多种异质残差观测场元文件

头文件占住的行数: 2
场元观测量类型列序号: 7
观测量权所在的列序号: 8
观测系统权 * 所在列序号: 9

选择径向基函数: Poisson小波核函数

设置径向基函数参数
多核次数: 3
最小阶数: 540
最大阶数: 1800
Bjerhammar球
埋藏深度D: 6.0km
RBF中心作用距离: 60km
Reuter网格等级Q: 3600

选择方程解算方法: LU三角分解法

程序还在当前目录下输出观测量残差值文件*.cha, 每种类型观测量的统计结果占住一行头文件, 头文件格式: 场元类型 (0°), 系统权值, 本组观测量数, 观测量平均值, 标准差, 最小值, 最大值; 残差平均值, 标准差, 最小值, 最大值, 记录格式: 点号, 经度, 纬度, 测点大地高, 残差差, 原观测量, 场元类型, 观测量权, 系统权值, *为输出文件名。
 >> 参数设置结果已输入系统!
 ** 点击[开始计算]控件按钮, 或[开始计算]工具按钮, ...
 >> 计算开始时间: 2026-02-01 15:35:39
 >> 完成计算!
 >> 计算结束时间: 2026-02-01 15:37:03
 >> 程序还在当前目录下输出计算面上的残差扰动重力*.rga, 残差高程异常*.ksl, 残差空间异常*.gra, 残差扰动重力梯度*.grr和残差垂线偏差向量*.drt网格文件。
 >> 程序还在当前目录下输出球面径向基函数中心文件*center.txt, 头文件格式: Reuter网格等级, RBF中心点数, 子午面方向单元网格数, 平行面方向最多单元网格数, 高斯阶数(°), 记录格式: 点号, 经度(度小数), 大地纬度, 单元格面积和面积百分比, 平行面方向单元网格程度间隔(°)。

观测场元类型 0 观测系统权值 1.000 本组观测量数12000
 ** 输入观测场量平均值 -0.0119 标准差 0.8614 最小值 -34.4709 最大值 14.9039
 ** 结果残差场元平均值 -0.0075 标准差 0.7785 最小值 -34.4709 最大值 12.3265
 >> 观测场元类型 2 观测系统权值 1.000 本组观测量数12000
 ** 输入观测场量平均值 -0.0135 标准差 1.7614 最小值 -66.0576 最大值 18.2884
 ** 结果残差场元平均值 -0.0014 标准差 1.7000 最小值 -66.0576 最大值 18.2884

打开计算面大地高格网文件

计算结果保存为 参数设置结果输入 开始计算

ID	lon	lat	ellipsoid height	gravity disturbance (mGal)	height anomaly (m)	gravity anomaly (mGal)	gravity gradient (E)	vertical deflection (S,W)
1	94.02500	30.02500	3984.353	-0.1029	0.0014	-0.1033	-2.3897	0.3291 0.0384
2	94.07500	30.02500	4226.989	1.6982	0.0059	1.6564	5.0734	0.4410 0.0411
3	94.12500	30.02500	4461.719	0.2567	0.0026	0.1559	-1.0903	0.2235 -0.0556
4	94.17500	30.02500	4422.914	-0.7696	0.0002	-0.7696	-4.8665	-0.1729 -0.0747
5	94.22500	30.02500	4335.893	0.7062	0.0026	0.7054	-2.3906	0.2507 0.0417

多源异质观测点空间分布 球面径向基函数空域曲线 目标残差扰动重力mGal

目标残差高程异常m 残差扰动梯度径向E 残差垂线偏差南向°

首次计算完成后, 建议再以输出残差值文件*.cha为输入观测场元文件, 采用多次SRBF逼近法计算残差目标场元, 一般累积1-3次SRBF逼近即可达到稳定解, 目标场元格网等于几次逼近的残差场元格网之和。
 单次SRBF逼近有效性原则: ①保证残差目标场元空间分布连续可做, 让残差标准差尽量小; ②残差统计平均值随累积次数增加趋于零, 且不明显反号。

提取绘图数据 图形绘制

全空间重力场SRBF全要素建模与质量测评万能工具

直接联合多源异质、不同高度、交叉分布、陆海共有的多种观测量, 无需归算、延拓及格网化, 高效实施全空间重力场的全要素建模。
 有效解决各种复杂情形下观测量粗差探测、外部精度测定 (指定待测观测量所在观测系统权k=0或直接将待测观测量的观测权=0)、计算性能控制与成果质量测评(.cha)传统难题。

球面径向基函数重力场全要素建模算法

多源异质数据SRBF重力场全要素建模 - 观测: 扰动重力+垂线偏差向量

打开多种异质残差观测场元文件

头文件占住的行数: 1
场元观测量类型列序号: 6
观测量权所在的列序号: 7
观测系统权 * 所在列序号: 8

选择径向基函数: 径向多核子核函数

设置径向基函数参数
多核次数: 3
最小阶数: 360
最大阶数: 1800
Bjerhammar球
埋藏深度D: 10.0km
RBF中心作用距离: 100km
Reuter网格等级Q: 1800

选择方程解算方法: LU三角分解法

多数设置结果已输入系统!
 ** 点击[开始计算]控件按钮, 或[开始计算]工具按钮, ...
 >> 计算开始时间: 2026-02-01 15:45:13
 >> 完成计算!
 >> 计算结束时间: 2026-02-01 15:46:04
 >> 程序还在当前目录下输出计算面上的残差扰动重力*.rga, 残差高程异常*.ksl, 残差空间异常*.gra, 残差扰动重力梯度*.grr和残差垂线偏差向量*.drt网格文件。
 >> 程序还在当前目录下输出球面径向基函数中心文件*center.txt, 头文件格式: Reuter网格等级, RBF中心点数, 子午面方向单元网格数, 平行面方向最多单元网格数, 高斯阶数(°), 记录格式: 点号, 经度(度小数), 大地纬度, 单元格面积和面积百分比, 平行面方向单元网格程度间隔(°)。

观测场元类型 4 观测系统权值 1.000 本组观测量数12000
 ** 输入观测场量平均值 -0.4107 标准差 21.8478 最小值 -110.9351 最大值 112.3153
 ** 结果残差场元平均值 -0.0748 标准差 2.1496 最小值 -53.9731 最大值 52.9464
 >> 观测场元类型 5 观测系统权值 1.000 本组观测量数12000
 ** 输入观测场量平均值 -0.0119 标准差 3.2930 最小值 -19.5319 最大值 23.1114
 ** 结果残差场元平均值 -0.0118 标准差 0.3797 最小值 -9.8410 最大值 10.5813
 >> 观测场元类型 5 观测系统权值 1.000 本组观测量数12000
 ** 输入观测场量平均值 -0.0098 标准差 3.1766 最小值 -19.8241 最大值 17.6661
 ** 结果残差场元平均值 -0.0021 标准差 0.2857 最小值 -5.4896 最大值 6.1347

打开计算面大地高格网文件

计算结果保存为 参数设置结果输入 开始计算

ID	lon	lat	ellipsoid height	gravity disturbance (mGal)	height anomaly (m)	gravity anomaly (mGal)	gravity gradient (E)	vertical deflection (S,W)
1	94.02500	30.02500	3984.353	-0.4258	-74.0924	-144.2746	-1.4992	-0.7091
2	94.07500	30.02500	4226.989	-70.1105	-0.3965	-69.9887	-136.1047	-2.3884 0.9838
3	94.12500	30.02500	4461.719	-42.0068	-0.2539	-42.7209	-77.9405	-3.8990 -0.3952
4	94.17500	30.02500	4422.914	-12.7597	0.0862	-12.7332	17.1010	-3.3899 -1.1033
5	94.22500	30.02500	4335.893	-0.6512	0.0023	-0.6519	-0.2912	-2.8733 -0.6429

多源异质观测点空间分布 球面径向基函数空域曲线 目标残差扰动重力mGal

目标残差高程异常m 残差扰动梯度径向E 残差垂线偏差南向°

首次计算完成后, 建议再以输出残差值文件*.cha为输入观测场元文件, 采用多次SRBF逼近法计算残差目标场元, 一般累积1-3次SRBF逼近即可达到稳定解, 目标场元格网等于几次逼近的残差场元格网之和。
 单次SRBF逼近有效性原则: ①保证残差目标场元空间分布连续可做, 让残差标准差尽量小; ②残差统计平均值随累积次数增加趋于零, 且不明显反号。

提取绘图数据 图形绘制

全空间重力场SRBF全要素建模与质量测评万能工具

直接联合多源异质、不同高度、交叉分布、陆海共有的多种观测量, 无需归算、延拓及格网化, 高效实施全空间重力场的全要素建模。
 有效解决各种复杂情形下观测量粗差探测、外部精度测定 (指定待测观测量所在观测系统权k=0或直接将待测观测量的观测权=0)、计算性能控制与成果质量测评(.cha)传统难题。

球面径向基函数重力场全要素建模算法

程序在当前目录下输出计算面上的残差扰动重力*.rga、残差高程异常*.ksi、残差空间异常*.gra、残差扰动重力梯度*.grr 和残差垂线偏差向量*.dft 网格文件。*为输出文件名，网格规格同计算面大地高格网。

程序还在当前目录下输出观测量残差点值文件*.chs。每种类型观测量的统计结果占住一行头文件，格式：场元类型 (0~5)，系统权值，本组系统观测量数，原观测量平均值，标准差，最小值，最大值；残差平均值，标准差，最小值，最大值。记录格式：测点号，经度，纬度，测点大地高，残差量，原观测量，场元类型，观测量权值，观测系统权。

程序还在当前目录下输出球面径向基函数中心文件*center.txt。头文件格式：Reuter 网格等级，RBF 中心点数，子午圈方向单元格网数，平行圈方向最多单元格网数，纬度间隔 (')。记录格式：点号，经度 (度小数)，大地纬度，单元格网面积差百分比，平行圈方向单元格网经度间隔 (')。

PAGrav4.5 推荐一种普适性好的多源异质观测系统深度融合方法，通过规范化不同组的法方程，可有效控制各组不同类型监测量在协方差结构上的深度融合，以实现多种异质观测场元融合的重力场逼近。该方法将观测系统模型（灵敏矩阵结构）与观测质量（误差或粗差）的影响完全分离，使得融合过程不受观测测量误差（粗差）、观测类型和测点空间分布差异的影响，从而有利于融合空间分布存在极端差异的多种类型观测场元（如极少数天文垂线偏差或 GNSS 水准点数据），有利于精准探测观测测量粗差。

单次 SRBF 逼近有效性的定量准则：①保证残差目标场元空间分布连续可微，让残差标准差尽量小；②残差统计平均值随累积次数增加趋于零，且不明显反号。

一般累积 1~2 次逼近可达到稳定解。之后，将几次逼近的残差场元格网相加，就是最佳逼近的目标残差场元格网。

本例采用 150km 的 SRBF 中心作用距离，由地面 3'×3'残差高程异常、残差空间异常、残差扰动重力和残差垂线偏差中多种类型观测场元，计算 3'×3'地面扰动场元 SRBF 逼近值。扣除外围 1°存在边缘效应的格网区域后，以统计 541~1800 阶模型残差地面扰动场元（视为参考真值），以及地面扰动场元 SRBF 逼近值与模型参考值之差。

表 4.28 EGM2008 重力位系数模型计算的残差扰动场元参考真值统计

541~1800 阶参考值	平均值	标准差	最小值	最大值
地面高程异常 m	-0.0020	0.1590	-0.8621	0.6546
地面扰动重力 mGal	-0.4113	21.8940	-141.1997	112.4878
地面扰动重力梯度 E	-0.8635	38.2935	-262.7565	232.6519

表 4.29 残差扰动场元 SRBF 逼近值与其参考真值之差统计

SRBF 逼近值与参考值之差		第 1 次 SRBF 逼近		第 2 次 SRBF 逼近	
观测场元	目标场元	平均值	标准差	平均值	标准差
扰动重力+ 高程异常	地面高程异常 m	0.0023	0.0125	0.0005	0.0093
扰动重力+ 扰动重力梯度	地面高程异常 m	0.0036	0.0190	0.0031	0.0138

程序本身具有很强的测试、验证和分析功能，可以测试验证极少高精度天文垂线偏差或 GNSS 水准数据的解析融合（令其观测系统权>1）、多源多代混叠数据的粗差探测与外部精度评估（令相应观测系数权=0），浅水卫星测高的边界流探测与海面地形分离（卫星测高系统权<1），以及多种数据空间分布、质量与精度差异大等极端情况下重力场逼近的性能特点和技术水平。

如果有一条或若干新的航空重力测线，或局部区域有新的重力点数据，可将这些对应测点的观测权设置为零 $p = 0$ ，或将这些重力数据独立作为一个观测系统分组，设置其系统权值为零，采用完全相同的作业流程，探测重力点粗差，测定其外部精度指标。

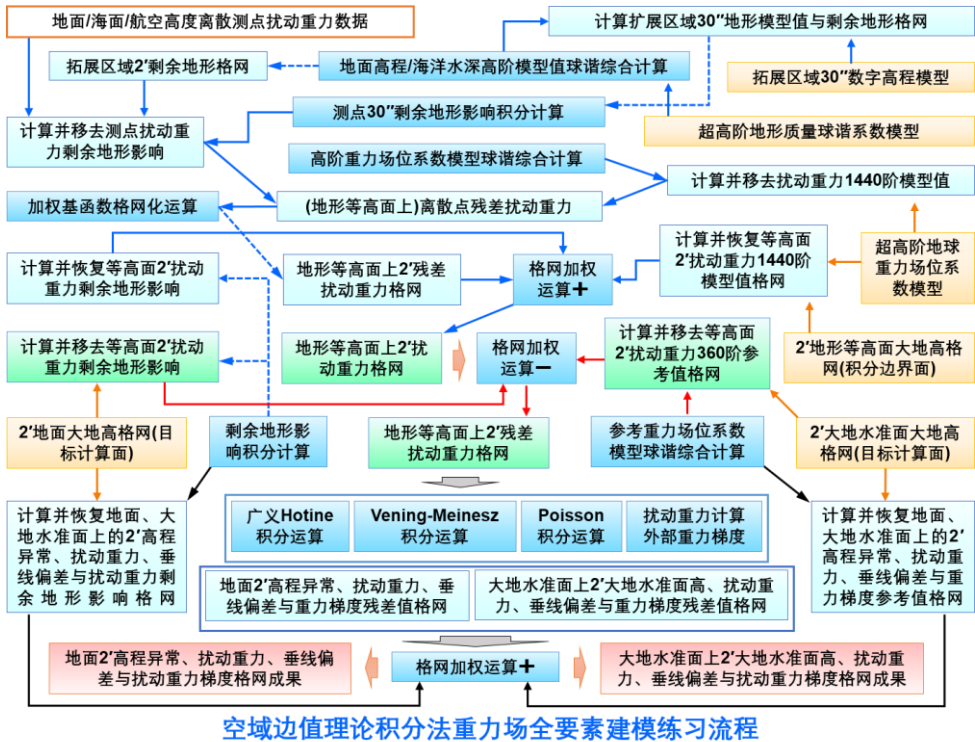
联合多种类型包括 GNSS 水准观测量，有利于提高粗差探测与外部精度指标测定的准确性和可靠性。上述计算流程显示，程序可以直接高效地探测区域内任一种重力场观测量（而对测点分布与数量无限制性要求）的粗差，并测定其外部精度指标。

4.8 重力场及大地水准面建模练习流程

4.8.1 空域积分法重力场全要素建模练习流程

由模拟的地面观测扰动重力数据和数字地面高程模型，按剩余地形影响与参考重力场模型组合移去恢复技术，以空域重力场边值理论积分算法为主，同步计算地面上的高程异常、扰动重力、垂线偏差与扰动重力梯度格网，以及大地水准面上的大地水准面高、扰动重力、垂线偏差与扰动重力梯度格网，建立区域重力场全要素格网模型，演练适合近地空间、陆海统一的全要素重力场全空间建模技术要点与计算流程。

本练习旨在引导用户优化配置 PAGrav4.5 功能模块，提高积分法重力场逼近及大地水准面计算的实用技能。



4.8.1.1 输入输出数据与相关地形模型

为抑制积分边缘效应，本例采用三种数据范围：地形模型范围（扩展区域，E104.0~111.0°，N24.0~29.0°）→计算范围（重力点分布范围/等高边界面范围，E104.5~110.5°，N24.5~28.5°）→成果范围（重力场格网模型成果范围，E105.0~110.0°，N25.0~28.0°）。

本例的数据格网文件中，文件名最后一个字符为“1”时，表示该格网范围为计算范围，文件名最后一个字符为“2”时，表示该格网范围为成果范围。

(1) 观测扰动重力数据 Obsgrav.txt。

地面测点扰动重力由 2~1800 阶 EGM2008 重力位系数模型计算模拟。PAGrav4.5 对

位于地面、航空和海面的各种重力数据采用完全相同的算法统一处理。

观测数据文件记录格式：点号，经度（°），纬度（°），椭球高（m），扰动重力（mGal）。点位分布如图。

(2) 30"×30"和 2'×2'地面数字高程模型。

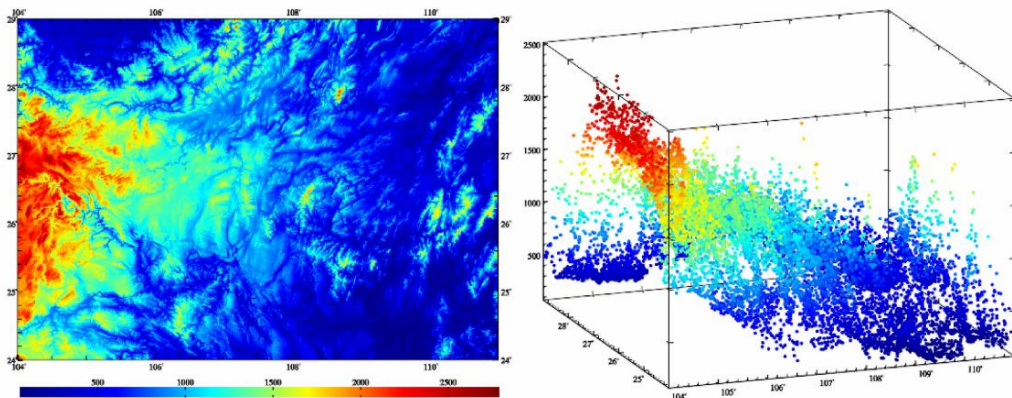
这里使用两种空间分辨率的地面数字高程模型。高分辨率地面数字高程模型用于观测数据归算，计算测点的剩余地形影响，如图；另一种分辨率与区域重力场格网模型成果分辨率一致。本例分别为 30"×30"和 2'×2'，对应文件为 extdtm30s.dat 和 extdtm2m.dat。

(2) 30"和 2'地面数字高程模型。

两种分辨率数字高程模型。高分辨率地面数字高程模型模型用于观测数据归算，计算测点的剩余地形影响，如图；另一种分辨率与成果分辨率一致。本例分别为 30"和 2'，对应文件为 extdtm30s.dat 和 extdtm2m.dat。

(3) 3600 阶全球陆海地形质量球谐系数模型 ETOPOcs3600.dat 与 2190 阶 EGM2008 重力位系数模型 EGM2008.gfc。

这两个模型存放在 C:\PAGravf4.5_win64cn\data 目录中。其中，3600 阶全球陆海地形质量球谐系数模型，由全球 2'×2'陆海地形模型 ETOPO2v2g，采用 PAGravf4.5 程序[超高阶陆海地形球谐分析与球谐系数模型构建]生成。



地面数字高程模型（左）与地面重力测点空间分布（大地坐标BLH，右）

(4) 2'×2'地形等高面椭球高格网模型 equihgt2m.dat。

等高面椭球高格网由 360 阶模型高程异常与地面正（常）高平均值（数字高程模型统计平均值）之和生成。地形等高面是测点扰动重力的归算面，也是解 Stokes 边值问题的等位边界面。

当以模型大地水准面高即零高程面的椭球高，作为等高面的椭球高时，归算面和边界面即为传统的大地水准面。这里采用地形等高面（近似等位面）作为重力场边值问题的边界面，而不是大地水准面，其目的是让地面计算点与重力场积分边界面尽量接近，

以抑制重力归算过程中超短波重力场信号的衰减。

(5) 2'×2'模型大地水准面高格网 geoidhgt2m.dat 和地面椭球高格网 surfhgt2m.dat。

这里的大地水准面高格网，用于给定大地水准面上重力场格网所在的空间位置，而不是大地水准面模型逼近成果，因而用 360 阶位系数模型计算的 2'×2'模型大地水准面高格网表示。

类似地，地面椭球高格网由 360 阶模型高程异常格网与地面数字高程模型格网相加生成，用于给定地面重力场格网所在的空间位置。

(6) 输出区域重力场系列格网模型成果数据。

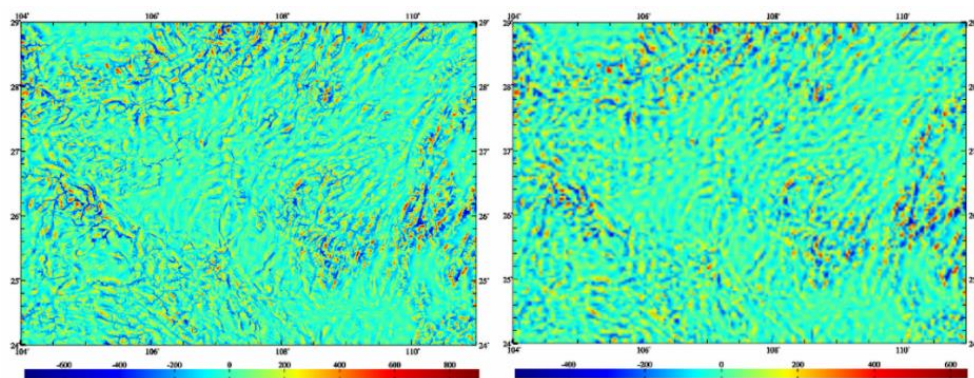
①大地水准面上各种扰动重力场元格网模型。2'×2'大地水准面高、扰动重力、垂线偏差与扰动重力梯度格网模型。这里的大地水准面高格网模型既是重力场格网模型成果，也表示扰动重力、垂线偏差与扰动重力梯度所在的空间位置。

②地面各种扰动重力场元格网模型。2'×2'地面高程异常、地面扰动重力、地面垂线偏差与地面扰动重力梯度格网模型，以及代表扰动重力场元格网空间位置的地面数字高程模型（或地面椭球高格网模型，二选一）。

4.8.1.2 程序调用、效果与完整数据流

(1) 计算并移去模型地形高度值，构造 30"×30"和 2'×2'剩余地形格网。

调用[场元完全布格(剩余地形)影响陆海地形球谐综合]程序，设置最小、最大计算阶数分别为 1 和 1800，选择计算类型“陆地地形高程/海洋水深 (m)”，分别输入 extdtm30s.dat 和 extdtm2m.dat，生成 30"×30"和 2'×2'模型地面数字高程格网 mdl dtm30s.dat 和 mdl dtm2m.dat。



30" (左) 与 2' (右) 剩余地形格网 (m)

将 extdtm30s.dat 和 extdtm2m.dat，分别与 mdl dtm30s.dat 和 mdl dtm2m.dat 相减后，得到扩展区域的剩余地形模型 resdtm30s.dat 和 resdtm2m.dat，如图。

当程序输出文件名与这里给出的文件名不一致，需更改程序输出文件名，下同。两种剩余地形格网的剩余高程统计结果如表 4.30。

表 4.30 剩余地形格网的剩余高程统计 (单位: m)

地形球谐综合 m	平均值	标准差	最小值	最大值
30"剩余地形格网	-0.4626	137.2485	-746.0400	908.8900
2'剩余地形格网	-0.8250	97.5569	-541.2900	645.0400

(2) 计算并移去测点处超高阶模型扰动重力。

调用[地球重力场各种场元模型值计算]程序, 输入地球重力位系数模型 EGM2008.gfc 和观测扰动重力文件 Obsgrav.txt, 选择计算类型扰动重力, 设置最小计算阶数 1, 最大计算阶数 1440, 生成测点处模型扰动重力文件 Obsgravmdl.txt (第 6 列)。

将 Obsgravmdl.txt 中观测扰动重力 (第 5 列) 与模型扰动重力 (第 6 列) 相减, 生成测点处残差扰动重力 Obsgravmdlresd.txt (第 7 列)。

1440 阶模型值移去前后的扰动重力统计结果如表 4.31。

表 4.31 移去 1440 阶重力场模型值前后的观测扰动重力统计 (单位: mGal)

地面测点 mGal	平均值	标准差	最小值	最大值
观测扰动重力	-27.7853	28.7143	-147.4878	74.7074
残差扰动重力	-0.3743	6.4755	-35.8263	27.4789

(3) 计算并移去测点处扰动重力剩余地形影响。

调用[场元陆海剩余地形影响数值积分]程序, 输入观测数据文件 Obsgravmdlresd.txt, 高分数字高程模型 extdtm30s.dat、低通数字高程模型 mdlDtm30s.dat 和地面椭球高格网 surfhgt30s.dat, 设置积分半径 60km, 生成测点处扰动重力剩余地形影响文件 Obsgravresdtm.txt (第 8 列)。

有限半径积分法剩余地形影响计算时, 无法处理地形零阶项, 因而技术上要求剩余地形模型的平均值应为零。积分计算前, 程序自动移去剩余地形模型的统计平均值。

将 Obsgravresdtm.txt 中残差扰动重力 (第 7 列) 与扰动重力剩余地形影响 (第 8 列) 相减, 生成测点处剩余残差扰动重力 Obsgravresidual.txt (第 9 列)。

移去剩余地形影响后, 剩余残差扰动重力的统计结果如表 4.32。

表 4.32 移去剩余地形影响后的剩余残差扰动重力统计 (单位: mGal)

地面测点	平均值	标准差	最小值	最大值
剩余残差扰动重力 mGal	6.4474	9.7051	-28.6215	79.6853

本例省略剩余残差扰动重力梯度法解析延拓 (1000m 高度内量级很小) 过程。此时, 测点高度处的剩余残差扰动重力, 等于地形等高面上的剩余残差扰动重力。

表 1~表 3 统计的基本目的是, 按地形影响优化准则, 改善剩余地形影响算法及参数 (优化目标为表 3 中剩余残差扰动重力标准差最小)。模拟数据缺乏足够的真实重力场超短波信息, 本例因此省略优化准则分析过程。

(4) 地形等高面上 2'×2'残差扰动重力格网化。

调用[异质数据基函数插值格网化]程序，选择观测量等权（可自行以剩余地形影响为参考属性配权），对 Obsgravresidual.txt 中的第 10 列进行格网化，生成地形等高面上 2'×2'剩余残差扰动重力格网 distgravresidual.dat。

(5) 计算地形等高面上 2'×2'扰动重力超高阶重力场模型值格网。

调用[地球重力场各种场元模型值计算]程序，输入 EGM2008.gfc 和 2'×2'等高面椭球高格网模型 equihgt2m1.dat，选择计算类型扰动重力，设置最小计算阶数 1，最大计算阶数 1440，生成等高面上 2'×2'超高阶模型扰动重力格网 distgravmdl.dat。

技术上要求重力场位系数模型、最小最大阶数与步骤（2）完全相同。步骤（2）移去测点处模型扰动重力，步骤（5）恢复归算面上的模型扰动重力，该移去-恢复过程的目的是借助超高阶重力场模型进行解析延拓。

(6) 计算地形等高面上 2'×2'扰动重力剩余地形影响格网。

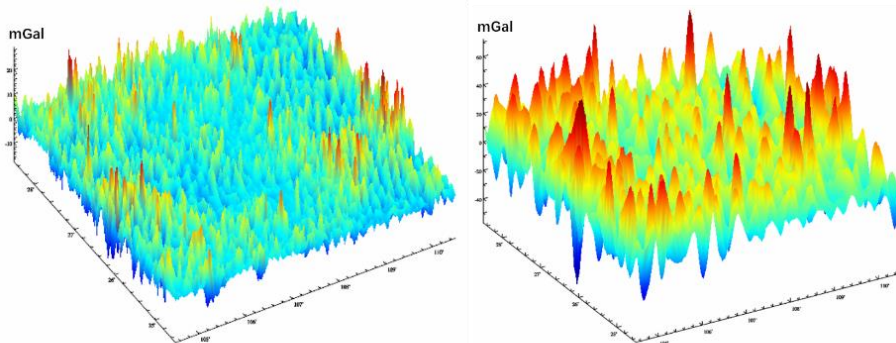
调用[场元陆海剩余地形影响数值积分]程序，输入高分数字高程模型 extdtm2m.dat、低通数字高程模型 mdl2m.dat 和地面椭球高格网 surfhgt2m.dat，计算面为 2'×2'等高面椭球高格网模型 equihgt2m1.dat，选择计算类型扰动重力，设置积分半径 60km，生成等高面上 2'×2'扰动重力剩余地形影响格网 distgravresidtm.dat。

技术上要求地形模型和积分半径大小与步骤（3）完全相同。

(7) 生成地形等高面上 2'×2'扰动重力格网模型。

将地形等高面上同格网规格扰动重力的剩余残差量格网 distgravresidual.dat、超高阶重力场模型值格网 distgravmdl.dat 与剩余地形影响格网 distgravresidtm.dat 共 3 个文件相加，生成地形等高面上 2'×2'扰动重力格网模型 equidistgrav.dat。

完成区域重力场数据归算与处理。后续步骤按重力边值理论的空域重力场积分法进行区域重力场逼近及建模。



等高面上 2'×2'扰动重力剩余地形影响（反号显示）与剩余残差扰动重力

(8) 依据重力场逼近对地形影响的技术要求，选择剩余地形带宽（本例采用 1~1440 阶地形质量球谐系数模型构造低通数字高程模型），重新计算 2'×2'剩余地形模

型 resdtm2m1.dat, 进而调用[近地空间场元陆海剩余地形影响数值积分]程序, 输入 60km 积分半径, 计算地形等高面上 2'×2' 扰动重力剩余地形影响 equdisgravrtm.dat。

用于重力场逼近与用于扰动重力格网化的地形影响优选准则一般不同, 剩余地形构造方式一般也不相同。模拟数据难以分析问题, 这里直接采用 1~1440 阶陆海地形质量球谐系数模型构造低通数字高程模型。

(9) 计算地形等高面上 720 阶模型扰动重力格网。

调用[地球重力场各种场元模型值计算]程序, 选择计算类型扰动重力, 设置最小计算阶数 1, 最大计算阶数 720, 输入地形等高面椭球高格网模型 equihgt2m1.dat, 计算地形等高面上 720 阶模型扰动重力格网 (计算范围) equdisgravmdl.dat。

前面步骤 (2) (5) 的超高阶重力位系数模型 (1440 阶) 用于解析延拓, 而这里的 720 阶重力位系数模型用于局部重力场积分时的参考重力场。

(10) 移去扰动重力的剩余地形影响与参考重力场模型值, 计算地形等高面上 2'×2' 剩余残差扰动重力格网。

将地形等高面上 2'×2' 扰动重力格网模型 equdistgrav.dat, 减去 2'×2' 扰动重力剩余地形影响 equdisgravrtm.dat, 再减去 720 阶模型扰动重力格网 equdisgravmdl.dat, 生成地形等高面上 2'×2' 剩余残差扰动重力格网 equgravresidual.dat。

将地形等高面上 2' 扰动重力格网模型 equdistgrav.dat, 减去 2' 扰动重力剩余地形影响 equdisgravrtm.dat, 再减去 720 阶模型扰动重力格网 equdisgravmdl.dat, 生成地形等高面上 2' 剩余残差扰动重力格网 equgravresidual.dat。

表 4.33 等高面上 2'×2' 剩余残差扰动重力格网计算过程统计 (单位: mGal)

地形等高面 mGal	平均值	标准差	最小值	最大值
2' 扰动重力格网	-17.7675	23.3340	-119.4421	86.6984
扰动重力剩余地形影响	-1.6478	4.5234	-31.5185	22.3032
720 阶参考模型值	-23.5523	19.5560	-112.3400	31.4088
剩余残差扰动重力格网	7.4326	13.1966	-56.9378	71.9857

统计的基本目的是, 按重力场逼近优化准则, 改善剩余地形影响算法及参数。模拟数据缺乏足够的真实重力场超短波信息, 本例因此省略优化准则分析过程。

(11) 调用有关重力场积分功能, 由地形等高面上剩余残差扰动重力格网, 分别计算地面和大地水准面上各种类型剩余残差扰动重力场元。

计算地面剩余残差场元时, 输入地面椭球高格网 surfhgt2m2.dat 作为计算点位置; 计算大地水准面上残差场元时, 输入模型大地水准面高格网 geoidhgt2m2.dat 作为计算点位置。等位边界面采用地形等高面椭球高格网 equihgt2m1.dat, 积分半径选择 90km。

①调用[广义 Hotine 积分运算]程序, 分别计算地面剩余残差高程异常与剩余残差大

地水准面高格网 surfksiresidual.dat、geoidhgtresidual.dat。

②调用[Vening-Meinesz 积分运算]程序，分别计算地面剩余残差垂线偏差与大地水准面上剩余残差垂线偏差格网 surfdftresidual.dat、geoiddftresidual.dat。

③调用[Poisson 积分运算]功能，分别计算地面剩余残差扰动重力与大地水准面上剩余残差扰动重力格网 surfrgaresidual.dat、geoidrgaresidual.dat。

④调用[扰动重力计算外部重力梯度]程序，分别计算地面剩余残差扰动重力梯度与大地水准面上剩余残差扰动重力梯度格网 surfgrresidual.dat、geoidgrresidual.dat。

(12) 分别计算地面和大地水准面上各种扰动重力场元的 $2' \times 2'$ 剩余地形影响。

调用[场元陆海剩余地形影响数值积分]程序，计算地面扰动场元剩余地形影响时，输入地面椭球高格网 surfhgt2m2.dat 作为计算点位置；计算大地水准面上扰动场元剩余地形影响时，输入模型大地水准面高格网 geoidhgt2m2.dat 作为计算点位置。

扰动场元类型同步选择高程异常、扰动重力、垂线偏差与扰动重力梯度。技术上要求， $2' \times 2'$ 剩余地形模型 resdtm2m.dat 和积分半径 60km 应与步骤 (8) 完全一致。

输出地面扰动场元剩余地形影响格网文件，包括地面高程异常剩余地形影响 surfhgt2mrtm.ksi，地面扰动重力剩余地形影响 surfhgt2mrtm.rga，地面垂线偏差剩余地形影响 surfhgt2mrtm.dft 和地面扰动重力梯度剩余地形影响 surfhgt2mrtm.grr。

输出大地水准面上扰动场元剩余地形影响格网文件，包括大地水准面高的剩余地形影响 geoidhgtrtm.ksi，扰动重力剩余地形影响 geoidhgtrtm.rga，垂线偏差剩余地形影响 geoidhgtrtm.dft 和扰动重力梯度剩余地形影响 geoidhgtrtm.grr。

(13) 分别计算地面和大地水准面上各种扰动场元的 720 阶参考模型值。

调用[地球重力场各种场元模型值计算]程序，计算地面扰动场元模型值时，输入地面椭球高格网 surfhgt2m2.dat 作为计算点位置；计算大地水准面上扰动场元模型值时，输入模型大地水准面高格网 geoidhgt2m2.dat 作为计算点位置。

扰动场元类型同步选择高程异常、扰动重力、垂线偏差与扰动重力梯度。技术上要求，输入的最小最大计算阶数 (1、720)，应与步骤 (9) 完全一致。

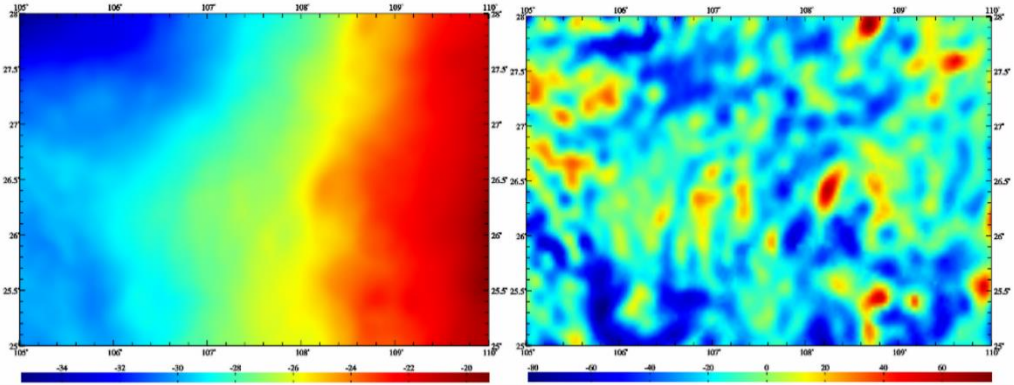
输出地面扰动场元模型值格网文件，包括模型地面高程异常 surfhgt2mgm720.ksi，模型地面扰动重力 surfhgt2mgm720.rga，模型地面垂线偏差 surfhgt2mgm720.dft 和模型地面扰动重力梯度 surfhgt2mgm720.grr。

输出大地水准面上扰动场元模型格网文件，包括模型大地水准面高格网 geoidh2mgm720.ksi，模型扰动重力格网 geoidh2mgm720.rga，模型垂线偏差格网 geoidh2mgm720.dft 和模型扰动重力梯度格网 geoidh2mgm720.grr。

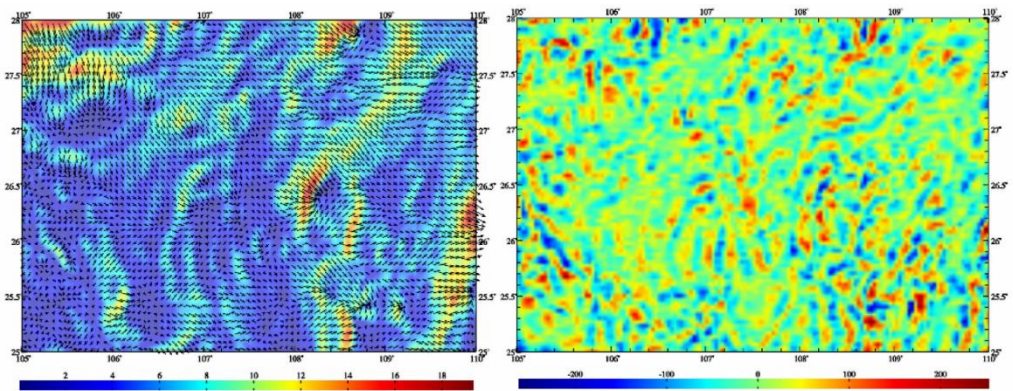
(14) 生成地面上的各种扰动重力场元格网模型成果。

将地面上各种扰动场元的剩余残差量格网、剩余地形影响与参考模型值格网分别相加，生成 $2' \times 2'$ 地面高程异常 surfhgtksi2m.dat、地面扰动重力 surfhgtgrga2m.dat、地面垂

线偏差向量 surfhgtdft2m.dat 与地面扰动重力梯度 surfhgtgr2m.dat 格网模型成果，并加入地面椭球高格网模型（不可缺少），用于指定地面扰动场元格网的空间位置。



2'地面高程异常格网 (m) 与2'地面扰动重力格网 (mGal) 成果



2'地面垂线偏差向量格网 (") 与2'地面扰动重力梯度格网 (E) 成果

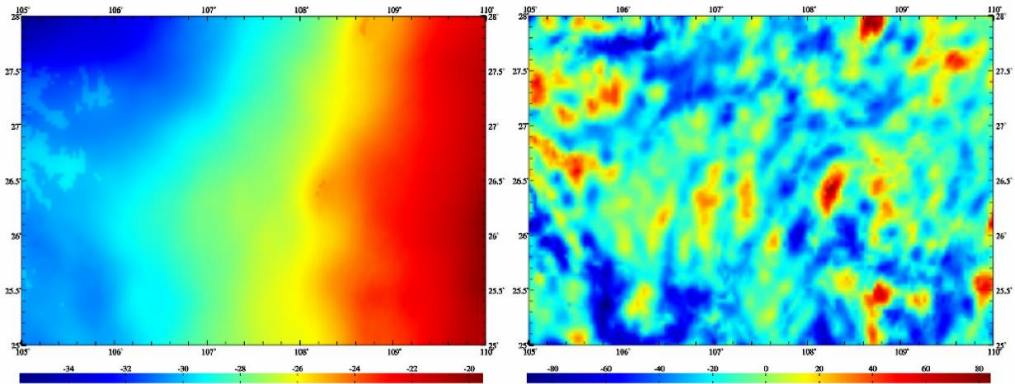
表 4.34 地面扰动重力场元及其不同分量统计

场元类型	谱域分解	平均值	标准差	最小值	最大值
地面高程异常 m	参考模型值	-27.4261	3.2927	-36.0901	-20.1879
	剩余地形影响	-0.0008	0.0314	-0.1219	0.1363
	积分剩余残差量	0.6136	0.1608	0.2218	1.2427
	地面高程异常	-26.8133	3.3149	-35.4331	-19.1927
地面扰动重力 mGal	参考模型值	-22.4136	15.7881	-76.2475	18.5218
	剩余地形影响	-0.7256	0.6856	-7.8832	1.8187
	积分剩余残差量	6.8912	11.4588	-35.1321	65.7856
	地面扰动重力	-16.2480	18.7702	-81.8505	77.2212
地面垂线偏差南向"	参考模型值	1.5543	3.0688	-5.7396	14.0662
	剩余地形影响	0.1340	0.7770	-3.5615	3.6938
	积分剩余残差量	-0.0232	1.4285	-7.3171	6.1334

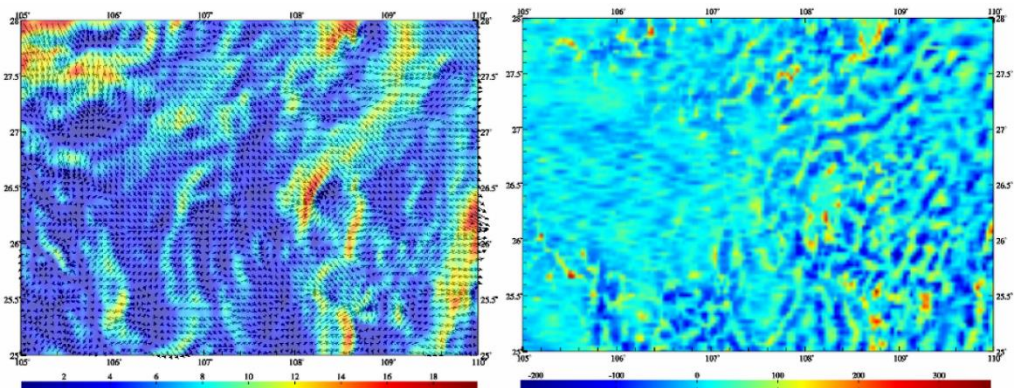
	垂线偏差南向	1.6649	3.2346	-9.5143	16.4299
地面垂线偏差西向"	参考模型值	-4.3753	2.7632	-12.4916	5.1844
	剩余地形影响	-0.0525	0.9824	-4.3215	5.2168
	积分剩余残差量	0.0222	1.6118	-7.6123	6.2307
	垂线偏差西向	-4.4050	3.2895	-18.4035	6.0986
地面扰动重力梯度 E	参考模型值	-0.2116	9.6634	-34.2497	32.3422
	剩余地形影响	-0.0986	49.3177	-269.7075	232.3091
	积分剩余残差量	-0.0622	15.1553	-62.7129	112.4539
	扰动重力梯度	-0.3736	52.1555	-262.5373	253.7105

(15) 生成大地水准面上的各种扰动重力场元格网模型成果。

将大地水准面上各种扰动场元的剩余残差量格网、剩余地形影响与参考模型值格网分别相加，生成 2'×2' 大地水准面高格网 geoidhksi2m.dat、扰动重力格网 geoidhrga2m.dat、垂线偏差向量格网 geoidhft2m.dat 与扰动重力梯度格网 geoidhgr2m.dat 模型成果。



2'大地水准面高格网 (m) 与2'扰动重力格网 (mGal) 成果



2'垂线偏差向量格网 (") 与2'扰动重力梯度格网 (E) 成果

4.8.2 谱域 SRBF 重力场全要素建模快捷流程

本例不采用地形影响超短波重力场信号分离方案，直接由（地面、海洋或航空）测点扰动重力和 GNSS 水准实测高程异常（或大地水准面高）数据，按球面径向基函数逼近法，六步完成地面上和大地水准面上的重力场全要素统一建模，以快速了解谱域局部 SRBF 逼近法观测场量数据分析、计算质量控制与重力场建模要领。

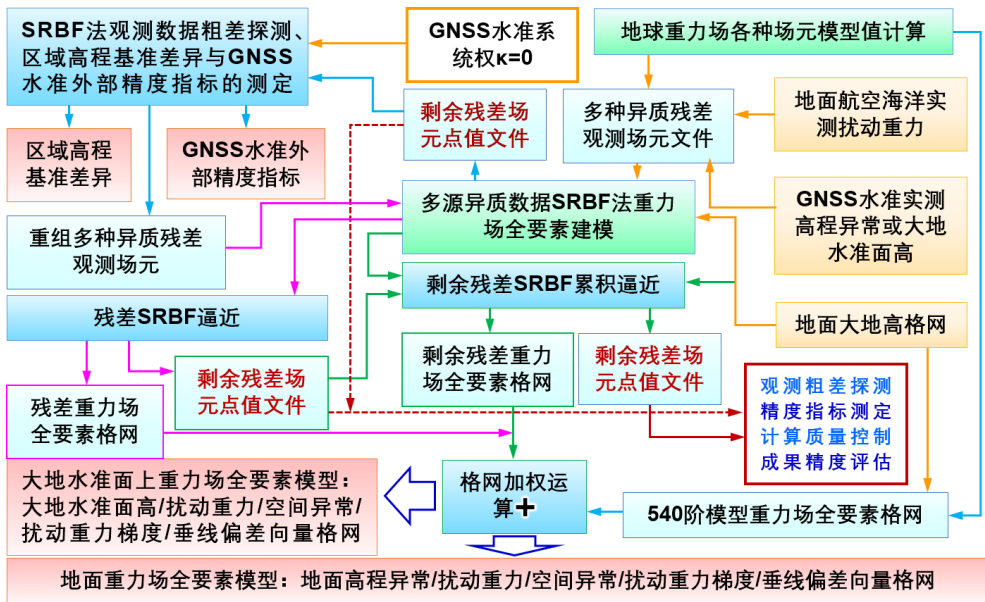
◎**主要数据源**：地面、船测和航空实测扰动重力 obsdistgrav.txt（与 4.8.2 完全相同），GNSS 水准实测高程异常 obsGNSSlksi.txt。点位分布如图。

实测扰动重力文件记录格式：点号/点名，经度（度小数），纬度（度小数），椭球高（m），实测扰动重力（mGal）。

GNSS 水准实测高程异常（或大地水准面高）文件记录格式：点号/名，经度（度小数），纬度（度小数），椭球高（m），实测高程异常或大地水准面高（m）。

对于正常高系统，GNSS 水准文件记录中的椭球高属性为 GNSS 水准点处的椭球高（GNSS 定位）；对于正高系统，GNSS 水准实测大地水准面高是大地水准面的椭球高，GNSS 水准文件记录中的椭球高，用实测大地水准面高代替。

正高系统或正常高系统，只需采用相应的 GNSS 水准点椭球高，而 SRBF 法局部重力场全要素建模过程完全相同。



谱域SRBF法局部重力场全要素建模快捷计算流程

本例采用正常高系统 GNSS 水准点的实测高程异常。这里的实测扰动重力、GNSS 水准实测高程异常，均采用 2~1800 阶 EGM2008 重力场模型值叠加噪声模拟。

◎计算面大地高格网

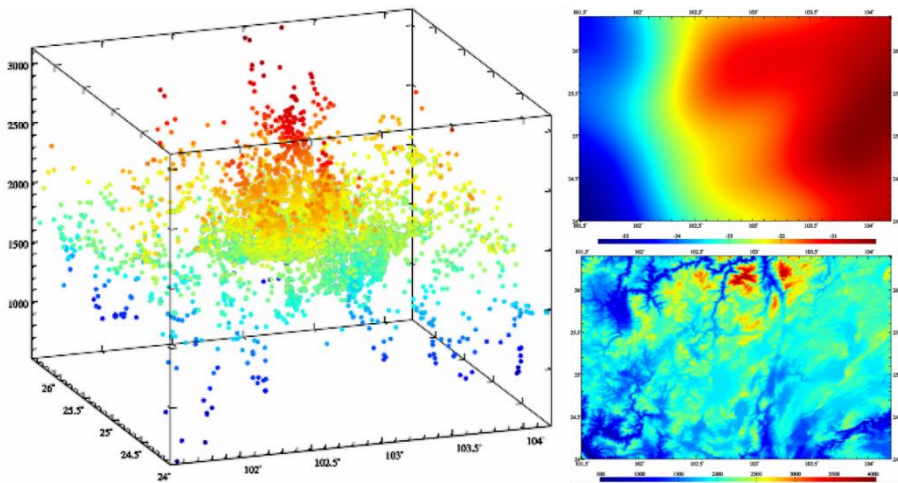
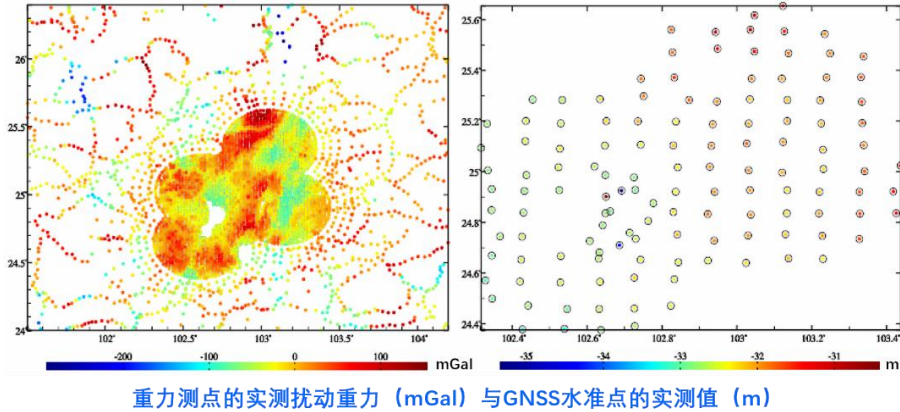
用于大地水准面上的重力场全要素建模时，计算面大地高格网应为大地水准面大地

高格网，本例用模型大地水准面高格网表示 mdlgeoidh30s.dat。

用于地面重力场全要素建模时，计算面大地高格网应为地面大地高格网，本例用地面大地高格网 surfhgt30s.dat (= 陆海数字高程模型 DEM30s.dat + 模型大地水准面高 mdlgeoidh30s.dat) 表示。

模型大地水准面高、模型地面高程异常用 180 阶重力场模型计算 (略)。

程序要求计算面大地高格网范围大于目标区域范围，以吸收边缘效应。



第一步：移去观测场量参考模型值，构造多种异质残差观测场量。

调用[地球重力场各种场元模型值计算]程序，最大计算阶数 540，分别计算并移去测点扰动重力 obsdistgrav.txt 和 GNSS 水准实测高程异常 obsGNSSlksi.txt 的参考重力场模型值，按约定格式要求合并，生成多种异质离散残差观测场量文件 obsresiduals0.txt。

多种异质离散残差观测场量文件记录采用约定格式：点号/站名，经度 (度小数)，纬度 (度小数)，椭球高 (m)，残差观测场量，场量类型 (0~5)，观测权，系统权值，…。记录前 5 项属性的位置和顺序约定不变。

残差观测场量类型和单位：0-残差扰动重力 (mGal)，1-残差高程异常 (m)。

将 obsresiduals0.txt 中 GNSS 水准点的系统权值全部置零。

第一步：移去参考模型值，构造多种异质残差观测场量

地面航空海洋实测残差扰动重力

GNSS水准实测残差高程异常

多种异质离散残差观测场量文件

GNSS水准高程异常的大地高是GNSS水准点的实测大地高第4列

GNSS水准残差高程异常m

观测系统权

ID	lon(degree decimal)	lat_ellip(m)	ksl(m)	rent	kind	weight
1	102.4924	24.4717	1973.56	-32.7591	-32.6699	1
2	102.5467	24.4580	1659.69	-32.9577	-32.5393	1
3	102.6324	24.4582	2120.99	-32.5792	-32.4414	1
4	102.7259	24.4605	2112.20	-32.3917	-32.3258	1
5	102.8209	24.5627	1991.56	-32.6038	-32.6009	1
6	102.5286	24.5627	1937.23	-32.5636	-32.4417	1
7	102.6344	24.5656	2193.72	-32.3822	-32.3215	1
8	102.7258	24.5819	2304.57	-32.2197	-32.2097	1
9	102.8326	24.5755	1978.11	-32.5403	-32.0924	1
10	102.3455	24.6689	1920.60	-32.9297	-32.6717	1

第二步：SRBF 法粗差探测与多种异质残差观测场量重构。

调用[多源异质数据 SRBF 重力场全要素建模]程序，输入多种异质离散残差观测场量文件 obsresiduals0.txt，输入地面椭球高格网 surfhgt30s.dat，估计残差地面重力场全要素格网 SRBFsurfhtg30s0.xxx (xxx=ksi 残差高程异常，=rga 残差扰动重力，=gra 残差空间异常，=grr 残差扰动梯度，=dft 残差垂线偏差，下同)，输出剩余残差点值文件 SRBFsurfhtg30s0.chs。

粗差探测：从程序输出的剩余残差场量点值文件 SRBFsurfhtg30s0.chs 中，分离出测点剩余残差扰动重力记录 rntobsdistgrav0.txt 和 GNSS 水准剩余残差高程异常记录 rntobsGNSSlksi0.txt，以剩余残差量（第 5 列）为统计属性，按 5 倍剩余残差标准差剔除巨大粗差的重力测点，按 3 倍剩余残差标准差剔除 GNSS 水准粗差点，重新生成多种异质离散残差观测场量文件 obsresiduals01.txt。

第三步：高程基准差异与 GNSS 水准精度指标测定。

输入无粗差的多种异质残差观测场量文件 obsresiduals01.txt，重复第二步，重新估计残差地面重力场全要素格网 rntSRBFdatum30s.xxx，输出剩余残差场量点值文件 rntSRBFdatum30s.chs。

由于事先设置 GNSS 水准实测高程异常的系统权值为零，因此，此步本质上是仅用离散残差扰动重力数据，直接测定 GNSS 水准实测残差高程异常的精度指标。粗差探测

与剔除前后 SRBF 逼近的统计结果如表 4.35。

第二步：SRBF法粗差探测与多种异质残差观测场量重构

打开多种异质残差观测场元文件

观测量平均值，标准差，最小值，最大值；残差平均值，标准差，最小值，最大值。记录格式：测点号，经度，纬度，测点大地高，残差量，原观测量，场元类型，观测量权，系统权。
 >> 参数设置结果已输入系统！
 ** 点击[开始计算]控件按钮，或[开始计算]工具按钮.....
 >> 计算开始时间：2025-11-19 11:06:50
 >> 完成计算！
 >> 计算结束时间：2025-11-19 11:09:58
 >> 程序在当前目录下输出计算面上的残差扰动重力*rga，残差高程异常*ksl，残差空间异常*gra，残差扰动重力梯度*grr和残差垂线偏差向量*drt格网文件。
 >> 程序还在当前目录下输出球面径向基函数中心文件center.rst，头文件格式：Router格网等级，RBF中心数，子午圈方向单元格网数，平行圈方向多单元格网数，纬度间隔(')，记录格式：点号，经度(度小数)，大地纬度，单元格网面积百分比，平行圈方向单元格网角度间隔(')。

设置径向基函数参数

多次次数m 5
 最小阶数 360
 最大阶数 1800
 Bjerhammer球埋藏深度D 10.0km
 RBF中心作用距离 100km
 Router格网等级K 3600
 选择方程解算方法 LU三角分解法

首次计算完成后，建议再以输出残差值文件*.chs为输入观测场元文件，SRBF逼近法计算残差目标场元。一般累积1-3次SRBF逼近即可达到稳定解。目标场元权等于几次逼近的残差场元格网之和。

单次SRBF逼近有效性原则：1.保证残差目标场元空间分布连续可微，让残差标准差最小；2.残差统计平均值随累积次数增加趋于零，且不明显反号。

球面径向基函数重力场主要建模算法

直接联合多源异质、不同高度、交叉分布、陆海共有的多种观测量，无需归算、延拓及格网化，高效实施全空间重力场的全要素建模。
 有效解决各种复杂情形下观测粗差探测、外部精度测定(指定待测观测量所在观测系统权k=0或直接令待测观测量的观测权=0)、计算性能控制与成果质量评价(*chs) 传统难题。

打开计算面大地格网文件

ID	lon	lat	ellipshgt	grav
1	101.0000	24.219	0.3186	42.1772
2	102.39290	24.49440	2228.190	17.8553
3	102.39590	24.50890	2170.200	0.2088
4	102.39270	24.52960	2013.330	-23.1362
5	102.39660	24.54530	2122.500	5.1058
6	102.39490	24.56360	1971.280	-7.4480
7	102.39380	24.58130	1840.310	-3.8487
8	102.39520	24.60360	1865.580	5.4170
9	102.39310	24.61780	1997.720	0.1092
10	102.39350	24.63840	1916.150	-9.4268
11	102.39710	24.65350	2010.670	1.0553

观测场元类型 0 观测系统权值 1.000 本组观测量数4219
 ** 输入观测场量平均值 0.3186 标准差 42.1772 最小值 -296.0915 最大值 165.2611
 ** 结果残差场元平均值 0.1048 标准差 12.9208 最小值 -105.2839 最大值 114.8811
 >> 观测场元类型 1 观测系统权值 0.000 本组观测量数125
 ** 输入观测场量平均值 -0.3452 标准差 0.2739 最小值 -0.9755 最大值 0.3702
 ** 结果残差场元平均值 -0.3425 标准差 0.0784 最小值 -0.7278 最大值 -0.1465

打开计算面大地格网文件

ID	lon	lat	ellipshgt	grav	rga	ksl	gra	grr	drt		
1	101.0000	24.219	0.3186	42.1772	-296.0915	165.2611	residuals:	0.1048	12.9208	-105.2839	114.8811
2	102.39290	24.49440	2228.190	17.8553	54.9765	0	1.000	1.000	0.000	0.000	0.000
3	102.39590	24.50890	2170.200	0.2088	50.0971	0	1.000	1.000	0.000	0.000	0.000
4	102.39270	24.52960	2013.330	-23.1362	28.3652	0	1.000	1.000	0.000	0.000	0.000
5	102.39660	24.54530	2122.500	5.1058	38.3822	0	1.000	1.000	0.000	0.000	0.000
6	102.39490	24.56360	1971.280	-7.4480	20.6411	0	1.000	1.000	0.000	0.000	0.000
7	102.39380	24.58130	1840.310	-3.8487	10.0000	0	1.000	1.000	0.000	0.000	0.000
8	102.39520	24.60360	1865.580	5.4170	0.0000	0	1.000	1.000	0.000	0.000	0.000
9	102.39310	24.61780	1997.720	0.1092	0.0000	0	1.000	1.000	0.000	0.000	0.000
10	102.39350	24.63840	1916.150	-9.4268	0.0000	0	1.000	1.000	0.000	0.000	0.000
11	102.39710	24.65350	2010.670	1.0553	0.0000	0	1.000	1.000	0.000	0.000	0.000

剩余残差项(第5列)。5倍标准差探测扰动重力；3倍标准差探测GNSS水准

剩余残差项(第5列)。
 5倍剩余残差标准差探测扰动重力；
 3倍剩余残差标准差探测GNSS水准

打开点值文件 结果保存 设置参数输入 开始计算 计算信息保存 查看帮助

打开观测量点值文件

文件占位行数: 5
 待测属性列序号: 5
 超出标准差的指数: 3.0

打开参考场元文件

无粗差结果保存为: C:\Program Files\Example\Grav\Example\SRBF\Approx\thoNSS\ksl\ntobd\stg\grav0err.txt
 粗差结果保存为: C:\Program Files\Example\Grav\Example\SRBF\Approx\thoNSS\ksl\ntobd\stg\grav0err.txt
 参数设置结果输入: 完成计算

计算开始时间: 2023-03-11 22:56:30

计算结束时间: 2023-03-11 22:56:30

计算信息保存

查看帮助

指定参考属性的观测量定义

异质数据基函数数据格网化

计算信息保存

查看帮助

输入观测量

无粗差观测量

重新生成多种异质残差观测场量文件 obsresiduals01.txt

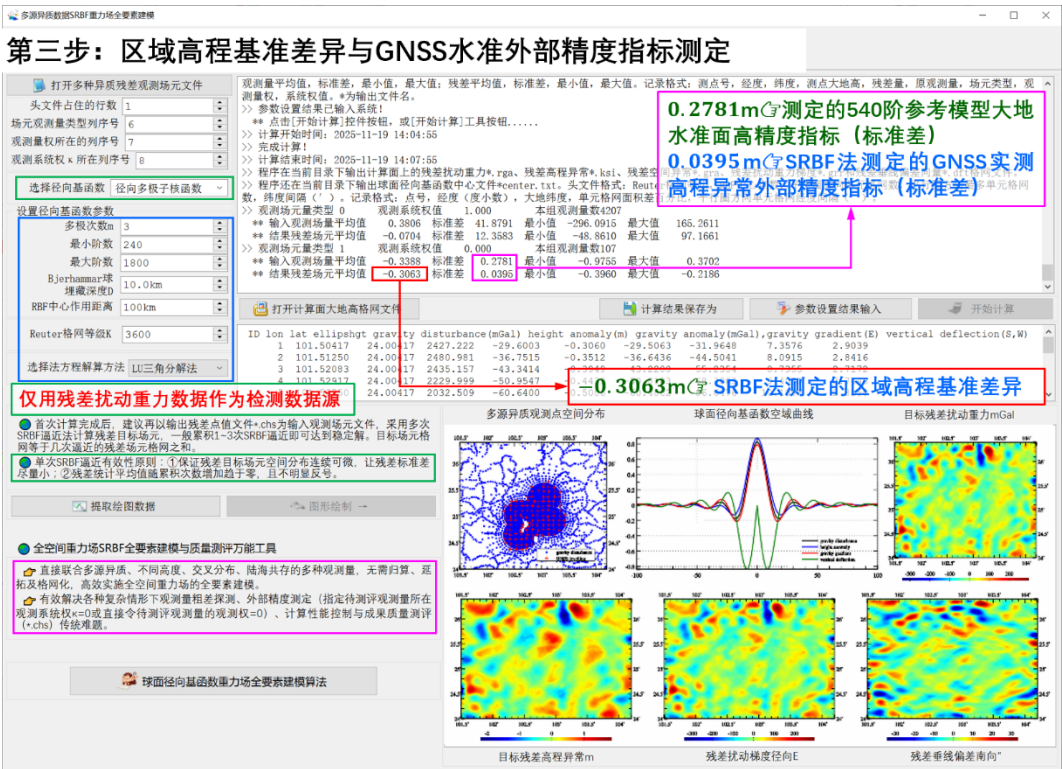
表 4.35 SRBF 逼近法粗差探测与剔除前后残差观测量统计

		测点数	平均值	标准差	最小值	最大值
测点扰动 重力 /mGal	原残差观测量	4215	0.3186	42.1772	-296.0915	165.2611
	无粗差观测量	4207	0.3806	41.8791	-296.0915	165.2611
	剩余残差量	4207	-0.0704	12.3583	-80.4161	64.8276
GNSS 水 准高程异 常/m	原残差观测量	115	-0.3452	0.2839	-0.9755	0.3702
	无粗差观测量	107	-0.3388	0.2781	-0.9755	0.3702
	剩余残差量	107	-0.3063 ^①	0.0395 ^②	-0.3960	-0.2186

区域高程基准差异测定结果：表 1 中 GNSS 水准残差高程异常的统计平均值-0.3063^①m，是区域高程基准与全球高程基准（重力大地水准面）之差的测定结果。这是 SRBF 逼近法区域高程基准差异测定方法。

GNSS 水准外部精度指标测定结果：表 1 中 0.0395^②m 是 GNSS 水准实测高程异常的外部精度指标，用标准差表示，即 3.95cm。这是 SRBF 逼近法 GNSS 水准外部精度指标测定方法，其结果表示 GNSS 水准外部精度不低于 3.95cm（标准差）。

一般情况下，需继续以剩余残差观测量文件*.chs 为输入文件，累积 1~2 次 SRBF 逼近，求得剩余残差标准差的最小值，作为外部精度指标。本例省略这个过程。



从实测 GNSS 水准残差高程异常中移去区域高程基准差异-0.3063m 后，将 GNSS 水

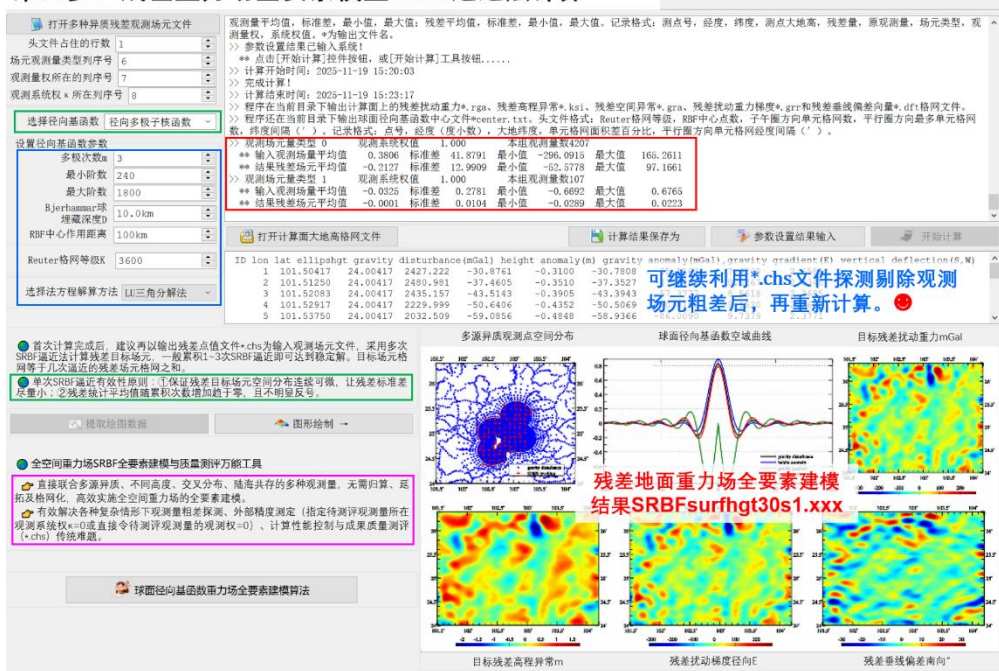
准点的系统权恢复，重新生成多种异质离散残差观测场量文件 obsresiduals1.txt。

第四步：残差地面重力场全要素模型 SRBF 逼近法计算。

调用[多源异质数据 SRBF 重力场全要素建模]程序，输入多种异质离散残差观测场量文件 obsresiduals1.txt，输入地面椭球高格网 surfhgt30s.dat，估计残差地面重力场全要素格网 SRBFsurfhtg30s1.xxx，输出剩余残差点值文件 SRBFsurfhtg30s1.chs。

质量控制：可继续用.chs 文件，按 5 倍剩余残差标准差探测扰动重力粗差，按 3 倍标准差探测 GNSS 水准粗差，剔除粗差后，重新从第三步开始计算，本例省略此过程。

第四步：残差重力场全要素模型SRBF逼近法计算



第五步：剩余残差地面重力场全要素模型 SRBF 累积逼近。

调用[多源异质数据 SRBF 重力场全要素建模]程序，输入剩余残差点值文件 SRBFsurfhtg30s1.chs，输入地面椭球高格网 surfhgt30s.dat，估计剩余残差地面重力场全要素格网 SRBFsurfhtg30s2.xxx，输出新的剩余残差点值文件 SRBFsurfhtg30s2.chs。

表 4.36 SRBF 法 1 次累积逼近后残差观测量统计

		平均值	标准差	最小值	最大值
测点残差扰动重力/mGal	原残差量	0.3806	41.8791	-296.0915	165.2611
	SRBF 逼近	-0.2127	12.9909	-52.5778	97.1661
	1 次累积逼近	0.0275	8.2176	-37.5506	58.9054
GNSS 水准残差高程异常/m	原残差量	-0.0325	0.2781	-0.6692	0.6765
	SRBF 逼近	-0.0001	0.0104	-0.0289	0.0223
	1 次累积逼近	0.0000	0.0025 ^③	-0.0064	0.0072

表中 $0.0025^{\circ}m = 0.25cm$ 可作为重力地面高程异常建模的精度指标。

质量控制措施：可再次利用 SRBFsurfhtg30s2.chs 文件，按 5 倍标准差探测扰动重力粗差，按 3 倍标准差探测 GNSS 水准粗差，剔除粗差后，重新从第三步开始计算，本例省略此过程。若成果质量未达到预期，还可继续累积逼近，本例省略。

第五步：剩余残差重力场全要素模型SRBF累积逼近

将上一步输出的剩余残差场元SRBFsurfhtg30s1.chs作为观测场元文件输入

ID	lon	lat	ellipsoid gravity	gravity disturbance (mGal)	height anomaly (m)	gravity anomaly (mGal)	gravity gradient (E)	vertical deflection (G,M)
1	101.50417	24.00417	2427.222	-1.0291	0.0092	-1.0306	-31.3061	-2.3367
2	101.51250	24.00417	2480.961	6.9867	0.0220	4.9799		
3	101.52083	24.00417	2435.157	15.9460	0.0365	15.9344		
4	101.52917	24.00417	2229.999	23.8074	0.0427	23.7567		
5	101.53750	24.00417	2032.509	28.8688	0.0561	28.8511		

0.0025m ≈ 0.25cm 可作为重力地面高程异常建模的精度指标

剩余残差地面重力场全要素建模结果

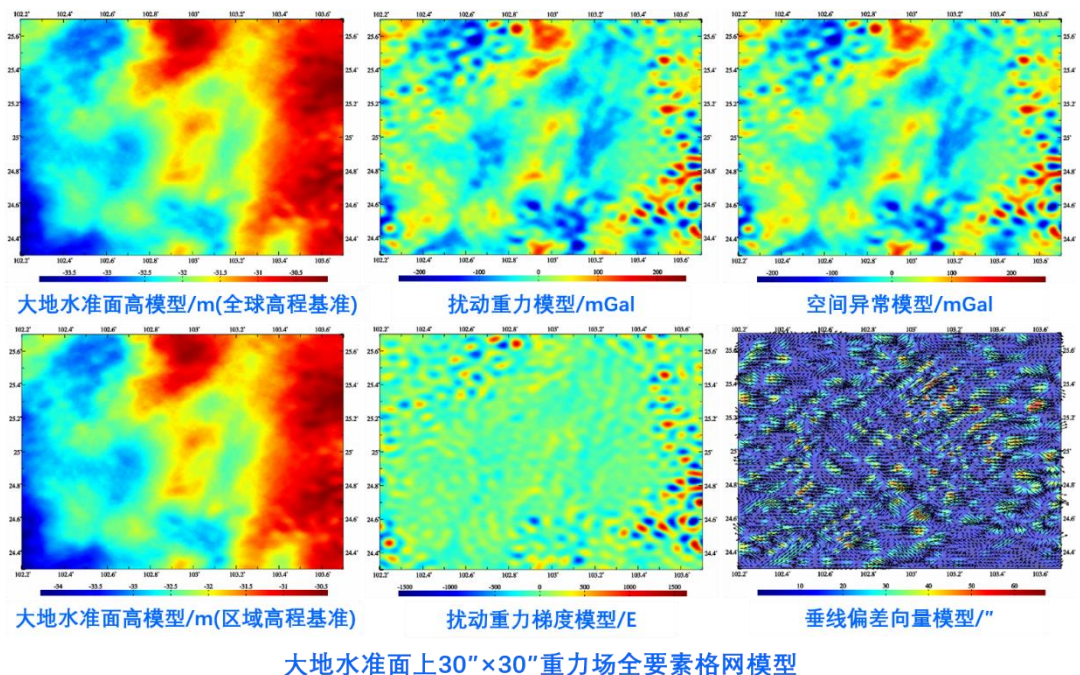
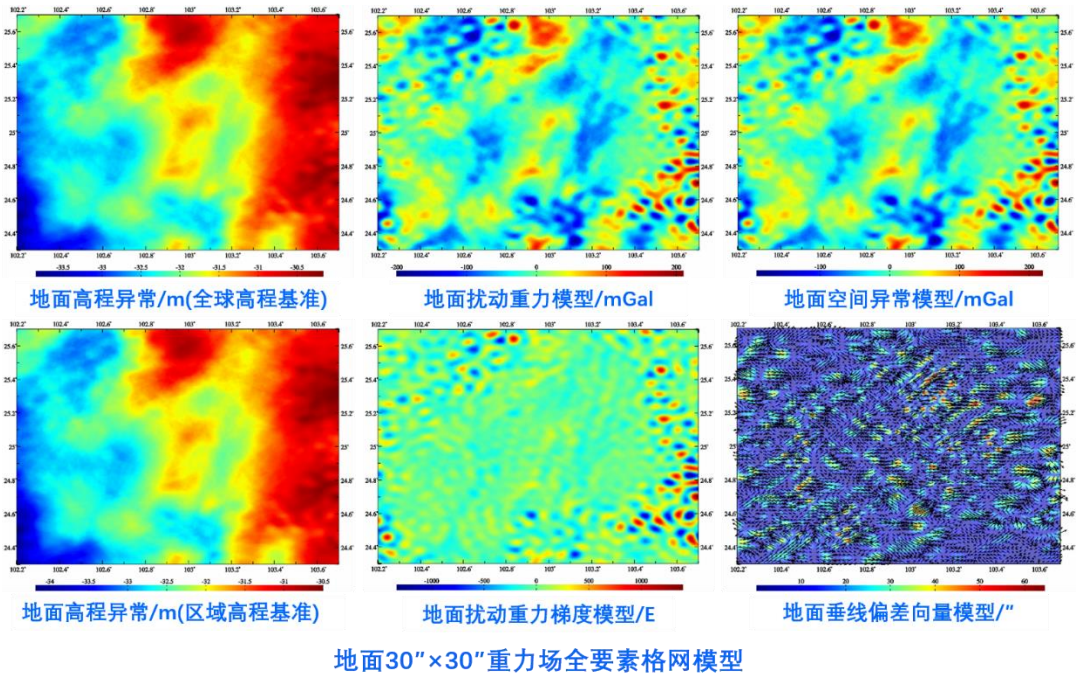
第六步：恢复参考场模型值，生成地面重力场全要素模型。

调用[地球重力场各种场元模型值计算]程序，最大计算阶数 540，由地面椭球高格网文件 surfhtg30srst.dat（移去格网边缘后），计算 540 阶模型地面高程异常 GMsurfhtg30s540.ksi、模型地面扰动重力 GMsurfhtg30s540.rga、模型地面空间异常 GMsurfhtg30s540.gra、模型地面扰动重力梯度 GMsurfhtg30s540.grr 和模型地面垂线偏差向量 GMsurfhtg30s540.dft。

分别将两次 SRBF 逼近的残差地面重力场元格网 surfhtg30s1.xxx（从残差地面重力场格网 SRBFsurfhtg30s0.xxx 中移去边缘）、剩余残差重力场元格网 surfhtg30s2.xxx（从格网 SRBFsurfhtg30s1.xxx 中移去边缘）与 540 阶地面参考重力场元格网 GMsurfhtg30s540.xxx 相加，得到地面重力场全要素模型 surfhtg30srst.xxx，包括重力地面高程异常格网 surfhtg30srst.ksi，地面扰动重力格网 surfhtg30srst.rga、地面空间异常格网 surfhtg30srst.gra、地面扰动重力梯度格网 surfhtg30srst.grr 和地面垂线偏差向量格网 surfhtg30srst.dft。

将地面高程异常格网 surfhtg30srst.ksi 与区域高程基准差异 -0.3063m 相加，得到区

域高程基准下地面高程异常格网 surfhgt30srgn.ksi。至此，完成地面重力场全要素建模计算工作，获得的地面 30"×30"重力场全要素格网模型成果。



将计算面改为大地水准面，直接生成大地水准面上 30"×30"重力场全要素模型。

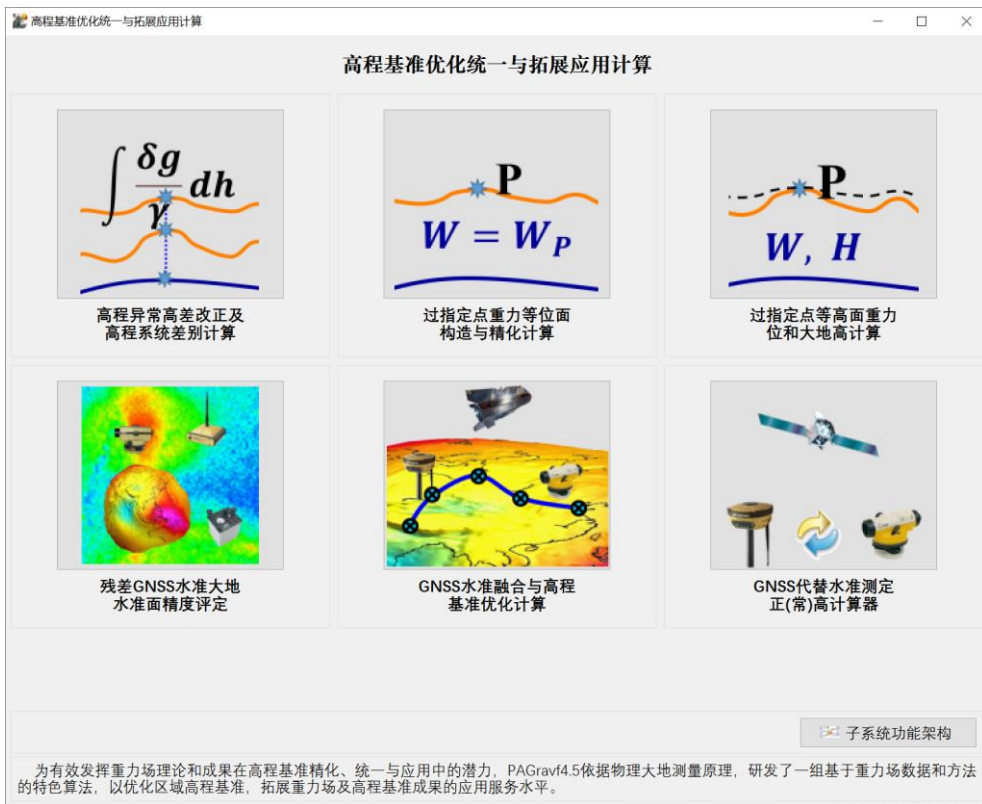
在上述第三步至第六步中，保持输入数据文件和所有参数设置完全相同，仅将计算面改为模型大地水准面高格网，按完全相同的计算流程，可同步获得大地水准面上的重

力场全要素模型 geoidh30srst.xxx，包括重力大地水准面高格网 geoidh30srst.ksi，扰动重力格网 geoidh30srst.rga、空间异常格网 geoidh30srst.gra 扰动重力梯度格网 geoidh30srst.grr 和垂线偏差向量格网 geoidh30srst.dft，以及区域高程基准下重力大地水准面格网 geoidh30srgn.ksi。

SRBF 重力场逼近程序的技术特色：①观测场元、目标场元及其相互之间具有严密的解析关系，重力场逼近算法性能不受观测场元误差影响；②一步解析融合多种异质、不同高度、交叉分布和陆海共存的重力场观测量，无需归算、延拓及格网化；③同步实现大地水准面及其外部全空间全要素解析建模，能有效融合极少天文垂线偏差或 GNSS 水准数据；④具备强大的重力场观测量粗差探测、外部精度指标及高程基准差异测定与计算性能控制能力。

第五章 区域高程基准优化、统一与应用计算

为有效发挥重力场理论和成果在高程基准精化、统一与应用中的潜力，PAGrav4.5依据物理大地测量原理，研发了一组基于重力场数据和方法的特色算法，以优化区域高程基准，拓展重力场及高程基准成果的应用服务水平。



本程序要求采用的参考重力场模型和截断阶数，与重力场大地水准面建模时采用的参考重力场模型及其截断阶数严格一致。

5.1 高程异常高差改正及高程系统差别计算

[计算方案]a 首先确定模型高程异常高差改正数；b 再由局部重力场数据，按移去恢复法精化高程异常高差改正数；c 最后由计算点上实测重力进一步校正高程异常高差改正数。按重力数据条件可取如下三者之一作为计算结果：a，a+b，或 a+b+c。

5.1.1 参考重力场模型高程异常高差改正

[功能]利用参考地球重力场位系数模型，由计算点与目标点大地高，计算地面及近地空间点高程异常径向梯度 (cm/km)、高程异常高差改正数 (m) 的模型值。

[输入]近地空间计算点文件，参考重力场位系数模型文件。

近地空间计算点文件记录格式：点号/点名 经度 (度小数) 纬度 (度小数) 大地高 (m) ... 目标大地高...

位系数模型文件第 1 行约定为位系数尺度参数：地心引力常数 GM ($10^{14}\text{m}^3/\text{s}^2$) 与椭球长半轴 a (m)。尺度参数 (GM、a) 是位系数模型的表示基准。

[参数设置]设置计算点文件格式，输入计算点大地高和目标大地高在记录中的列序号，输入位系数模型最大计算阶数。

[输出]计算点模型高程异常高差改正数结果文件。

在源点值文件记录的基础上，增加一列该点的高程异常径向梯度 (cm/km) 和一系列高程异常高差改正数 (m) 的模型值，保留 4 位有效数字。

参考重力场模型及计算阶数应保持不变。最大计算阶数一般不大于 720。

The screenshot shows the software interface for calculating geoid anomalies and differences. The main panel contains several input fields and buttons:

- 打开近地空间计算点文件**: Open near-space calculation point file.
- 设置点值文件格式参数**: Set point value file format parameters. Fields include "头文件行数" (Header file lines) set to 1, "大地高列序号" (Geoid column number) set to 4, and "目标大地高所在的列序号" (Target geoid column number) set to 5.
- 打开参考重力场位系数模型文件**: Open reference gravity field coefficient model file.
- 设置计算参数**: Set calculation parameters. Field includes "参考重力场模型最大计算阶数" (Reference gravity field model maximum calculation order) set to 350.

The log window on the right shows the following process:

```
>> [功能]利用参考地球重力场位系数模型，由计算点与目标点大地高，计算地面及近地空间高程异常径向梯度 (cm/km)、高程异常高差改正数 (m) 的模型值。
>> 打开近地空间计算点文件 C:/PAGravf4.5_win64cn/examples/AppHgtsysdifferent/calcpnt.txt.
** 观察下方窗口文件信息，设置点值文件格式...
>> 打开重力场位系数模型文件 C:/PAGravf4.5_win64cn/data/EGM2008.gfc.
** 下方窗口只显示不超过2000行的重力场模型位系数!
>> 计算结果保存为 C:/PAGravf4.5_win64cn/examples/AppHgtsysdifferent/mdldiffrst.txt.
** 在源点值文件记录的基础上，增加一列该点的高程异常径向梯度 (cm/km) 和一系列高程异常高差改正数 (m) 的模型值，保留4位有效数字。
>> 参数设置结果已输入系统!
>> 计算开始时间: 2023-02-10 22:15:44
>> 完成模型高程异常高差改正数计算!
>> 计算结束时间: 2023-02-10 22:17:54
```

The results table at the bottom left shows the following data:

lat	ellipHeight (m)	geoidheight (m)			
3	27.020833	1217.221	-30.8082	0.6721	-0.0084
0	27.020833	1201.227	-30.8052	0.8284	-0.0102
7	27.020833	1185.247	-30.7849	0.9847	-0.0120
3	27.020833	1210.287	-30.7411	1.1368	-0.0141
0	27.020833	1228.340	-30.6802	1.2800	-0.0161
7	27.020833	1247.396	-30.6183	1.4102	-0.0180
3	27.020833	1244.440	-30.5729	1.5240	-0.0194
0	27.020833	1199.469	-30.5503	1.6184	-0.0199
7	27.020833	1183.494	-30.5360	1.6906	-0.0205
3	27.020833	1109.535	-30.4998	1.7396	-0.0198
0	27.020833	1000.613	-30.4157	1.7646	-0.0182
7	27.020833	1135.735	-30.2841	1.7631	-0.0206
3	27.020833	1249.869	-30.1357	1.7393	-0.0223
0	27.020833	1251.986	-30.0096	1.6959	-0.0217
7	27.020833	1289.077	-29.9216	1.6347	-0.0216
3	27.020833	1292.154	-29.8523	1.5599	-0.0206

Two heatmaps are shown on the right, labeled "高程异常径向梯度模型值km/cm" and "高程异常高差改正数模型值m".

Legend:

- 当计算点在地面、目标点位于大地水准面时，程序计算正高与正常高之差，即高程异常与大地水准面高之差。
- 高程异常高差改正数m = 模型高程异常高差改正数，或模型+残差高程异常高差改正数，或模型+残差高差改正数+实测重力校正值。
- 高程异常径向梯度cm/km = 模型径向梯度，或模型+残差径向梯度，或模型+残差径向梯度+实测重力校正值。

5.1.2 残差高程异常高差改正数局部精化

[功能]利用等位面大地高及其面上残差扰动重力格网，由计算点与目标点大地高，精化残差高程异常径向梯度 (cm/km)、残差高程异常高差改正数 (m)。

残差扰动重力，可事先调用有关模块按参考重力场移去恢复法精化，也可按参考重力场与地形影响组合移去恢复法精化。

[输入]近地空间计算点文件，等位面大地高格网及其面上残差扰动重力格网文件。

近地空间计算点文件记录格式：点号/点名 经度 (度小数) 纬度 (度小数) 大地高 (m) ...目标大地高...

[参数设置]设置计算点文件格式，输入计算点大地高和目标大地高在记录中的列序号

号，输入残差高程异常高差改正数精化的积分半径 (km)。

[输出]计算点残差高程异常高差改正数结果文件。

在源点值文件记录的基础上，增加一列该点的高程异常径向梯度 (cm/km) 和一列高程异常差异改正数 (m) 的残差值，保留 4 位有效数字。

参考重力场模型高程异常高差改正 残差高程异常高差改正数局部精化 高程异常高差改正数实测重力校正 高程系统之间解析关系

打开近地空间计算点文件 计算过程 ** 操作提示 计算信息保存

设置点值文件格式参数 移去恢复法精化。
头文件序号 1 大地高列序号 4
目标大地高所在的列序号 5
>> 打开近地空间计算点文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/AppHgtsysdifferent/mdldiffrst.txt.
** 观察下方窗口文件信息，设置点值文件格式...
>> 打开等位面残差扰动重力格网文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/AppHgtsysdifferent/dwmchrga.dat.
>> 打开等位面大地高格网文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/AppHgtsysdifferent/dwmhgt150s.dat.
>> 计算结果保存为 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/AppHgtsysdifferent/rntdiffrst.txt.
** 在源点值文件记录的基础上，增加一列该点的高程异常径向梯度 (cm/km) 和一列高程异常差异改正数 (m) 的残差值，保留4位有效数字。
>> 参数设置结果已输入系统!
>> 计算开始时间: 2023-02-10 22:21:18
>> 完成残差高程异常高差改正数计算!
>> 计算结束时间: 2023-02-10 22:22:04

计算结果保存为 参数设置结果输入 开始计算

oidheight(m)	高程异常径向梯度cm/km	高程异常高差改正数残差值m
1 -30.8082	0.6721	-0.0084
7 -30.8052	0.8284	-0.0102
7 -30.7849	0.9847	-0.0120
7 -30.7411	1.1368	-0.0141
0 -30.6802	1.2800	-0.0161
6 -30.6183	1.4102	-0.0180
0 -30.5729	1.5240	-0.0194
9 -30.5603	1.6184	-0.0199
4 -30.5360	1.6906	-0.0205
5 -30.4998	1.7396	-0.0198
3 -30.4157	1.7646	-0.0182
5 -30.2841	1.7631	-0.0206
9 -30.1357	1.7393	-0.0223
6 -30.0096	1.6959	-0.0217
7 -29.9216	1.6347	-0.0216
4 -29.8523	1.5599	-0.0206
	1.0239	-0.0128
	1.1014	-0.0136
	1.0145	-0.0123
	0.7312	-0.0091
	0.3232	-0.0041
	-0.0278	0.0004
	-0.1268	0.0016
	0.0985	-0.0012
	0.4995	-0.0061
	0.7431	-0.0085
	0.5545	-0.0057
	-0.0312	0.0004
	-0.7351	0.0094
	-1.1215	0.0144
	-1.0465	0.0138
	-0.7523	0.0093

提取高差改正数 图形绘制

高程异常径向梯度残差值km/cm 高程异常高差改正数残差值m

- 当计算点在地面、目标点位于大地水准面时，程序计算正高与正常高之差，即高程异常与大地水准面高之差。
- 高程异常高差改正数m = 模型高程异常高差改正数，或模型+残差高程异常高差改正数，或模型+残差高差改正数+实测重力校正值。
- 高程异常径向梯度cm/km = 模型径向梯度，或模型+残差径向梯度，或模型+残差径向梯度+实测重力校正值。

5.1.3 高程异常高差改正数实测重力校正

[功能]依次调用左上方两个功能模块，将计算点处的实测扰动重力，移去模型值和残差值后，得到剩余残差实测扰动重力，再由计算点与目标点的大地高，计算高程异常径向梯度实测校正值 (cm/km) 和高程异常高差改正数的实测校正值 (m)。

当计算点存在实测重力数据时，此项功能可进一步提高该点处高程异常径向梯度和高程异常高差改正数的确定精度。

请事先从实测扰动重力中，移去其参考重力场模型值和区域重力场精化计算的残差值 (mGal) 后，生成剩余残差实测扰动重力。

[输入]近地空间计算点文件。

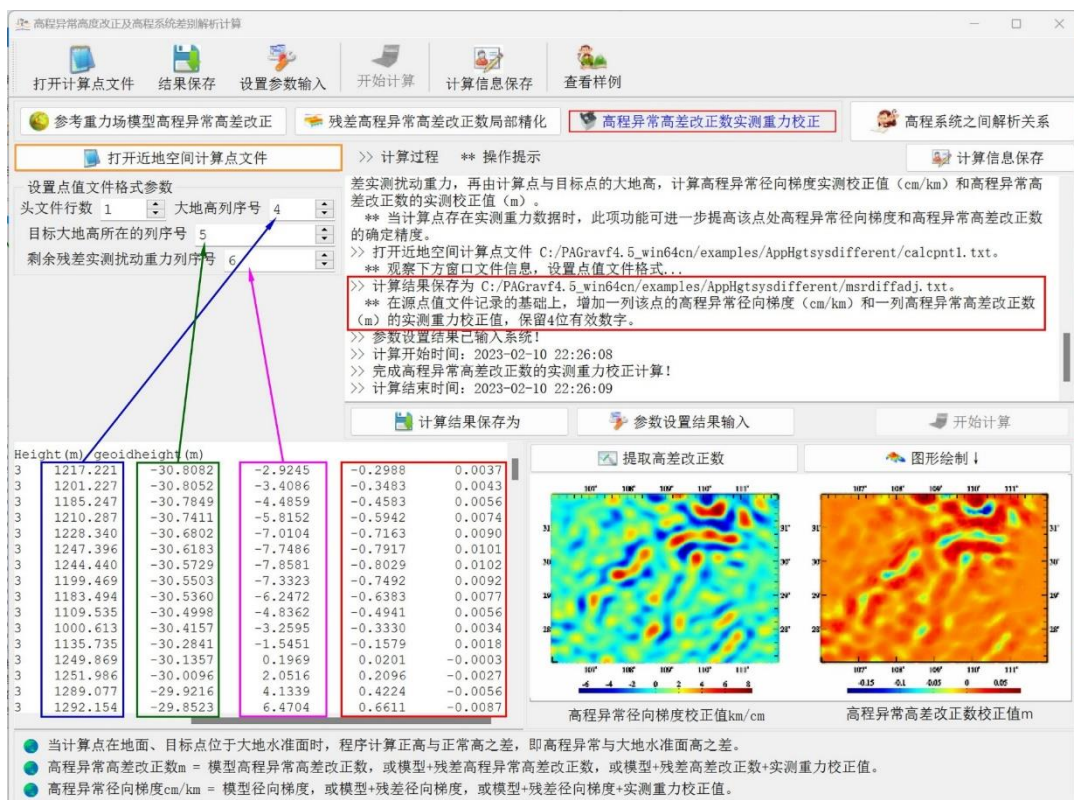
近地空间计算点文件记录格式：点号/点名 经度 (度小数) 纬度 (度小数) 大地高 (m) ...目标大地高... 剩余残差实测扰动重力 (mGal) ...

[参数设置]设置计算点文件格式，输入计算点大地高、目标大地高和剩余残差实测扰动重力在记录中的列序号。

[输出]计算点高程异常高差改正数实测重力校正结果文件。

在源点值文件记录的基础上，增加一列该点的高程异常径向梯度（cm/km）和一列高程异常高差改正数（m）的实测重力校正值，保留4位有效数字。

当计算点在地面、目标点位于大地水准面时，程序计算正高与正常高之差，即高程异常与大地水准面高之差。



高程异常高差改正数 m = 模型高程异常高差改正数，或模型+残差高程异常高差改正数，或模型+残差高差改正数+实测重力校正值。

高程异常径向梯度 cm/km = 模型径向梯度，或模型+残差径向梯度，或模型+残差径向梯度+实测重力校正值。

高程异常高差改正，也可称为高程异常径向梯度改正，或高程异常的扰动重力改正。

5.2 过指定点重力等位面构造与精化计算

[目标]先由参考重力场模型确定重力等位面的大地高模型值，再按移去恢复法由区域残差扰动重力场元格网对等位面大地高进一步精化。

5.2.1 参考重力场模型重力等位面构造

[功能]利用参考地球重力场位系数模型，计算过指定点 (B, L, H) 重力等位面的重力 $(mGal)$ 和大地高 (m) 模型值格网。

[输入]重力等位面范围格网文件，参考重力场系数模型文件。

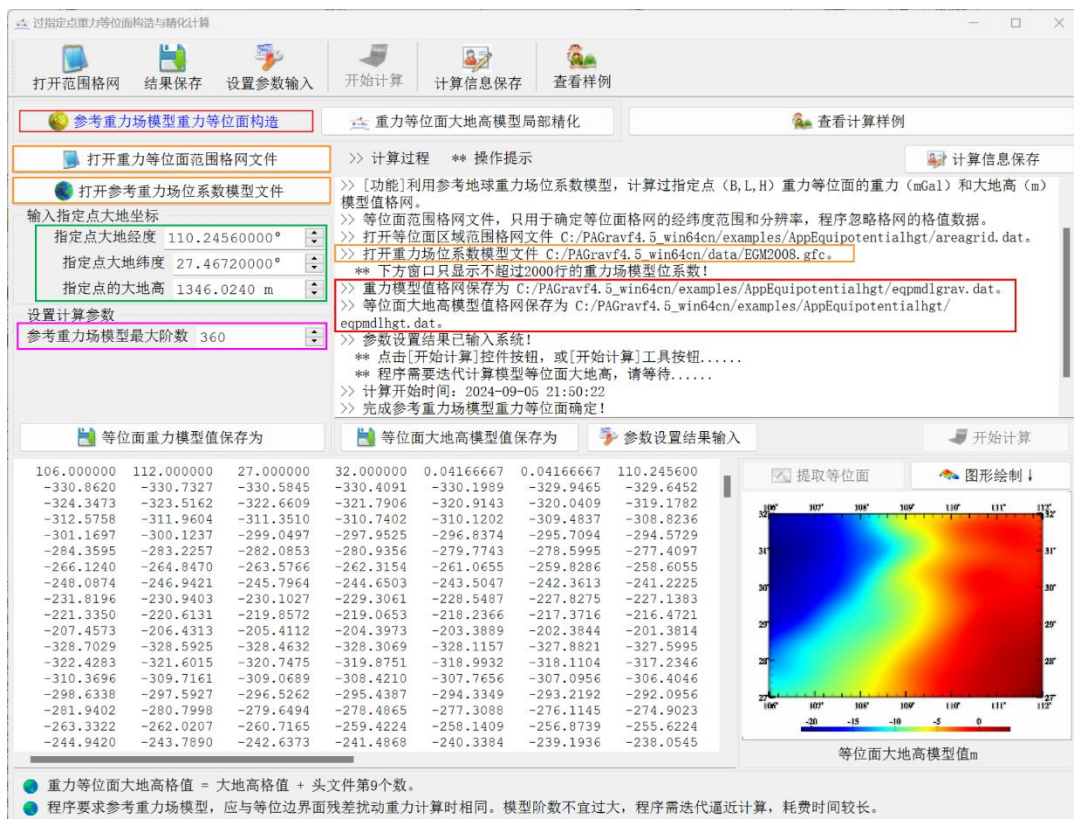
等位面范围格网文件，只用于确定等位面格网的经纬度范围和分辨率，程序忽略格网的格值数据。

位系数模型文件第 1 行约定为位系数尺度参数：地心引力常数 GM ($10^{14}\text{m}^3/\text{s}^2$) 与椭球长半轴 a (m)。尺度参数 (GM、a) 是位系数模型的表示基准。

[参数设置]输入指定点大地坐标 (经纬度大地高)，与位系数模型最大计算阶数。

程序要求指定点落在等位面格网范围内。位系数模型阶数不宜过大，程序需要迭代逼近计算，耗费时间较长。

[输出]过指定点重力等位面的重力和大地高模型值格网文件。



程序要求参考重力场模型，应与 5.2.2 节等位边界面残差扰动重力计算时完全相同。

5.2.2 重力等位面大地高模型局部精化

[功能]由某一等位边界面大地高及其残差扰动重力格网，参考重力场模型计算的等位面重力和大地高模型值格网，精化过指定点 (B, L, H) 等位面的大地高 (m) 格网。

用移去参考重力场模型值的残差扰动重力，计算等位面残差大地高改正数。

[输入]等位边界面大地高格网及其面上残差扰动重力格网文件，等位面模型重力和模型大地高格网文件。

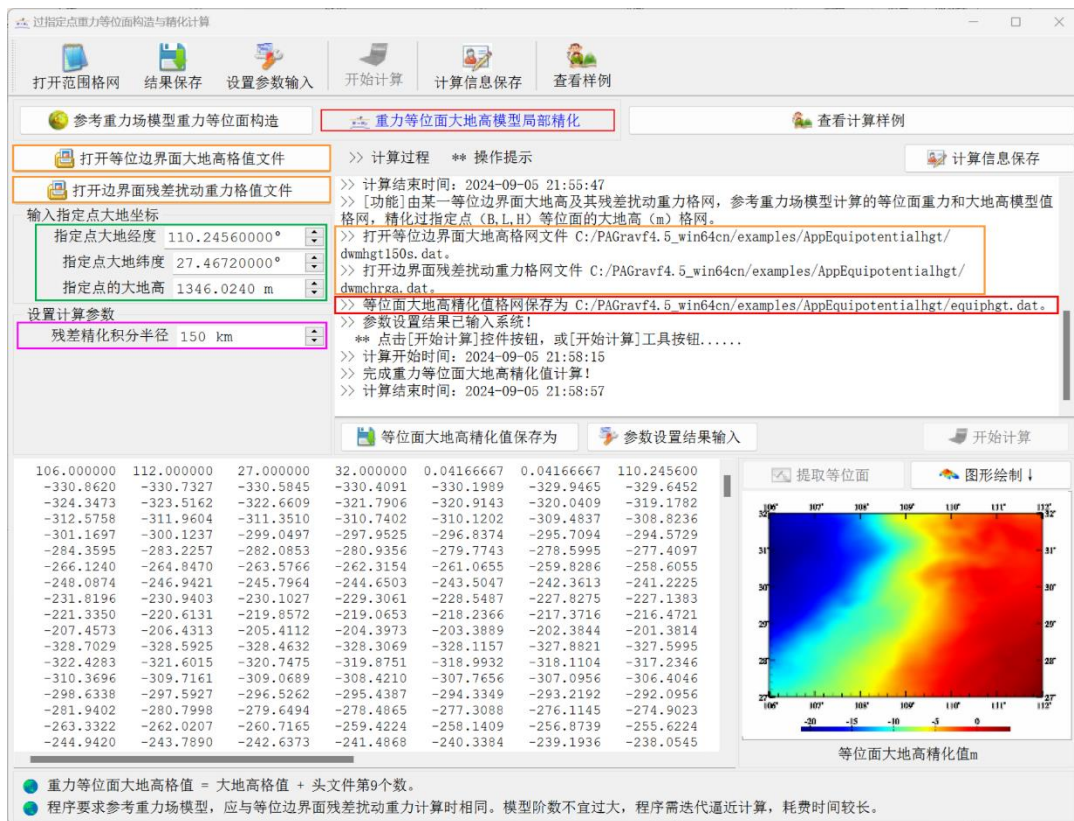
注意区别等位边界面与待确定的等位面。这里的等位边界面特指残差扰动重力格网

数据所在的边界面。

[参数设置]输入指定点大地坐标（经纬度大地高），与残差精化积分半径（km）。

[输出]过指定点等位面大地高精化值格网文件。

重力等位面大地高格值 = 大地高格值 + 头文件第 9 个数。



5.3 过指定点等高面重力位和大地高计算

[目标]先由参考重力场模型确定等高面的模型重力位，再按移去恢复法由区域残差扰动重力场元格网对等高面的重力位进一步精化。

5.3.1 等高面重力位和大地高模型值确定

[功能]利用参考地球重力场位系数模型，计算过指定点(B,L)等正(常)高面的重力位(m²/s²)、大地高(m)和重力(mGal)模型值格网。

[输入]等高面范围格网文件，参考重力场位系数模型文件。

等高面范围格网文件，只用于确定等高面格网的经纬度范围和分辨率，程序忽略格网的格值数据。

位系数模型文件第 1 行约定为位系数尺度参数：地心引力常数 GM (10¹⁴m³/s²) 与椭圆长半轴 a (m)。尺度参数 (GM、a) 是位系数模型的表示基准。

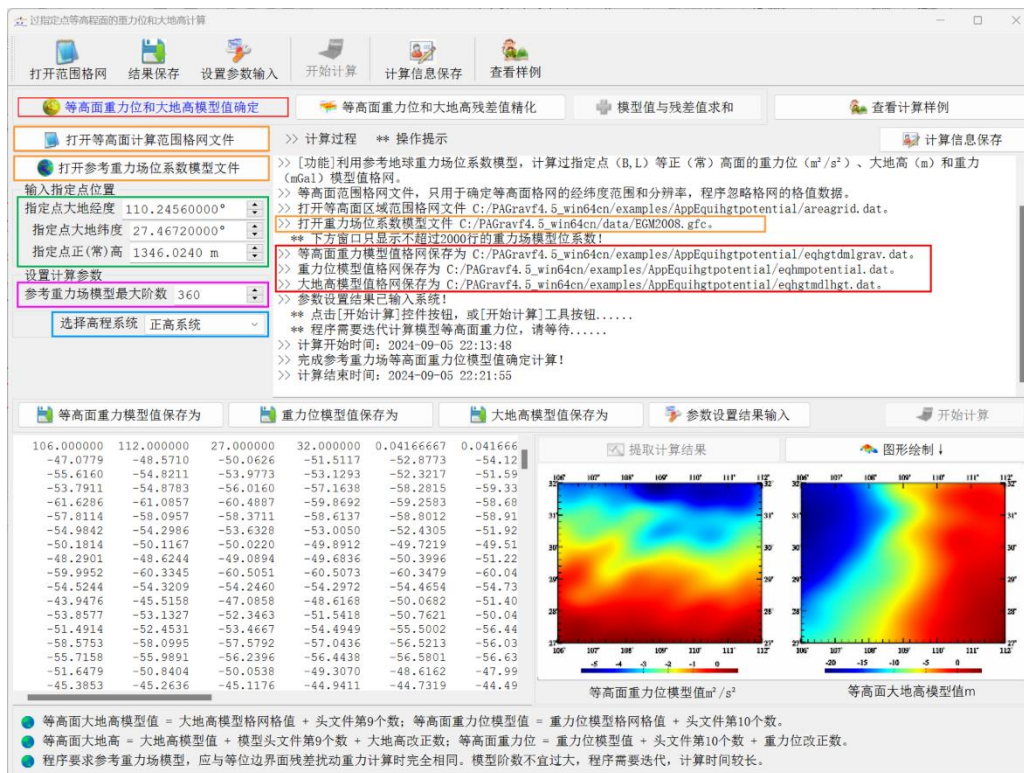
[参数设置]输入指定点经纬度和正(常)高，选择高程系统类型，输入位系数模型

最大计算阶数。

程序要求指定点落在等高面格网范围内。

程序要求参考重力场模型，应与5.3.2节等位边界面残差扰动重力计算时完全相同。模型阶数不宜过大，程序需要迭代，计算时间较长。

[输出]过指定点等高面的重力位、重力和大地高模型值格网文件。



5.3.2 等高面重力位和大地高残差值精化

[功能]由某一等位边界面大地高及其残差扰动重力格网，计算过指定点 (B, L) 等正(常)高面相对于指定点的重力位 (m^2/s^2) 和大地高 (m) 改正数格网。

用移去参考重力场模型值的残差扰动重力，计算等高面的残差重力位(重力位改正量)和残差大地高(大地高改正量)。

[输入]等位边界面大地高格网及其面上残差扰动重力格网文件，等高面模型重力格网和模型大地高格网文件。

[参数设置]输入指定点大地坐标(经纬度大地高)，输入残差精化积分半径(km)。

[输出]过指定点等高面的重力位改正数格网和大地高改正数格网文件。

5.3.3 模型值与残差值求和

[功能]将重力位、大地高模型值分别与其改正数相加，获得过指定点 (B, L) 等高面重力位和大地高最终值。

[输出]等高面重力位格网与等高面大地高格网文件。

通过指定点等高面的重力位和大地高计算

打开范围格网 结果保存 设置参数输入 开始计算 计算信息保存 查看样例

等高面重力位和大地高模型值确定 等高面重力位和大地高残差值精化 模型值与残差值求和 查看计算样例

打开等位边界面大地高格网文件 >> 计算过程 ** 操作提示

打开边界面残差扰动重力格网文件

输入指定点位置

指定点大地经度 110.24560000°

指定点大地纬度 27.46720000°

指定点正(常)高 1346.0240 m

设置计算参数

重力位残差精化积分半径 150 km

选择高程系统 正高系统

>> 计算过程 ** 操作提示

** 程序需要迭代计算模型等高面重力位, 请等待.....

>> 计算开始时间: 2024-09-05 22:13:48

>> 完成参考重力场等高面重力位模型值确定计算!

>> 计算结束时间: 2024-09-05 22:21:55

>> [功能]由某一等位边界面大地高及其残差扰动重力格网, 计算过指定点(B.L)等正(常)高面相对于指定点的重力位(m²/s²)和大地高(m)改正数格网。

>> 打开等位边界面大地高格网文件 C:/PAGravf4.5_win64cn/examples/AppEquihgtpotential/dwmhgt150s.dat.

>> 打开边界面残差扰动重力格网文件 C:/PAGravf4.5_win64cn/examples/AppEquihgtpotential/dmchrsga.dat.

>> 重力位改正数格网保存为 C:/PAGravf4.5_win64cn/examples/AppEquihgtpotential/eqhpotendj.dat.

>> 大地高改正数格网保存为 C:/PAGravf4.5_win64cn/examples/AppEquihgtpotential/eqhgtad.dat.

>> 参数设置结果已输入系统!

** 点击[开始计算]控件按钮, 或[开始计算]工具按钮.....

>> 计算开始时间: 2024-09-05 22:30:15

>> 完成等高面重力位残差精化计算!

>> 计算结束时间: 2024-09-05 22:31:16

重力位改正数格网保存为 大地高改正数格网保存为 参数设置结果输入 开始计算

106.000000	112.000000	27.000000	32.000000	0.04166667	0.041666
-47.0779	-48.5710	-50.0626	-51.5117	-52.8773	-54.12
-55.6160	-54.8211	-53.9773	-53.1293	-52.3217	-51.59
-53.7911	-54.8783	-56.0160	-57.1638	-58.2815	-59.33
-61.6286	-61.0857	-60.4887	-59.8692	-59.2583	-58.68
-57.8114	-58.0957	-58.3711	-58.6137	-58.8012	-58.91
-54.9842	-54.2986	-53.6328	-53.0050	-52.4305	-51.92
-50.1814	-50.1167	-50.0220	-49.8912	-49.7219	-49.51
-48.2901	-48.6244	-49.0894	-49.6836	-50.3996	-51.22
-59.9952	-60.3345	-60.5051	-60.5073	-60.3479	-60.04
-54.5244	-54.3209	-54.2460	-54.2972	-54.4654	-54.73
-43.9476	-45.5158	-47.0858	-48.6168	-50.0682	-51.40
-53.8577	-53.1327	-52.3463	-51.5418	-50.7621	-50.04
-51.4914	-52.4531	-53.4667	-54.4949	-55.5002	-56.44
-58.5753	-58.0955	-57.5792	-57.0436	-56.5213	-56.03
-55.7158	-55.9891	-56.2396	-56.4438	-56.5801	-56.63
-51.6479	-50.8404	-50.0538	-49.3070	-48.6162	-47.99
-45.3853	-45.2636	-45.1176	-44.9411	-44.7319	-44.49

提取计算结果 图形绘制 ↓

等高面重力位残差值m²/s² 等高面大地高残差值m

- 等高面大地高模型值 = 大地高模型格网值 + 头文件第9个数; 等高面重力位模型值 = 重力位模型格网值 + 头文件第10个数。
- 等高面大地高 = 大地高模型值 + 模型头文件第9个数 + 大地高改正数; 等高面重力位 = 重力位模型值 + 头文件第10个数 + 重力位改正数。
- 程序要求参考重力场模型, 应与等位边界面残差扰动重力计算时完全相同。模型阶数不宜过大, 程序需要迭代, 计算时间较长。

通过指定点等高面的重力位和大地高计算

打开范围格网 结果保存 设置参数输入 开始计算 计算信息保存 查看样例

等高面重力位和大地高模型值确定 等高面重力位和大地高残差值精化 模型值与残差值求和 查看计算样例

打开等位边界面大地高格网文件 >> 计算过程 ** 操作提示

打开边界面残差扰动重力格网文件

输入指定点位置

指定点大地经度 110.24560000°

指定点大地纬度 27.46720000°

指定点正(常)高 1346.0240 m

选择高程系统 正高系统

>> 计算过程 ** 操作提示

>> 重力位改正数格网保存为 C:/PAGravf4.5_win64cn/examples/AppEquihgtpotential/eqhpotendj.dat.

>> 大地高改正数格网保存为 C:/PAGravf4.5_win64cn/examples/AppEquihgtpotential/eqhgtad.dat.

>> 参数设置结果已输入系统!

** 点击[开始计算]控件按钮, 或[开始计算]工具按钮.....

>> 计算开始时间: 2024-09-05 22:30:15

>> 完成等高面重力位残差精化计算!

>> 计算结束时间: 2024-09-05 22:31:16

>> [功能]将重力位、大地高模型值分别与其改正数相加, 获得过指定点(B.L)等高面重力位和大地高最终值。

>> 等高面重力位格网保存为 C:/PAGravf4.5_win64cn/examples/AppEquihgtpotential/eqhpotential1rst.dat.

>> 等高面大地高格网保存为 C:/PAGravf4.5_win64cn/examples/AppEquihgtpotential/eqhgt1rst.dat.

>> 参数设置结果已输入系统!

** 点击[开始计算]控件按钮, 或[开始计算]工具按钮.....

>> 计算开始时间: 2024-09-05 22:32:51

>> 完成等高面的模型值与残差值求和!

>> 计算结束时间: 2024-09-05 22:32:51

等高面重力位格网保存为 等高面大地高格网保存为 参数设置结果输入 开始计算

106.000000	112.000000	27.000000	32.000000	0.04166667	0.041666
-47.0779	-48.5710	-50.0626	-51.5117	-52.8773	-54.12
-55.6160	-54.8211	-53.9773	-53.1293	-52.3217	-51.59
-53.7911	-54.8783	-56.0160	-57.1638	-58.2815	-59.33
-61.6286	-61.0857	-60.4887	-59.8692	-59.2583	-58.68
-57.8114	-58.0957	-58.3711	-58.6137	-58.8012	-58.91
-54.9842	-54.2986	-53.6328	-53.0050	-52.4305	-51.92
-50.1814	-50.1167	-50.0220	-49.8912	-49.7219	-49.51
-48.2901	-48.6244	-49.0894	-49.6836	-50.3996	-51.22
-59.9952	-60.3345	-60.5051	-60.5073	-60.3479	-60.04
-54.5244	-54.3209	-54.2460	-54.2972	-54.4654	-54.73
-43.9476	-45.5158	-47.0858	-48.6168	-50.0682	-51.40
-53.8577	-53.1327	-52.3463	-51.5418	-50.7621	-50.04
-51.4914	-52.4531	-53.4667	-54.4949	-55.5002	-56.44
-58.5753	-58.0955	-57.5792	-57.0436	-56.5213	-56.03
-55.7158	-55.9891	-56.2396	-56.4438	-56.5801	-56.63
-51.6479	-50.8404	-50.0538	-49.3070	-48.6162	-47.99
-45.3853	-45.2636	-45.1176	-44.9411	-44.7319	-44.49

提取计算结果 图形绘制 ↓

等高面重力位m²/s² 等高面大地高m

- 等高面大地高模型值 = 大地高模型格网值 + 头文件第9个数; 等高面重力位模型值 = 重力位模型格网值 + 头文件第10个数。
- 等高面大地高 = 大地高模型值 + 模型头文件第9个数 + 大地高改正数; 等高面重力位 = 重力位模型值 + 头文件第10个数 + 重力位改正数。
- 程序要求参考重力场模型, 应与等位边界面残差扰动重力计算时完全相同。模型阶数不宜过大, 程序需要迭代, 计算时间较长。

等高面大地高模型值 = 大地高模型格网值 + 头文件第 9 个数; 等高面重力位模型值 = 重力位模型格网值 + 头文件第 10 个数。

等海面大地高 = 大地高模型值 + 模型头文件第 9 个数 + 大地高改正数；等海面重力位 = 重力位模型值 + 头文件第 10 个数 + 重力位改正数。

5.4 残差 GNSS 水准大地水准面精度评定

[功能]基于 GNSS 水准高程异常与重力场误差的谱域特性，由 GNSS 水准残差高程异常 (m)，估计并确定重力地面高程异常误差、实用地面高程异常内部误差、实用地面高程异常误差曲线与 GNSS 水准高程异常误差曲线 (cm)。将地面高程异常替换成大地水准面高，就是正高系统的大地水准面精度评估。

[输入]GNSS 水准残差点值文件。

GNSS 水准残差：正常高系统中 GNSS 水准实测与重力高程异常之差，正高系统中 GNSS 水准实测与重力大地水准面高之差。

[参数设置]输入 GNSS 水准残差在输入文件记录中的列序号，设置 GNSS 水准点平均间距、GNSS 基线大地高差固定误差与比例误差，输入 GNSS 水准点两两组合分组数、输出误差曲线最大距离与误差曲线的距离间隔。

程序将 n 个 GNSS 水准点进行两两全组合，形成 $n(n-1)/2$ 条边，并按边长排序后，分组统计 GNSS 水准残差高程异常差。

残差GNSS水准大地水准面精度评定

打开GNSS水准 结果保存 设置参数输入 开始计算 计算信息保存 查看样例

打开GNSS水准残差点值文件 >> 计算过程 ** 操作提示 计算信息保存 ↓

头文件行数 1 残差量列序号 5 GNSSlksirent.txt

输入GNSS水准网性质参数

GNSS水准点平均间距 20 km

GNSS基线大地高差固定误差 5 mm

基线大地高差比例误差 0.100 mm/km

设置误差曲线参数

GNSS水准点两两组合分组数 50

输出误差曲线最大距离 200 km

输出误差曲线的距离间隔 1.0 km

** 观察下方窗口文件信息，设置点值文件格式...
 >> 计算结果保存为C:/PAGravf4.5_win64cn/examples/AppGeoiderrorestim/result.txt.
 >> 头文件由5个参数构成：GNSS水准残差高程异常标准差 (cm)，两两组合后GNSS水准残差高程异常标准差 (cm)，重力高程异常误差 (cm)，高程异常差内符合误差 (cm)，每千米正 (常) 高差误差 (cm/km)。
 >> 文件记录用于表达3条误差曲线：第1列距离 (km，自变量)，第2列GNSS水准高程异常差误差 (cm)，第3列重力高程异常误差 (cm，常量)，第4列实用高程异常内符合误差 (cm)。
 >> 参数设置结果已输入系统！
 ** 点击[开始计算]控件按钮，或[开始计算]工具按钮.....
 >> 计算开始时间：2023-02-11 08:03:58
 >> 完成GNSS水准残差大地水准面精度评定计算！
 >> 计算结束时间：2023-02-11 08:03:58

误差曲线估计结果保存为 参数设置结果输入 开始计算

3.07963	4.32820	1.97371	1.56767	0.56426
8	1.16838	1.97371	1.00542	
9	1.20333	1.97371	1.02743	
10	1.23594	1.97371	1.04751	
11	1.26659	1.97371	1.06597	
12	1.29556	1.97371	1.08307	
13	1.32308	1.97371	1.09900	
14	1.34933	1.97371	1.11390	
15	1.37447	1.97371	1.12792	
16	1.39860	1.97371	1.14114	
17	1.42185	1.97371	1.15366	
18	1.44428	1.97371	1.16555	
19	1.46599	1.97371	1.17687	
20	1.48702	1.97371	1.18767	
21	1.50745	1.97371	1.19800	
22	1.52722	1.97371	1.20760	

提取误差曲线 图形绘制 ↓

GNSS leveling height anomaly error
 gravitational height anomaly error
 hybrid height anomaly error

GNSS水准残差：正常高系统中GNSS水准实测与重力高程异常之差，正高系统中GNSS水准实测与重力大地水准面高之差。
 大地水准面精度评定依据：两点GNSS水准高程异常差的误差随距离增大，两点重力高程异常差的误差随距离明显变化。

[输出]区域大地水准面误差曲线文件。

头文件由 5 个参数构成：GNSS 水准残差高程异常标准差 (cm)，两两组合后 GNSS 水准残差高程异常差标准差 (cm)，重力高程异常误差 (cm)，高程异常差内符合误差

差 (cm)，每千米正 (常) 高差误差 (cm/km)。

文件记录用于表达 3 条误差曲线：第 1 列距离 (km，自变量)，第 2 列 GNSS 水准高程异常差误差 (cm)，第 3 列重力高程异常差误差 (cm，常量)，第 4 列实用高程异常内符合误差 (cm)。

大地水准面精度评定依据：两点 GNSS 水准高程异常差的误差随距离增大，两点重力高程异常差的误差不随距离明显变化。

5.5 GNSS 水准融合与高程基准优化计算

[目标]由 GNSS 水准残差大地水准面高或残差高程异常数据，确定区域高程基准位差及高程基准零点参数，计算实用大地水准面改正数，优化区域高程基准 (GNSS 水准网) 成果。

PAGrav4.5 建议，全球大地位 W_0 采用重力大地水准面的重力位 W_G 即 U_0 ，代替 IERS 数值标准中按高斯定义由重力场模型和全球海面高数据联合估计的经验 W_0 。

5.5.1 区域高程基准零点重力位差计算

[功能]利用 GNSS 水准实测高程异常/大地水准面高 (m)、残差高程异常/大地水准面高 (m) 等，估计区域高程基准零点重力位 W_r ，进而由全球大地位 W_0 ，计算区域高程基准零点重力位差。

The screenshot shows the PAGrav4.5 software interface. The main window is titled "GNSS水准融合与高程基准优化计算". It has several tabs: "区域高程基准零点重力位差计算" (selected), "Poisson方程约束GNSS水准融合", and "GNSS水准残差水准网拟稳平差".

Under the selected tab, there are sections for "打开GNSS水准残差点值文件" (with input fields for file name, measurement sequence, and point sequence) and "计算过程" (operation instructions). The instructions describe the calculation process and the parameters used.

Below the instructions, there is a "参数设置结果已输入系统" (parameters entered) section with a list of results:

- 区域高程基准零点重力位 $W_r = 62636850.846 \text{ m}^2/\text{s}^2$
- 重力大地水准面的重力位 $U_0 = 62636858.709 \text{ m}^2/\text{s}^2$
- 全球高程基准零点重力位 $W_0 = 62636853.400 \text{ m}^2/\text{s}^2$
- 区域高程基准相对重力大地水准面位差 $W_r - U_0 = -7.863 \text{ m}^2/\text{s}^2$
- 区域高程基准相对全球高程基准面位差 $W_r - W_0 = -2.554 \text{ m}^2/\text{s}^2$
- 重力大地水准面相对全球高程基准面位差 $U_0 - W_0 = 5.309 \text{ m}^2/\text{s}^2$

At the bottom, there is a table of results with columns for "cimal", "lat", "ellipHeight(m)", "geoHeight(m)", "residual", and "weight". The table contains 20 rows of data. To the right of the table is a plot titled "提取剩余GNSS水准残差" showing a scatter plot of residuals on a grid of latitude and longitude.

At the very bottom, there are four numbered footnotes:

- (1) PAGrav4.5建议，全球大地位 W_0 采用重力大地水准面的重力位 W_G 即 U_0 ，代替IERS数值标准中按高斯定义由海面高与重力场模型计算的 W_0 。
- (2) GNSS水准融合时，大地高属性与融合计算面大地高一致，即正常系统为GNSS水准点处大地水准面高，正常高系统为GNSS水准点的大地高。
- (3) GNSS水准融合后的剩余GNSS水准残差文件，可用于评价GNSS水准数据质量。若迭代过程残差数值不按一个方向变化，或残差数值变化性质离群的GNSS水准点，数据质量可能存在问。
- (4) GNSS水准网的水准测段文件采用约定格式，请参考主界面[PAGrav4.5数据格式及物理量约定]。

[输入]GNSS 水准残差点值文件。

GNSS 水准残差：正常高系统中 GNSS 水准实测与重力高程异常之差，正高系统中 GNSS 水准实测与重力大地水准面高之差。

[参数设置]设置 GNSS 水准残差点值文件格式参数，输入全球大地位 W_0 。

[输出]剩余 GNSS 水准残差文件。

头文件由 6 个参数构成： $W_r, U_0, W_0, W_r - U_0, W_r - W_0, U_0 - W_0$ 。 W_r, U_0, W_0 分别为高程基准重力位、重力大地水准面重力位和全球大地位。记录格式：在 GNSS 水准残差点值文件记录基础上，增加一列归算到重力大地水准面后的改正量，保留 4 位有效数字。

零正常高面与零正高面总是处处重合，严格一致。没有必要人为区分零正常高面与零正高面。

5.5.2 Poisson 方程约束 GNSS 水准融合

[功能]由 GNSS 水准残差与融合范围格网，采用 Poisson 积分方程约束，估计重力大地水准面高/重力地面高程异常改正数，实现 GNSS 水准与重力大地水准面解析融合。

[输入]GNSS 水准残差点值文件，融合面计算范围格网文件。

正常高系统的 GNSS 水准融合面是地面，输入地面大地高格网文件；正高系统的 GNSS 水准融合面是大地水准面，输入大地水准面高格网文件。

GNSS水准残差: 平均值	标准差	最小值	最大值	
原残差量:	0.0100	0.0369	-0.0518	0.0890
第1次迭代:	0.0018	0.0238	-0.0398	0.0640
第2次迭代:	0.0019	0.0202	-0.0401	0.0605
第3次迭代:	0.0017	0.0178	-0.0384	0.0538

[参数设置]GNSS 水准残差头文件行数，文件记录中大地高、GNSS 残差和权值属性

所在列序号，迭代次数 k ，平滑算子参数，边缘效应抑制参数，残差积分半径。

大地高与融合计算面大地高一致，即正高系统为 GNSS 水准点处大地水准面高，正常高系统为 GNSS 水准点的大地高。

残差积分半径。残差积分半径越小，计算速度越快。

平滑算子参数越大，滤波强度越大。

边缘效应抑制参数 n 。程序通过将格网边缘宽度为 n 个单元格网的未知数等于零作为观测方程，以抑制边缘和远区效应。

[输出]残差大地水准面/高程异常格网文件，GNSS 水准融合后的剩余 GNSS 水准残差文件。

剩余 GNSS 水准残差文件记录格式：在原 GNSS 水准残差文件记录的基础上增加 k 列每次迭代后的剩余 GNSS 水准残差属性。

局部重力场积分方法不具备处理 GNSS 水准系统偏差的能力。程序自动从所有 GNSS 水准残差中移去其统计平均值。

主界面输出迭代计算过程中剩余 GNSS 水准残差统计性质。

迭代计算后，应根据迭代过程中剩余 GNSS 残差统计性质变化情况，再次选择合适的迭代次数，重新计算一次！

GNSS 水准融合后的剩余 GNSS 水准残差文件，可用于评价 GNSS 水准数据质量。迭代过程数值不按一个方向变化，或数值变化性质离群的 GNSS 水准点，数据质量可能存在问题。

5.5.3 GNSS 水准残差水准网拟稳平差

[功能]由剩余 GNSS 水准残差，GNSS 水准网中水准测段文件，以全部 GNSS 水准点为拟稳基准，采用附有拟稳基准约束的间接最小二乘平差法，估计 GNSS 水准网中的水准点正（常）高改正数和 GNSS 水准点的高程异常改正数（拟稳基准未知数）。

[输入]剩余 GNSS 水准残差点值文件，GNSS 水准网水准测段文件。

GNSS 水准网的水准测段文件采用约定格式，请参考主界面[PAGrav4.5 数据格式及物理量约定]。

[输出]水准点正（常）高改正数文件，GNSS 水准点高程异常改正数文件。

5.6 GNSS 代替水准测定正(常)高计算器

[功能]利用区域大地水准面精化成果，由 GNSS 精密定位，测定 GNSS 定位点的正（常）高。

正高系统：输入大地水准面高格网文件。

正常高系统：输入地面高程异常格网文件，地面大地高格网（用于指定地面高程异常所在位置）文件，地面扰动重力格网文件（用于 GNSS 定位点高程异常的高度归算）。

程序可以实现 GNSS 代替水准同步测定正常高和正高，可以实现批量点 GNSS 代替水准计算。

The screenshot displays the software interface for GNSS-based leveling calculations. It is divided into two main sections: 'GNSS代替水准同步测定' (GNSS-based leveling synchronous determination) and 'GNSS代替水准批量计算' (GNSS-based leveling batch calculation).

GNSS代替水准同步测定 (Left Panel):

- 选择坐标系系统:** 正常高系统 (Normal Height System).
- 计算过程:** 计算GNSS代替水准计算 (Calculate GNSS-based leveling).
- 输入GNSS测点大地坐标:** 大地坐标 [106.2160000000°, 28.4280000000°, 大地高 121.0000m].
- 正高参数:** 正高差 955.3304m.
- 输出数据:** A table of calculated values for multiple points, including coordinates and height differences.

GNSS代替水准批量计算 (Right Panel):

- 选择坐标系系统:** 正常高系统 (Normal Height System).
- 计算过程:** 批量点GNSS代替水准计算 (Batch point GNSS-based leveling calculation).
- 输入GNSS测点大地坐标:** 大地坐标 [106.2160000000°, 28.4280000000°, 大地高 121.0000m].
- 正高参数:** 正高差 955.3301m.
- 输出数据:** A table of calculated values for multiple points, including coordinates and height differences.

Batch Calculation Results (Bottom Right):

The bottom right section shows the results of the batch calculation, listing point names, coordinates, and height differences. A red box highlights the '正高差' (Normal Height Difference) column, which contains values like 955.3301, 955.3302, 955.3303, etc.

name	long(decimal)	lat(decimal)	h	normal height difference
1	106.216000	28.428000	121.0000	955.3301
2	106.262500	25.020833	1872.6400	955.3302
3	106.104167	25.030833	1930.7200	955.3303
4	106.145833	25.020833	1931.7000	955.3304
5	106.121700	25.020833	1992.7400	955.3305
6	106.129167	25.020833	1989.7200	955.3306
7	106.170833	25.020833	1807.6300	955.3307
8	106.182500	25.020833	1838.0000	955.3308
9	106.154167	25.020833	1851.4000	955.3309
10	106.150833	25.020833	1864.9000	955.3310
11	106.137500	25.020833	1860.9000	955.3311
12	106.149167	25.020833	1837.4400	955.3312
13	106.120833	25.020833	1877.4000	955.3313
14	106.140000	25.020833	1879.5000	955.3314
15	106.140417	25.020833	1850.5100	955.3315
16	106.140000	25.020833	1879.5000	955.3316
17	106.148750	25.020833	1879.5000	955.3317
18	106.129167	25.020833	1847.5700	955.3318
19	106.170833	25.020833	1843.5000	955.3319
20	106.112500	25.020833	1761.9400	955.3320

第六章 大地测量数据文件编辑计算与可视化

大地测量数据文件编辑与计算程序集，主要用于标准数据文件构造、格式转换，插值与格网化，数据提取、分离与合并，向量及格网数据处理，多组数据基本运算，以及其他数据预处理等。



PAGrav4.5 采用自定义格式的 5 种类型大地测量稳态数据文件。[文本记录数据文件标准化提取]，是 PAGrav4.5 接受外部文本格式数据的重要接口。利用[区域数据格网生成与构造]，可以构造指定规格的大地测量数值格网文件。其他程序或模块，只接受 PAGrav4.5 本身产生的格式数据。

6.1 文本记录数据标准化提取

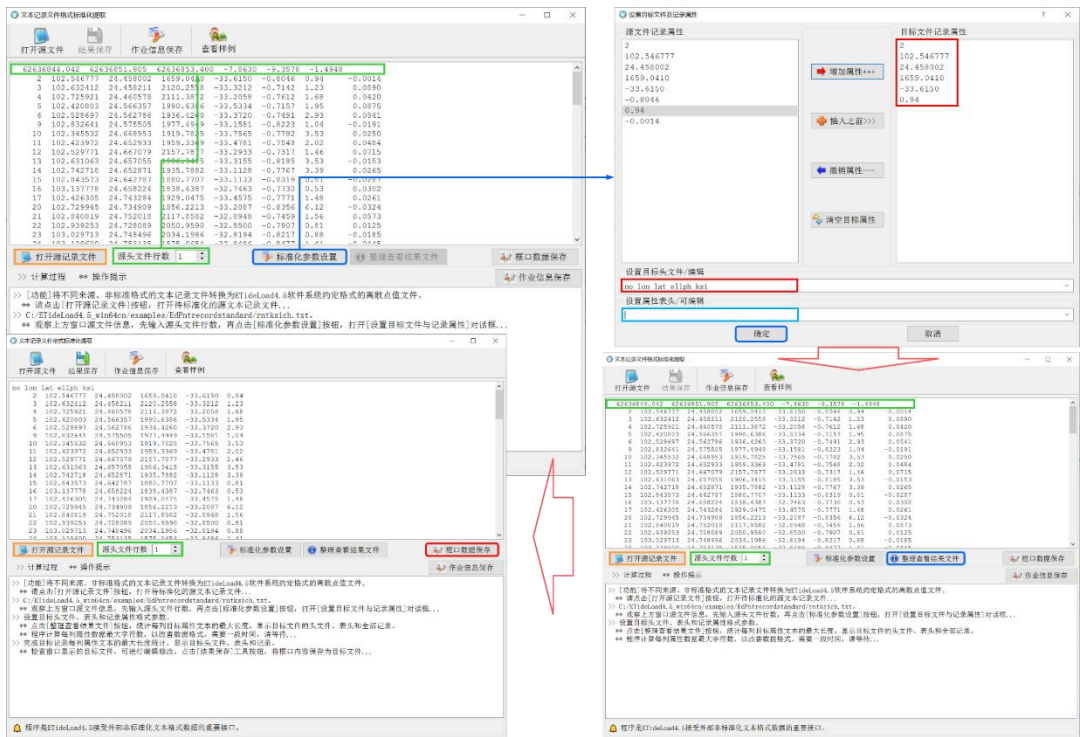
[功能]将不同来源、非标准格式的文本记录文件，转换为 PAGrav4.5 约定格式的离散点值文件。

打开源文本文件，观察上方窗口源文件信息，先输入源头文件行数，再点击[标准化参数设置]按钮，弹出对话框，选择需要的属性数据，并按需排列属性顺序，再设置目标头文件、表头和记录属性格式参数。

当目标文件不需要头文件或表头时，请将对应输入文本框的文字清空。

点击[确定]按钮关闭对话框，再点击[整理查看结果文件]按钮，程序统计每列目标属性文本的最大长度，并在文本框中显示目标文件的头文件、表头和全部记录。

目标属性统计整理过程需要时间，请等待...



检查文本窗显示的目标文件，必要时可进行编辑修改。最后，点击[结果保存]工具按钮，将文本框中内容保存为目标文件。

6.2 数据插值、提取与区域分离

6.2.1 插值法改变格网分辨率

[功能]按输入的格网分辨率和选定的插值方法提高或降低格网的分辨率。

[输入]大地测量数值格网文件。

[参数设置]输入目标格网空间分辨率、选择空间插值方式。

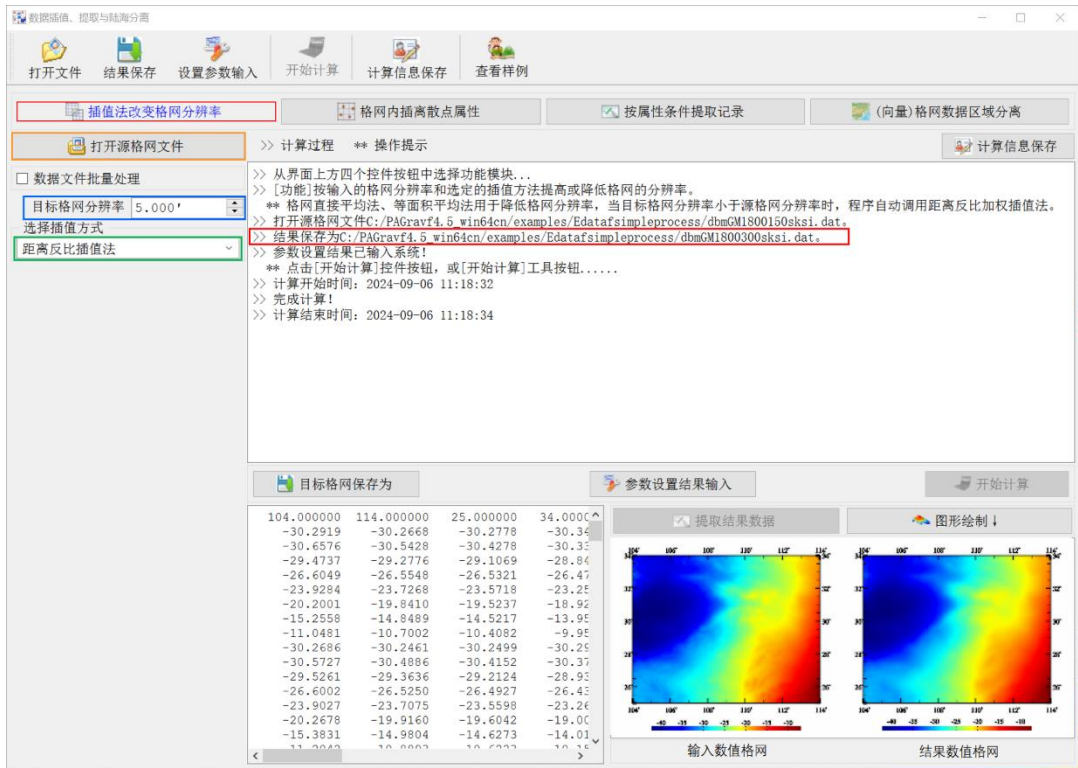
空间插值方式：距离反比插值法，高斯基函数插值，曲面样条插值法，格网直接平均法或格网等面积平均法。

[输出]目标大地测量数值格网文件。

格网直接平均法，将目标格网范围内的原格网有效格值求和，再除以有效格网数。格网等面积平均法，将目标格网范围内的原格网有效格值求和，再除以全部格网数。

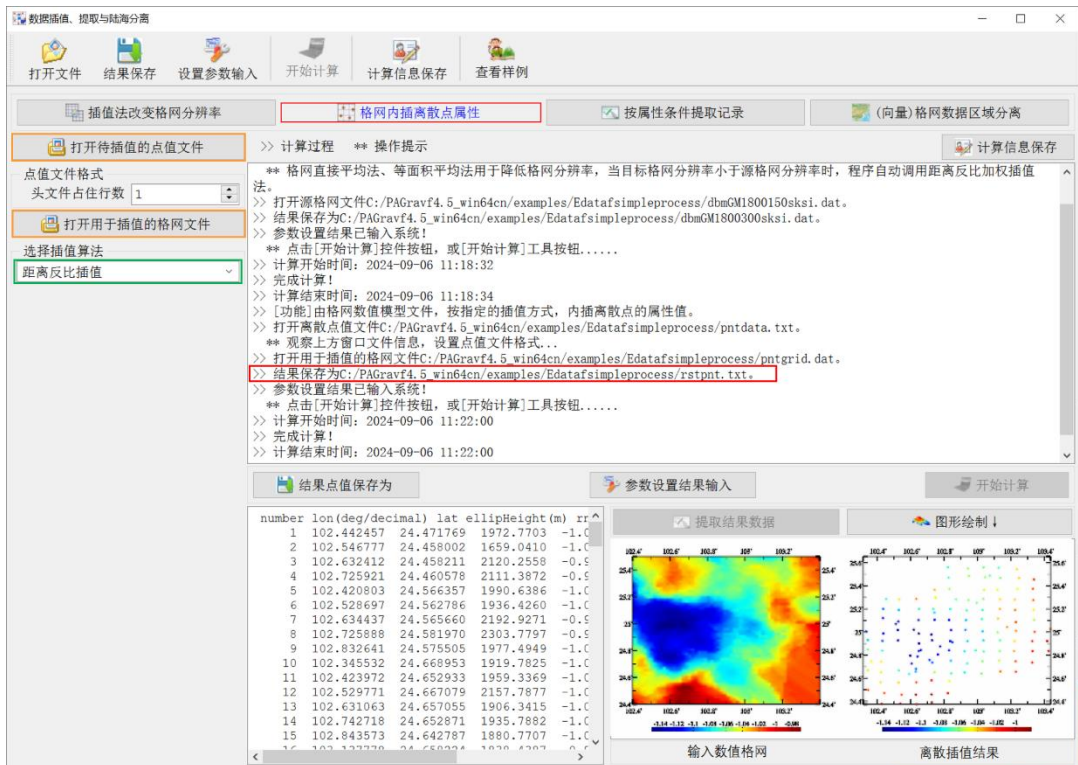
格网直接平均法、等面积平均法用于降低格网分辨率，当目标格网分辨率小于源格网分辨率时，程序自动调用距离反比加权插值法。

程序可一次实现多个格网分辨率改变。



6.2.2 格网内插离散点属性

[功能]由格网数字模型文件, 按指定的插值方式, 内插离散点的属性值。



[输入]待插值的离散点值文件（用于提供插值点的位置），用于插值的大地测量数值格网文件。

[参数设置]输入离散点值文件头文件行数，选择插值方法。

[输出]插值后的离散点文件。头文件同待插值的离散点值文件，记录在待插值离散点值文件记录的基础上，增加一列插值属性。

6.2.3 按属性条件提取记录

[功能]按所指定属性的最大最小值范围，提取离散点值文件记录。

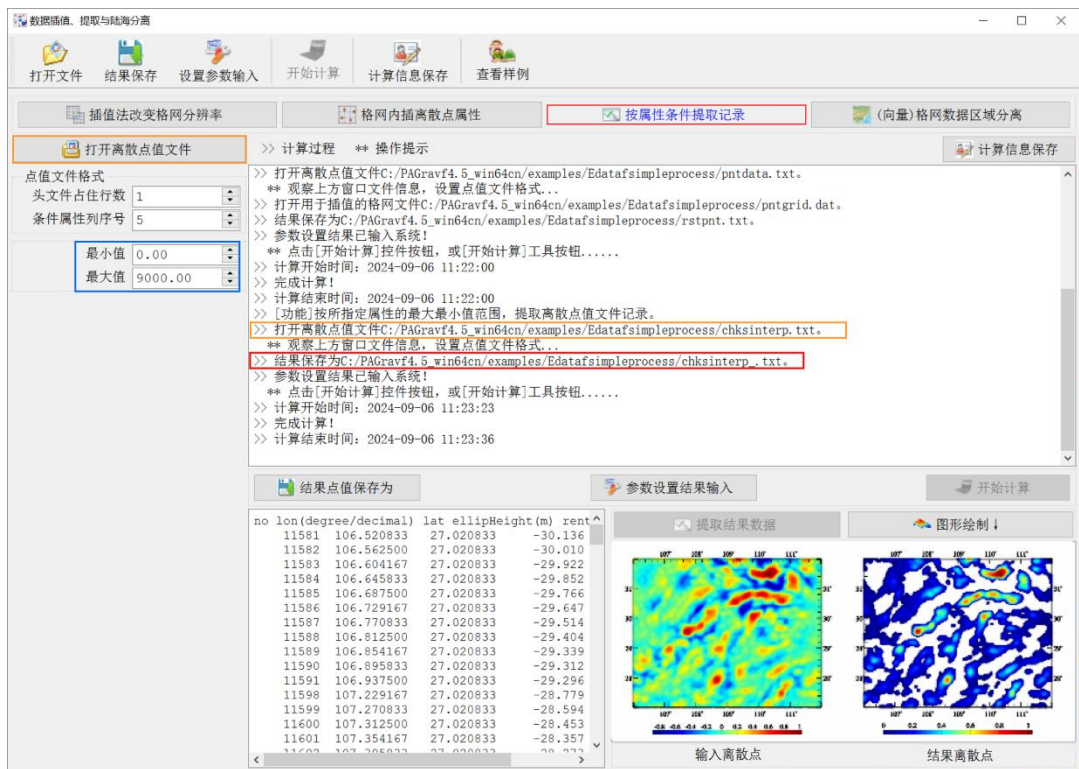
[输入]源离散点值文件。

[参数设置]输入离散点值文件头占据的行数，选择用于构造条件的属性 A，输入属性最大最小值范围 (a,b)。

程序提取离散点值记录中属性 A 满足 $a < A < b$ 的记录，按结果文件存储。

[输出]结果离散点值文件。

头文件即为源离散点值文件头。记录格式与源离散点值文件格式相同。



6.2.4 (向量) 格网数据区域分离

[功能]选择能区分不同区域的参考格网，通过用常数格值替换不满足条件的格网格值，分离 (向量) 格网中满足参考格网条件的目标区域 (向量) 格网数据。

程序要求参考格网能用其格值最小最大值范围区分目标区域。

程序可实现陆海 (向量) 格网数据分离，局部区域 (向量) 格网提取等功能，实现

批量（向量）格网的区域分离，且容许源（向量）格网的格网规格不完全一致。



6.3 大地测量数据文件简单直接运算

6.3.1 点值属性加权运算

[功能]对点值文件记录中给定的两个属性执行带权的加、减或乘法运算。

[输入]离散点值属性。

[参数设置]设置头文件行数，属性一、二在记录中的列序号，输入属性一、属性二的权值，选择运算方式。

[输出]结果点值文件。在原点值文件记录的基础上，增加 1 列加权运算值。

输出结果属性值 = 属性值一 × 权值一 ⊙ 属性值二 × 权值二，⊙为用户选择的加、减或乘法运算符。

6.3.2 格网格值加权运算

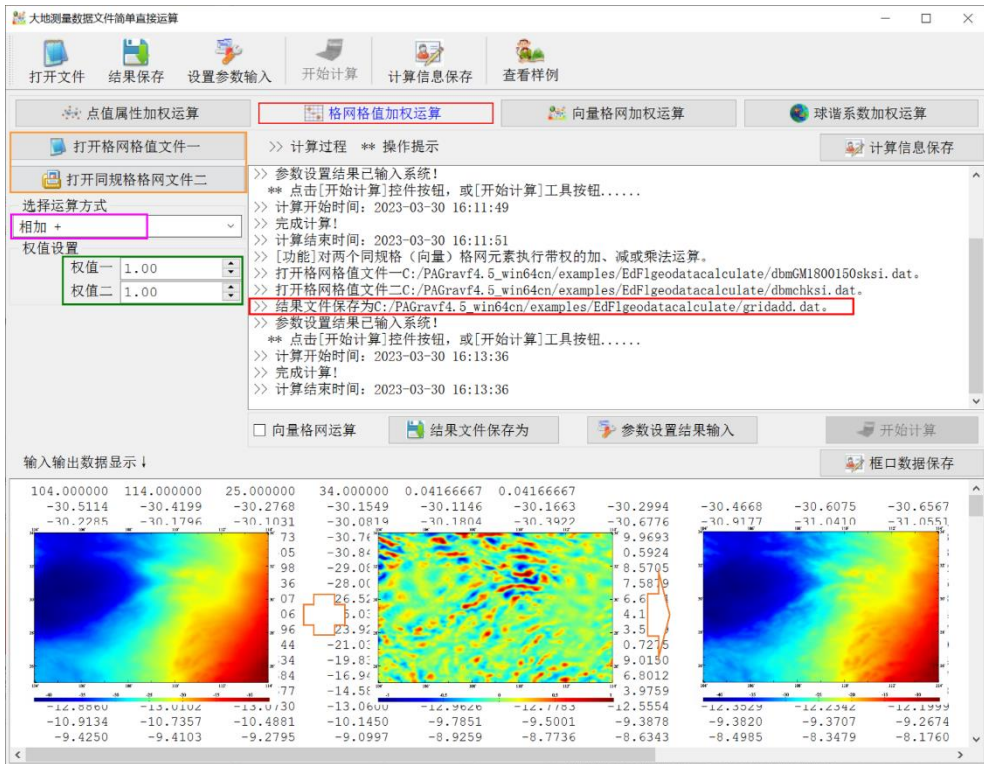
[功能]对两个同规格（向量）格网元素执行带权的加、减或乘法运算。

[输入]两个规格相同的（向量）格网文件。

[参数设置]输入格网一、格网二的权值，选择运算方式。

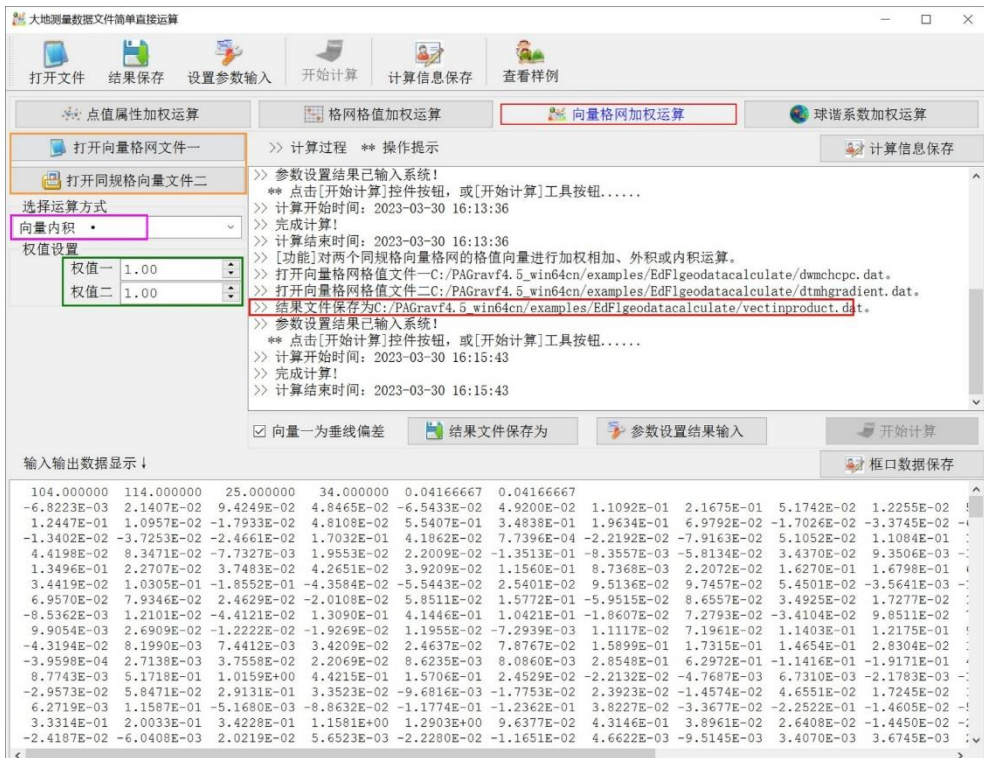
[输出]结果（向量）格网文件。

输出结果格值 = 格值一 × 权值一 ⊙ 格值二 × 权值二，⊙为用户选择的加、减或乘法运算符。



6.3.3 向量格网加权运算

[功能]对两个同规格向量格网的格值向量进行加权相加、外积或内积运算。



6.3.4 球谐系数加权运算

[功能]对两个规格化球谐系数模型文件（头文件占住一行）执行加权运算。

6.4 大地测量数值格网低通滤波运算

[功能]采用滑动平均、高斯、指数型或巴特沃斯等低通滤波器，对格网数据进行低通滤波。滤波前后，格网的规格（范围和分辨率）不变。

[输入]待滤波的大地测量格网文件。

[参数设置]选择低通滤波器，设置低通滤波参数 n 。

对于滑动平均滤波器，滤波参数 n 越大滤波强度越大；对于指数型”或“巴特沃斯”滤波器， n 越小滤波强度越大；对于“高斯型”滤波器，程序忽略滤波参数 n 。

[输出]低通滤波后的大地测量格网文件。格网规格同原大地测量格网文件。

大地测量数值格网低通滤波运算

打开格网文件 设置参数输入 计算结果保存 开始计算 计算信息保存 查看样例

打开大地测量参数格网文件 >> 计算过程 ** 操作提示 计算信息保存

选择低通滤波器
滑动平均滤波

设置低通滤波参数 n 3

低通滤波格网保存为

参数设置结果输入

开始低通滤波计算

>> [功能]采用滑动平均、高斯、指数型或巴特沃斯等低通滤波器，对格网数据进行低通滤波。滤波前后，格网的规格（范围和分辨率）不变。
** 对于滑动平均滤波器，滤波参数 n 越大滤波强度越大；对于“指数型”或“巴特沃斯”滤波器， n 越小滤波强度越大。
>> 打开大地测量参数格网文件 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/EdGrdlowpassfilter/dbmGM1800150sgrr.dat.
** 低通滤波格网保存为 C:/PAGrav4.5_win64cn/examples/EdGrdlowpassfilter/result.dat.
** 程序输出与输入格网同规格的低通滤波格网。
>> 参数设置结果已输入系统！
** 点击[开始计算]控件按钮，或[开始计算]工具按钮.....
>> 计算开始时间：2024-09-06 11:49:25
>> 完成大地数值格网低通滤波运算！
>> 计算结束时间：2024-09-06 11:49:26

104.000000	114.000000	25.000000	34.000000
0.194	6.596	10.186	10.480
0.971	3.935	3.360	0.847
0.466	3.659	10.791	19.879
-28.092	-26.515	-24.157	-22.303
-30.209	-30.918	-26.075	-17.354
-0.254	1.248	0.295	-1.205
6.628	5.769	1.432	-4.668
-8.340	-5.966	-1.488	2.352
-5.458	-6.170	-7.212	-6.502
9.663	11.804	12.544	11.550
-17.587	-17.569	-18.038	-16.548
-20.488	-25.475	-27.646	-28.146
-4.245	-5.504	-4.921	-4.107
5.767	-1.941	-7.477	-7.810
-32.774	-30.370	-26.959	-24.043
-22.243	-24.159	-20.915	-14.288

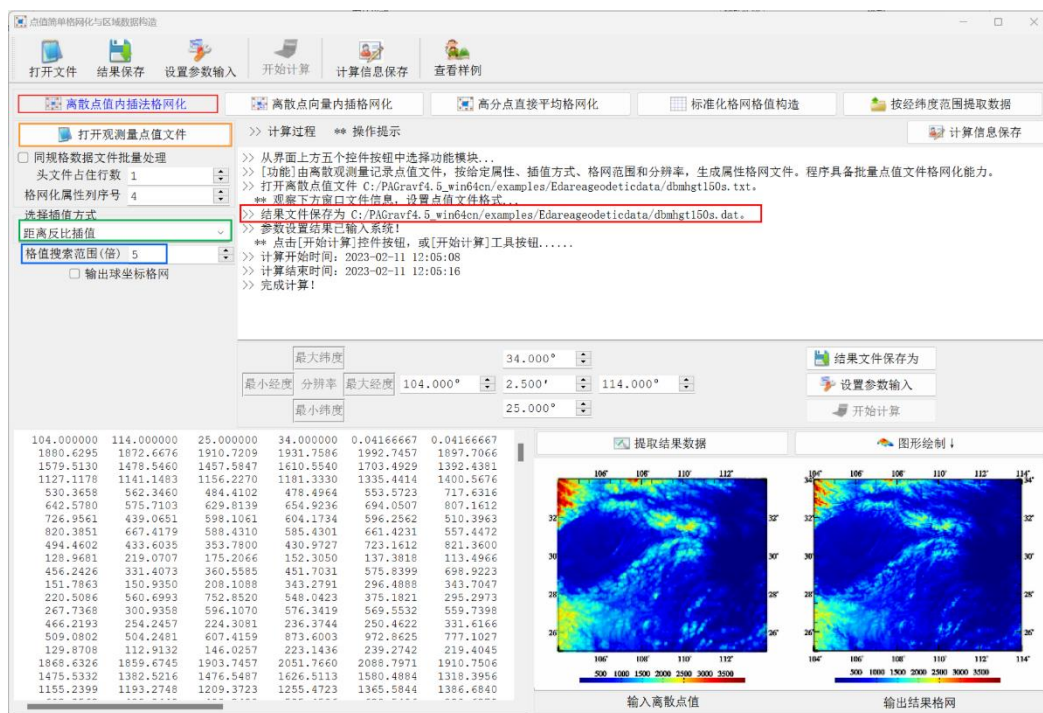
提取滤波结果 图形绘制 ↓

输入格网数据 滤波结果格网

6.5 点值简单格网化与区域数据构造

6.5.1 离散点值内插法格网化

[功能]由离散观测量记录点值文件，按给定属性、插值方式、格网范围和空间分辨率，生成属性格网文件。程序具备批量点值文件格网化能力。



6.5.2 离散点向量内插格网化

[功能]由离散观测向量记录点值文件，按给定向量分量属性、插值方式、格网范围和分辨率，生成向量格网文件。程序具备批量向量点值文件格网化能力。

6.5.3 高分点直接平均格网化

[功能]采用直接平均法，将高分辨率离散点观测量数据进行格网化。

6.5.4 标准化格网格值构造

[功能]按给定的经纬度范围和分辨率，生成标准化的常数值、随机数、二维数组索引值、二维高斯曲面格网。

6.5.5 按经纬度范围提取数据

[功能]按给定的经纬度范围，提取点值文件、格网文件或向量格网文件中的数据，按源文件格式输出。程序具备批量数据文件提取能力。

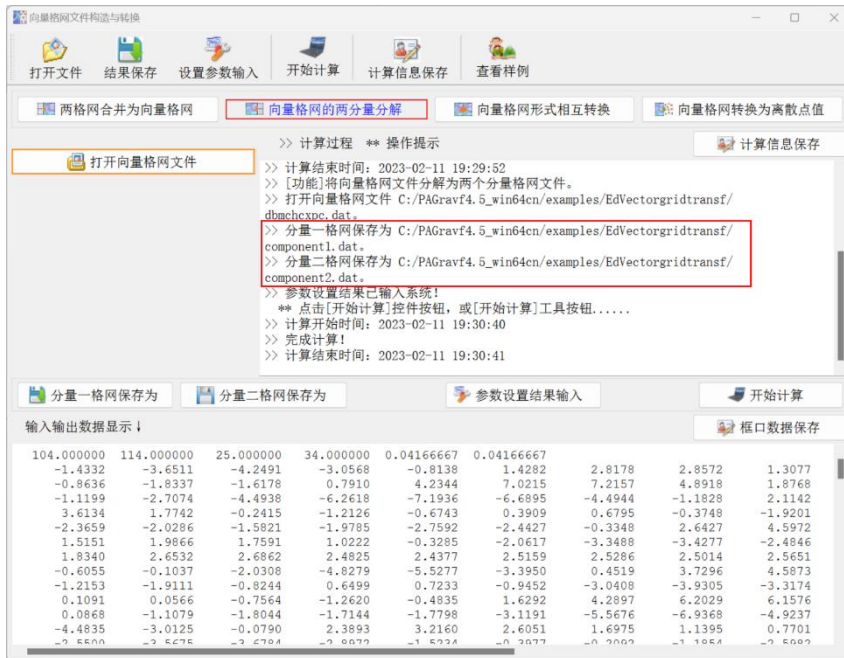
6.6 向量格网文件构造与转换

6.6.1 两格网合并为向量格网

[功能]将两个规格完全相同的格网，作为向量的两个分量，合并为向量格网。

6.6.2 向量格网的两分量分解

[功能]将向量格网文件分解为两个分量格网文件。

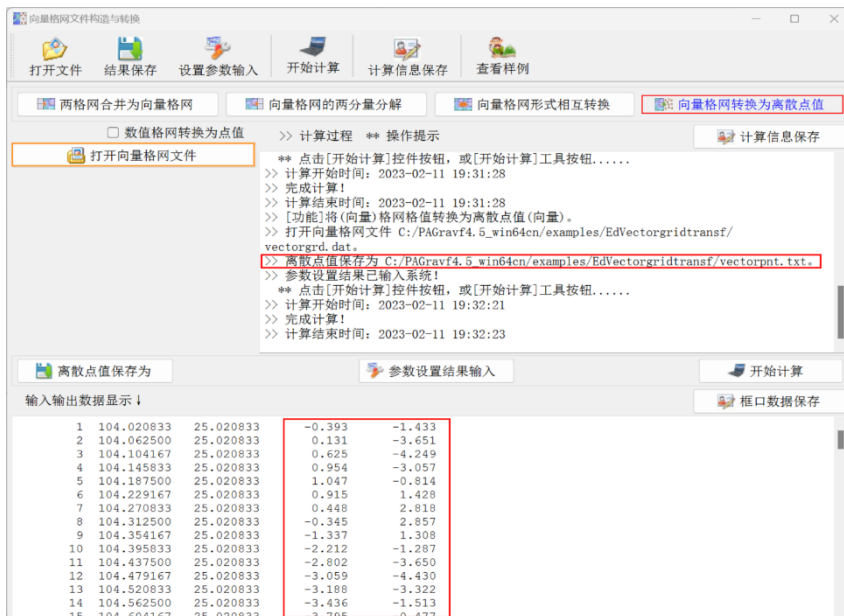


6.6.3 向量格网形式相互转换

[功能]向量格网格值在平面直角坐标（同相/异相幅值）与极坐标（振幅/迟角）形式之间相互转换。

6.6.4 向量格网转换为离散点值

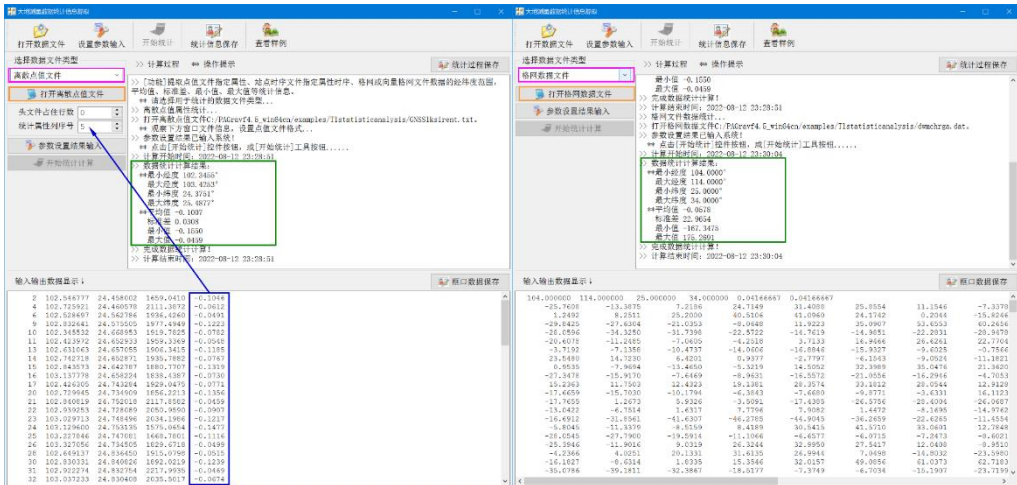
[功能]将（向量）格网格值转换为离散点值（向量）。



[输出]离散点值文件。无头文件，记录格式：点号，经纬度（度小数），转换后的（向量）格值。经纬度取单元格网中心点的经纬度。

6.7 大地测量数据的统计信息提取

[功能]提取点值文件指定属性、格网或向量格网文件数据的经纬度范围，平均值、标准差、最小值、最大值等统计信息。



6.8 格网水平梯度与向量格网内积计算

[目标]计算大地测量格网参数对坐标的一、二阶水平梯度，对两个向量格网执行向量内积运算。

6.8.1 格网一/二阶水平梯度计算

[功能]采用最小二乘法，估计大地测量格网参数的一阶水平梯度向量 (/km) 或二阶水平梯度向量 (/km²)。

[输入]大地测量参数格网文件，大地测量参数所在面的大地高格网文件。

6.8.2 两个向量格网的内积运算

[功能]对两个同规格向量格网执行内积运算。

6.9 大地测量数据可视化绘图工具

6.9.1 二维多属性数据曲线可视化

[功能]绘制二维多个属性数据曲线。

[输入]二维多属性数据文件（头文件占据一行）。

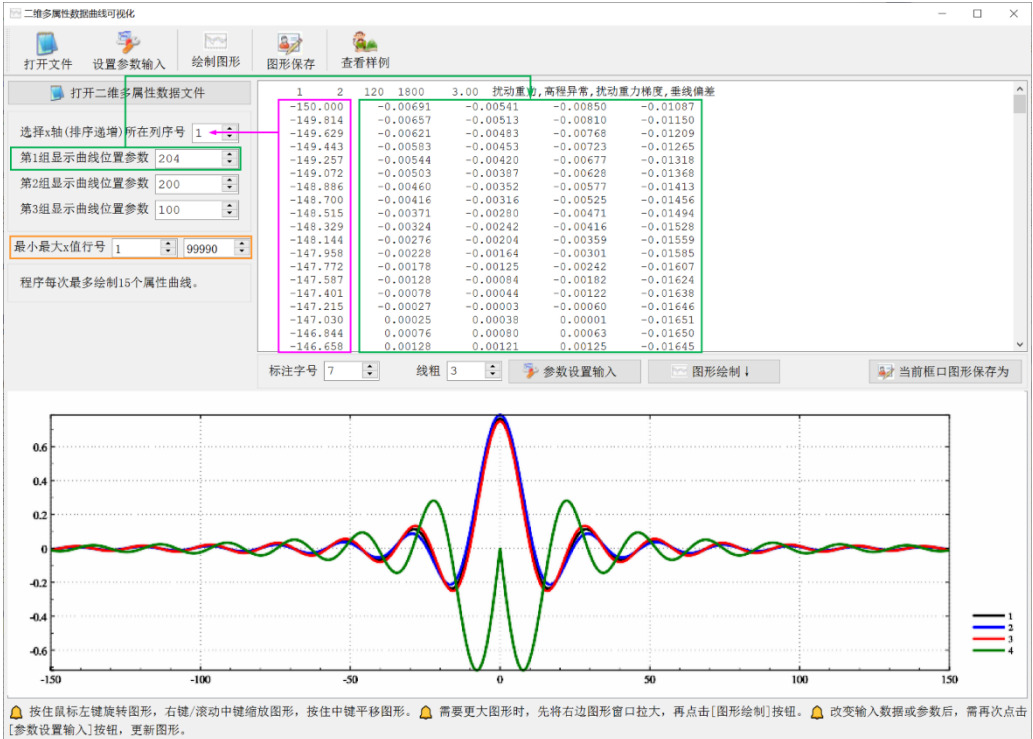
[参数设置]依据打开的二维多属性数据文件，选择x轴（排序递增）所在列序号，设置待显示属性在记录中的位置参数，输入最小最大x值行号。

当位置参数对应的属性列序号大于记录最大列序号时，程序自动将属性列序号设为记录最大列序号。

按住鼠标左键旋转图形，右键/滚动中键缩放图形，按住中键平移图形。

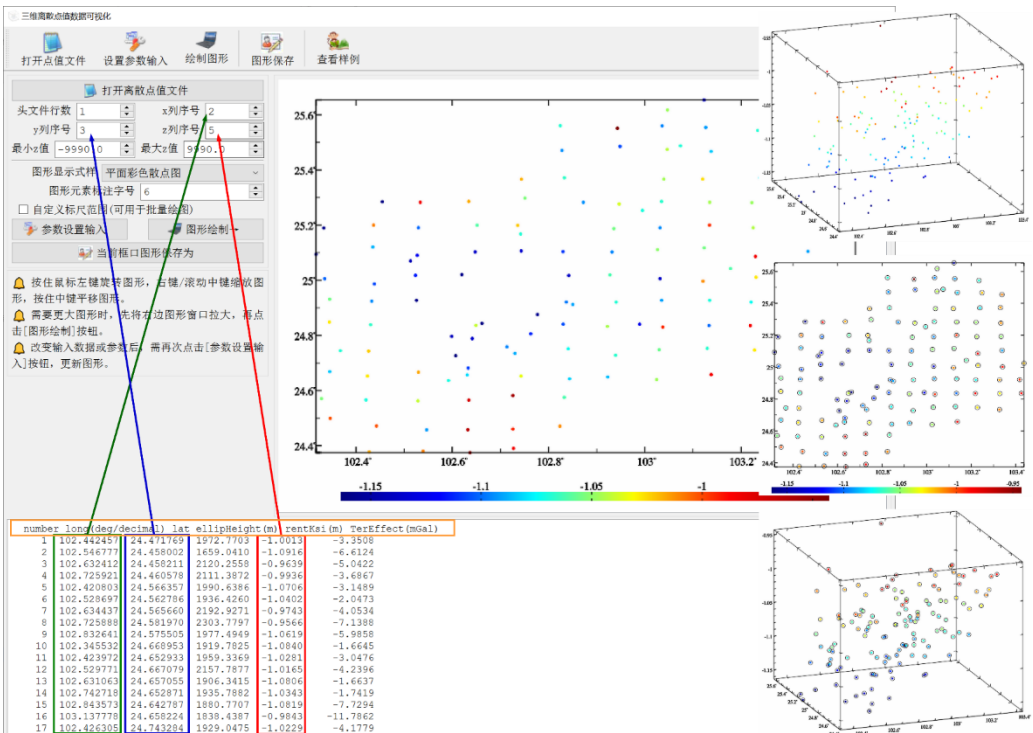
需要更大图形时，先将右边图形窗口拉大，再点击[图形绘制]按钮。

改变输入数据或参数后，需再次点击[参数设置输入]按钮，更新图形。



6.9.2 三维离散点值数据可视化

[功能]展示离散点值文件中的点位分布和指定属性大小。



[输入]大地测量离散点值文件。

可通过固定标尺范围，统一批量图形标尺。绘制批量图形前，先将右方图形窗口大小和图形调整到合适情形，再进行批量图形绘制。批量图形绘制期间，请保持参数和图形窗口大小不变，不对图形进行鼠标操作。

6.9.3 区域格网数字模型可视化

[功能]大地测量格网或格网时间序列可视化绘图。

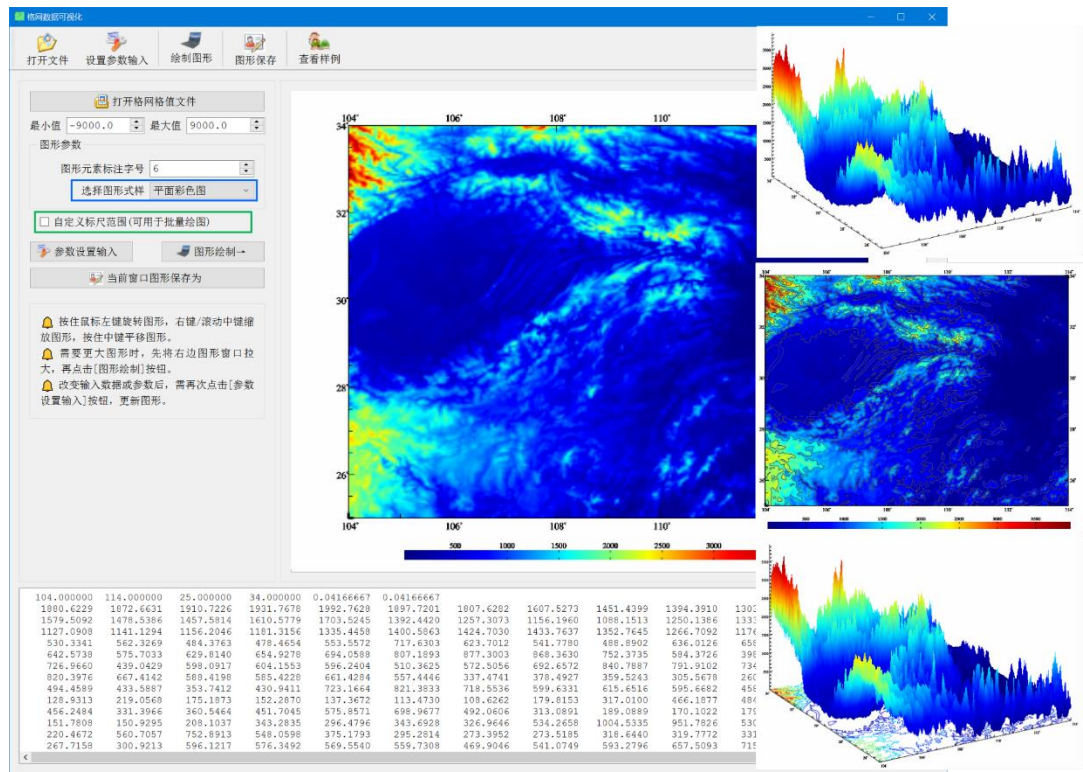
[输入]大地测量数值格网文件。

[参数设置]选择绘图风格，设置是否启用限定格值大小范围的固定标尺。

程序容许将向量格网的第一分量当作格网数据直接显示。启用固定标尺后，可按统一标尺绘制格网时间序列图。

程序可通过控制格网格值最小值、最大值范围，或调整固定标尺范围两种方式，来调节绘图性质。

可随时点击控制按钮[当前窗口保存为]，将界面右上方窗口中绘制的图形，保存到指定的图形文件中。



可通过固定标尺范围，统一批量图形标尺。绘制批量图形前，先将右方图形窗口大小和图形调整到合适情形，再进行批量图形绘制。批量图形绘制期间，请保持参数和图形窗口大小不变，不对图形进行鼠标操作。

第七章 主要公式及算法

本章近 300 个算法公式，均经过多次推导，交叉验证，编程实现与反复测试。其中一些是 PAGrav4.5 根据计算需要，基于物理大地测量原理提出的特色算法，这些算法的性能与可靠性，能通过调用有关程序和功能自行测试验证。

7.1 空间任意点正常重力场参数计算

7.1.1 空间任意点正常重力量计算公式

椭球外部（含椭球面上）正常重力位可用球谐级数形式表示为

$$U(\theta, r) = \frac{GM}{r} \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^{2n} J_{2n} P_{2n}(\cos\theta) \right] + \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \sin^2\theta \quad (1.1)$$

$$J_{2n} = (-1)^{n+1} \frac{3e^{2n}}{(2n+1)(2n+3)} \left(1 - n + \frac{5nJ_2}{e^2} \right) \quad (1.2)$$

式中： r 为计算点到椭球中心的距离； λ 为计算点的经度； $\theta = \pi/2 - \varphi$ 为地心余纬， φ 为地心纬度； a 为椭球的长半轴； J_2 为地球动力学形状因子； GM 为地心引力常数； ω 为地球平均自转速率； e 为正常椭球的第一偏心率； $P_{2n}(\cos\theta)$ 为 Legendre 函数。

如图 1 所示，过 P 点的地心余纬 θ 、经度 λ 和地心向径 r 方向的单位向量 e_θ 、 e_λ 和 e_r 相互正交，构成测点 P 当地球面坐标系（原点为 P 点）的三个坐标轴方向[注意区别地固坐标系的地心球坐标矢量形式 (θ, λ, r)]， e_θ 、 e_λ 和 e_r 方向的线元长度分别为 $rd\theta$ 、 $r\sin\theta d\lambda$ 和 dr 。大地测量学经常使用径向概念，如径向导数， e_r 就是径向。

将正常重力位 U 在测点 P 当地球面坐标系中进行全微分，可得 P 点正常重力向量为

$$\gamma = \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} e_\theta + \frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial U}{\partial \lambda} e_\lambda + \frac{\partial U}{\partial r} e_r \quad (1.3)$$

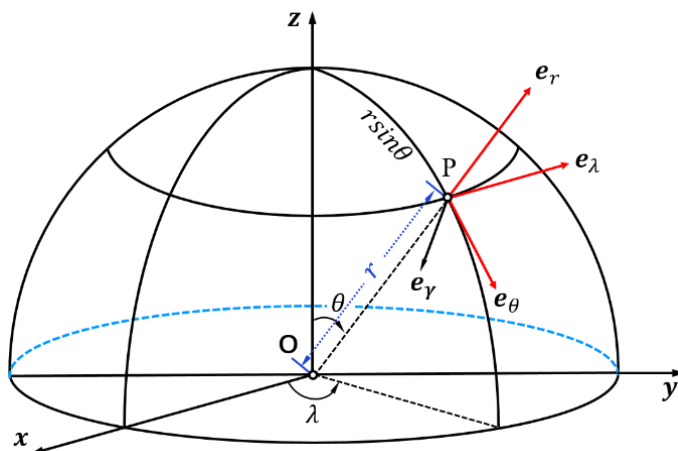


图 1 测点 P 处当地球面坐标系中的单位向量

将式 (1.1) 代入式 (1.3)，顾及 $\partial U / \partial \lambda = 0$ ，可得 P 点正常重力向量为

$$\gamma(\theta, r) = - \left\{ \frac{GM}{r^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^{2n} J_{2n} \frac{\partial}{\partial \theta} [P_{2n}(\cos\theta)] - \omega^2 r^2 \sin\theta \cos\theta \right\} e_\theta$$

$$+ \left\{ \frac{GM}{r^2} \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \left(\frac{a}{r} \right)^{2n} J_{2n} P_{2n}(\cos\theta) \right] + \omega^2 r \sin^2\theta \right\} \mathbf{e}_r \quad (1.4)$$

在测点 P 当地球面坐标系中，对正常重力位 $U(\theta, r)$ 公式 (1.1) 沿当地坐标轴方向求偏导数，可将 P 点正常重力向量表达为

$$\boldsymbol{\gamma}(\theta, r) = \gamma_{\theta} \mathbf{e}_{\theta} + \gamma_r \mathbf{e}_r \quad (1.5)$$

$$\gamma_{\theta} = \frac{\partial U}{r \partial \theta} = -\frac{GM}{r^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^{2n} J_{2n} \frac{\partial}{\partial \theta} [P_{2n}(\cos\theta)] + \omega^2 r^2 \sin\theta \cos\theta \quad (1.6)$$

$$\gamma_r = \frac{GM}{r^2} \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \left(\frac{a}{r} \right)^{2n} J_{2n} P_{2n}(\cos\theta) \right] + \omega^2 r \sin^2\theta \quad (1.7)$$

由于 $\mathbf{e}_{\theta} \perp \mathbf{e}_r$ ，因此可得正常重力标量值

$$\gamma = \sqrt{\gamma_{\theta}^2 + \gamma_r^2} \quad (1.8)$$

在测点 P 当地球面坐标系中，进一步对正常重力向量 $\boldsymbol{\gamma}(\theta, r)$ 公式 (1.5) 沿当地坐标轴方向求偏导数，可得 P 点当地球面坐标系中正常重力梯度张量的对角线元素

$$U_{\theta\theta} = \frac{\partial^2 U}{r^2 \partial \theta^2} = \frac{\partial \gamma_{\theta}}{r \partial \theta} = -\frac{GM}{r^3} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^{2n} J_{2n} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} P_{2n}(\cos\theta) \right] + \omega^2 \cos 2\theta \quad (1.9)$$

$$U_{rr} = -2 \frac{GM}{r^3} \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} (n+1)(2n+1) \left(\frac{a}{r} \right)^{2n} J_{2n} P_{2n}(\cos\theta) \right] + \omega^2 \sin^2\theta \quad (1.10)$$

由于 $U_{\theta\theta} \perp U_{rr}$ ，因此可得正常重力梯度标量值

$$U_{EE} = \sqrt{U_{\theta\theta}^2 + U_{rr}^2} \quad (1.11)$$

7.1.2 正常重力线与正常重力梯度线计算

物理大地测量学习上规定，正常重力线的方向指向地球内部，正常重力梯度的方向指向地球外部。因此，正常重力方向 \mathbf{e}_{γ} 由计算点指向地球内部，如图 1，由此可得，正常重力线方向在地心坐标系 $O - \theta \lambda r$ 中的单位向量 \mathbf{e}_{γ} 为

$$\mathbf{e}_r = \frac{1}{\gamma} (\gamma_{\theta}, 0, -\gamma_r) \quad (1.12)$$

顾及 P 点处地心方向的单位向量为 $-\mathbf{e}_r = (0, 0, -1)$ ，令正常重力线方向相对地心方向的夹角为 ϵ_{γ} ，则

$$\cos \epsilon_{\gamma} = -\mathbf{e}_r \cdot \mathbf{e}_{\gamma} = \frac{\gamma_r}{\gamma} \Rightarrow \epsilon_{\gamma} = \tan^{-1} \frac{\gamma_{\theta}}{\gamma_r} \quad (1.13)$$

水准椭球的扁率随高度增大而减小，因而正常椭球外部的正常重力线也是弯曲的。在正常椭球面上，正常重力方向与正常椭球面内法线重合；而在正常椭球面外空间，正常重力方向是相应高度上的水准椭球面内法线，与长半轴为 a 的正常椭球面内法线方向不重合，夹角不为零。

类似地，可得正常重力梯度方向 \mathbf{e}_{nd} 相对地心径向 \mathbf{e}_r 的夹角 ϵ_E 为

$$\cos \epsilon_E = \mathbf{e}_r \cdot \mathbf{e}_{nd} = \frac{U_{rr}}{U_{EE}} \Rightarrow \epsilon_E = \tan^{-1} \frac{U_{\theta\theta}}{U_{rr}} \quad (1.14)$$

采用 IERS 协议 (2010) 数值标准中的地球椭球四个常数推荐值，分别在椭球高（即大地高）为零（即正常椭球面上）和椭球高为 900km 处，以 $0 \sim 180^\circ$ 范围内等间隔地心

余纬 θ (单位为度 $^\circ$) 为自变量, 分别按式 (1.13) 计算这些点处的正常重力线方向相对地心方向的北偏角 ϵ_γ (单位为角分'), 按式 (1.14), 计算这些点处的正常重力梯度方向相对地心向径的北偏角 ϵ_E (单位为角分'), 以地心余纬为 x 轴绘制四条曲线, 如图 2。

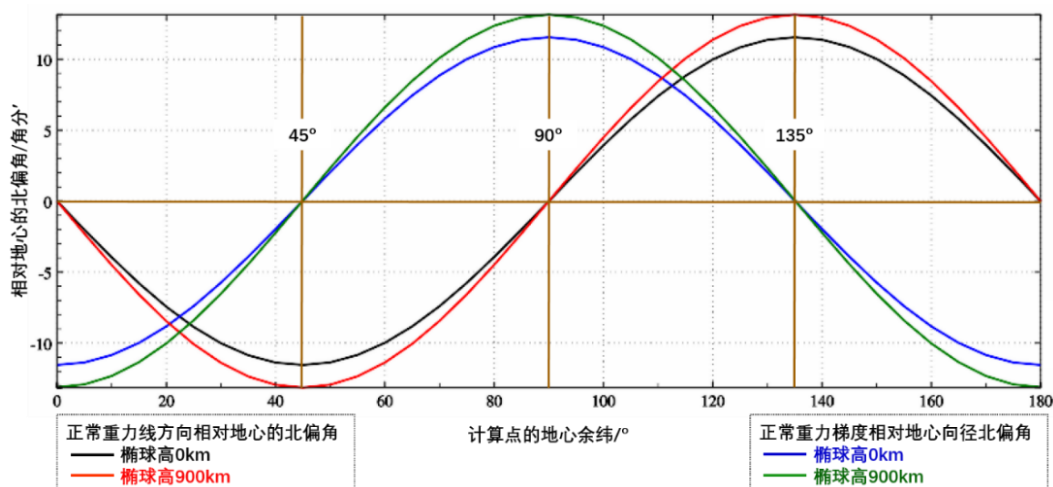


图 2 正常重力线、正常重力梯度方向相对地心的北偏角随余纬变化曲线

图 2 显示, 椭球高不同的计算点, 正常重力线和正常重力梯度线的北偏角一般不相等, 正常重力线和正常重力梯度线都是弯曲的。赤道和两级处的正常重力线是直线, 指向地心; 而地心余纬 45° 和 135° 处的正常重力梯度线是直线, 与地心向径方向平行。特别地, 正常椭球面的法线、正常重力线与正常重力梯度线的性质各不相同、互不平行。

正常重力线方向上正常重力值最大, 正常重力梯度线方向上的正常重力梯度值最大, 因而由地心方向的正常重力 γ_r 和地心向径方向的正常重力梯度 U_{rr} , 计算正常重力线方向上的正常重力 γ 和正常重力梯度线方向上的正常重力梯度 U_{EE} 的解析公式为

$$\gamma = \gamma_r \cos^{-1} \epsilon_\gamma \quad U_{EE} = U_{rr} \cos^{-1} \epsilon_E \quad (1.15)$$

式中: $\cos^{-1} \epsilon_\gamma$ 可按式 (1.13) 解析计算, $\cos^{-1} \epsilon_E$ 可按式 (1.14) 解析计算。

7.1.3 勒让德函数及其导数算法

令 $x = \cos \theta$, $\tau = \sin \theta$, 以 x 为自变量的勒让德函数 (多项式) 定义为

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n = -\frac{(-1)^n}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} \tau^{2n} \quad (1.16)$$

勒让德函数及其对地心余纬 θ 的导数可用如下递推公式计算。

$$P_n(x) = \frac{2n-1}{n} x P_{n-1}(x) - \frac{n-1}{n} P_{n-2}(x) \quad (1.17)$$

$$P_0(x) = 1, \quad P_1(x) = x, \quad P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1) \quad (1.18)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} P_n(x) = \frac{2n-1}{n} x \frac{\partial}{\partial \theta} P_{n-1}(x) - \frac{2n-1}{n} \tau P_{n-1}(x) - \frac{n-1}{n} \frac{\partial}{\partial \theta} P_{n-2}(x) \quad (1.19)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} P_1(x) = -\tau, \quad \frac{\partial}{\partial \theta} P_2(x) = -3\tau x \quad (1.20)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} P_n(x) = \frac{2n-1}{n} \left(x \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} P_{n-1} - 2\tau \frac{\partial}{\partial \theta} P_{n-1} - x P_{n-1} \right) - \frac{n-1}{n} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} P_{n-2} \quad (1.21)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} P_1(x) = -x, \quad \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} P_2(x) = 3(1 - 2x^2) \quad (1.22)$$

图 3 为以 x 为自变量的勒让德函数曲线。

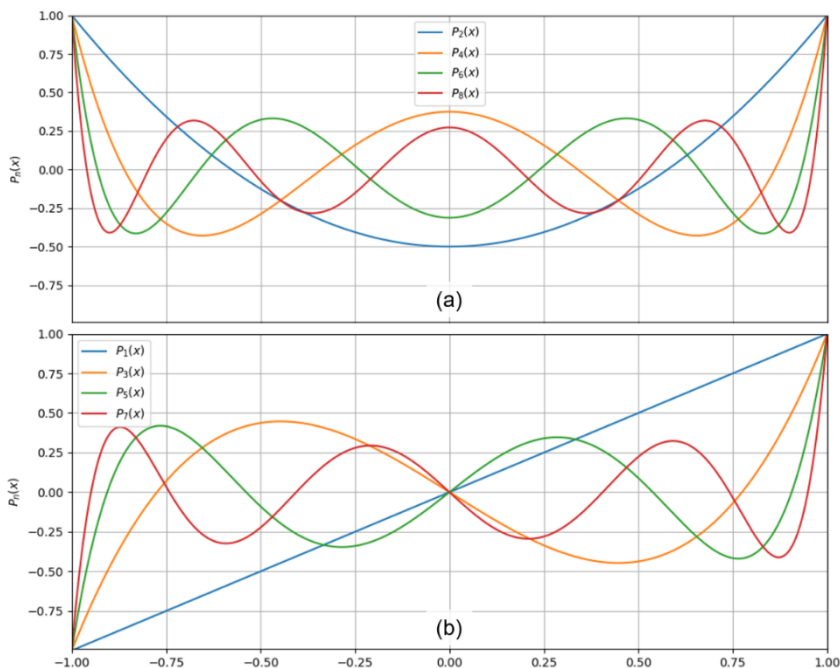


图 3 偶数阶(a)和奇数阶(b)勒让德函数曲线

7.2 地球重力位系数模型计算公式

7.2.1 重力场量位系数球谐综合算法

地球外部点 (θ, λ, r) 扰动位 T 或高程异常 ζ 可表示为如下球谐级数形式：

$$T(\theta, \lambda, r) = \zeta \gamma = \frac{GM}{r} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\delta \bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm} \quad (2.1)$$

式中： $\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$ 称为完全规格化的 Stokes 系数，又称位系数； $\bar{P}_{nm} = \bar{P}_{nm}(t)$ 为完全规格化缔合 Legendre 函数； n 称为位系数的阶； m 称为位系数的次。且：

$$\delta \bar{C}_{2n,0} = \bar{C}_{2n,0} + \frac{J_{2n}}{\sqrt{4n+1}} \quad (2.2)$$

$$\delta \bar{C}_{2n,m} = \bar{C}_{2n,m} (m > 0) \quad \delta \bar{C}_{2n+1,m} = \bar{C}_{2n+1,m} \quad (2.3)$$

地球外部空间点 $P(\theta, \lambda, r)$ 处的扰动重力、垂线偏差和空间异常在过 P 点当地球面坐标系中的球谐展开式分别为

$$\delta g = \frac{\partial}{\partial r} T = \frac{GM}{r^2} \sum_{n=1}^{\infty} (n+1) \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\delta \bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \quad (2.4)$$

$$\xi = \frac{1}{r\gamma} \frac{\partial}{\partial \theta} T = \frac{GM}{r\gamma^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\delta \bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \frac{\partial}{\partial \theta} [\bar{P}_{nm}(\cos \theta)] \quad (2.5)$$

$$\eta = -\frac{1}{r\gamma\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\lambda}T = \frac{GM}{\gamma r^2\sin\theta}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a}{r}\right)^n\sum_{m=1}^n m(\delta\bar{C}_{nm}\sin m\lambda - \bar{S}_{nm}\cos m\lambda)\bar{P}_{nm}(\cos\theta) \quad (2.6)$$

$$\Delta g = \frac{GM}{r^2}\sum_{n=2}^{\infty}(n-1)\left(\frac{a}{r}\right)^n\sum_{m=0}^n(\delta\bar{C}_{nm}\cos m\lambda + \bar{S}_{nm}\sin m\lambda)\bar{P}_{nm}(\cos\theta) \quad (2.7)$$

式中： γ 为地球外部空间点 $P(\theta, \lambda, r)$ 的正常重力。 $\xi, \eta, \delta g$ 指向构成右手直角坐标系。

地球外部点 $P(\theta, \lambda, r)$ 处的扰动重力梯度 T_{rr} 、水平重力梯度 (T_{nn}, T_{ww}) 在过 P 点当地球面坐标系中的球谐级数展开式分别为

$$T_{rr} = \frac{\partial^2}{\partial r^2}T = \frac{GM}{r^3}\sum_{n=1}^{\infty}(n+1)(n+2)\left(\frac{a}{r}\right)^n\sum_{m=0}^n(\delta\bar{C}_{nm}\cos m\lambda + \bar{S}_{nm}\sin m\lambda)\bar{P}_{nm} \quad (2.8)$$

$$T_{nn} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}T = \frac{GM}{r^3}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a}{r}\right)^n\sum_{m=0}^n(\delta\bar{C}_{nm}\cos m\lambda + \bar{S}_{nm}\sin m\lambda)\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}\bar{P}_{nm} \quad (2.9)$$

$$T_{ww} = \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\lambda^2}T = -\frac{GM}{r^3\sin^2\theta}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a}{r}\right)^n\sum_{m=0}^n m^2(\delta\bar{C}_{nm}\cos m\lambda + \bar{S}_{nm}\sin m\lambda)\bar{P}_{nm} \quad (2.10)$$

$$\text{式中：} T_{rr} + T_{nn} + T_{ww} \equiv 0, \quad T_* = \sum_{n=1}^{\infty} T_*^n \quad (2.11)$$

式 (2.11) 中第一式是 Laplace 方程，可用于检核地球重力场模型空域和谱域性能。 T_*^n 表示 T_* 的 n 阶谐分量。 T_{nn}, T_{ww}, T_{rr} 指向构成右手直角坐标系。

7.2.2 缩合勒让德函数及其导数算法

由地球重力位系数模型计算模型扰动重力场量时，需要用到规格化缩合勒让德函数 $\bar{P}_{nm}(\cos\theta)$ 及其对地心余纬 θ 的一、二阶导数，下面令 $t = \cos\theta, \tau = \sin\theta$ ，直接给出如下几种快速递推算法公式（于锦海、曾艳艳等，2015）。

(1) $\bar{P}_{nm}(t)$ 标准前向列递推算法 ($n < 1900$)

$$\bar{P}_{00}(t) = 1, \quad \bar{P}_{10}(t) = \sqrt{3}t, \quad \bar{P}_{11}(t) = \sqrt{3}\tau \quad (2.12)$$

$$\begin{cases} \bar{P}_{nm}(t) = a_{nm}t\bar{P}_{n-1,m}(t) - b_{nm}\bar{P}_{n-2,m}(t) & \forall n > 1, m < n \\ \bar{P}_{nn}(t) = \tau\sqrt{\frac{2n+1}{2n}}\bar{P}_{n-1,n-1} & n > 1 \end{cases} \quad (2.13)$$

$$\text{其中, } a_{nm} = \sqrt{\frac{(2n-1)(2n+1)}{(n+m)(n-m)}}, \quad b_{nm} = \sqrt{\frac{(2n+1)(n+m-1)(n-m-1)}{(2n-3)(n+m)(n-m)}}.$$

(2) $\bar{P}_{nm}(t)$ 改进 Belikov 递推算法 ($n < 64800$)

当 $n = 0, 1$ 时，采用式 (2.12)；当 $n \geq 2$ 时

$$\bar{P}_{n0}(t) = a_n t \bar{P}_{n-1,0}(t) - b_n \frac{\tau}{2} \bar{P}_{n-1,1}(t), \quad m = 0 \quad (2.14)$$

$$\bar{P}_{nm}(t) = c_{nm} t \bar{P}_{n-1,m} - d_{nm} \tau \bar{P}_{n-1,m+1} + e_{nm} \tau \bar{P}_{n-1,m-1}(t), \quad m > 0 \quad (2.15)$$

$$\text{其中, } a_n = \sqrt{\frac{2n+1}{2n-1}}, \quad b_n = \sqrt{\frac{2(n-1)(2n+1)}{n(2n-1)}}$$

$$c_{nm} = \frac{1}{n} \sqrt{\frac{(n+m)(n-m)(2n+1)}{2n-1}}, \quad d_{nm} = \frac{1}{2n} \sqrt{\frac{(n-m)(n-m-1)(2n+1)}{2n-1}}$$

当 $m > 0$ 时,

$$e_{nm} = \frac{1}{2n} \sqrt{\frac{2}{2-\delta_0^{m-1}}} \sqrt{\frac{(n+m)(n+m-1)(2n+1)}{2n-1}}$$

(3) $\bar{P}_{nm}(t)$ 跨阶次递推算法 ($n < 20000$)

当 $n = 0, 1$ 时, 采用式 (2.12); 当 $n \geq 2$ 时

$$\bar{P}_{nm}(t) = \alpha_{nm} \bar{P}_{n-2,m}(t) + \beta_{nm} \bar{P}_{n-2,m-2}(t) - \gamma_{nm} \bar{P}_{n,m-2}(t) \quad (2.16)$$

其中, $\alpha_{nm} = \sqrt{\frac{(2n+1)(n-m)(n-m-1)}{(2n-3)(n+m)(n+m-1)}}$, $\beta_{nm} = \sqrt{1 + \delta_0^{m-2}} \sqrt{\frac{(2n+1)(n+m-2)(n+m-3)}{(2n-3)(n+m)(n+m-1)}}$

$$\gamma_{nm} = \sqrt{1 + \delta_0^{m-2}} \sqrt{\frac{(n-m+1)(n+m-3)}{(n+m)(n+m-1)}}$$

(4) $\frac{\partial}{\partial \theta} \bar{P}_{nm}(\cos \theta)$ 的非奇异递推算法

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \bar{P}_{nm}(\cos \theta) = -\sin \theta \frac{\partial}{\partial t} \bar{P}_{nm}(t) \quad (2.17)$$

为 $\bar{P}_{nm}(\cos \theta)$ 对 θ 的一阶偏导数。

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial \theta} \bar{P}_{n0}(t) = -\sqrt{\frac{n(n+1)}{2}} \bar{P}_{n1}, & \frac{\partial}{\partial \theta} \bar{P}_{n1} = \sqrt{\frac{n(n+1)}{2}} \bar{P}_{n0} - \frac{\sqrt{(n-1)(n+2)}}{2} \bar{P}_{n2}(t) \\ \frac{\partial}{\partial \theta} \bar{P}_{nm}(t) = \frac{\sqrt{(n+m)(n-m+1)}}{2} \bar{P}_{n,m-1} - \frac{\sqrt{(n-m)(n+m+1)}}{2} \bar{P}_{n,m+1}(t), & m > 2 \end{cases} \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \bar{P}_{00}(t) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial \theta} \bar{P}_{10}(t) = -\sqrt{3}\tau, \quad \frac{\partial}{\partial \theta} \bar{P}_{11}(t) = \sqrt{3}t \quad (2.19)$$

(5) $\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \bar{P}_{nm}$ 的非奇异递推算法

$$\begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \bar{P}_{n0}(t) = -\frac{n(n+1)}{2} \bar{P}_{n0}(t) + \sqrt{\frac{n(n-1)(n+1)(n+2)}{8}} \bar{P}_{n2}(t) \\ \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \bar{P}_{n1}(t) = -\frac{2n(n+1)+(n-1)(n+2)}{4} \bar{P}_{n1}(t) + \frac{\sqrt{(n-2)(n-1)(n+2)(n+3)}}{4} \bar{P}_{n3}(t) \end{cases} \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \bar{P}_{nm}(t) = \frac{\sqrt{(n-m+1)(n-m+2)(n+m-1)(n+m)}}{4} \bar{P}_{n,m-2}(t) - \frac{(n+m)(n-m+1)+(n-m)(n+m+1)}{4} \bar{P}_{nm}(t) + \frac{\sqrt{(n-m-1)(n-m)(n+m+1)(n+m+2)}}{4} \bar{P}_{n,m+2}(t), \quad m > 2 \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \bar{P}_{00}(t) = 0, \quad \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \bar{P}_{10}(t) = -\sqrt{3}t, \quad \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \bar{P}_{11}(t) = -\sqrt{3}\tau \quad (2.22)$$

7.3 椭球与球边界面的边值校正公式

(1) 重力的椭球校正: 地球外部某一椭球面上的重力值 g 由垂线方向到正常重力方向的校正, 也称为重力的垂线偏差校正。

$$\varepsilon_p = \gamma \sin \theta \cos \theta \left[3J_2 \left(\frac{a}{r} \right)^2 + \frac{\omega^3 r^3}{GM} \right] \xi \quad (3.1)$$

(2) 重力值 g 由正常重力方向到地心方向的改正

$$\varepsilon_h = \gamma e^2 \sin \theta \cos \theta \xi \quad (3.2)$$

(3) 正常重力值 γ 由正常重力方向到地心方向的改正

$$\varepsilon_\gamma = 3\gamma \left[J_2 \frac{a^2}{r^3} (3\cos^2 \theta - 1) - \frac{\omega^3 r^3}{GM} \sin^2 \theta \right] T \quad (3.3)$$

当边界为椭球面时，只需 (3.1) 式一项椭球校正；只有当边界为球面时，才同时需要 (3.1) ~ (3.3) 式的三项边值校正。

当观测扰动场量位于椭球面或球面上，且要在 Stokes 框架中进一步进行重力场积分或 (椭) 球谐分析时，才需要将以椭球面或球面为非等位边界面的 Molodensky 问题，通过边值校正，转为 Stokes 问题。

7.4 经典地面重力归算方案及其局限性

经典的 Stokes 边值问题以大地水准面为边界，经典的布格重力异常和均衡重力异常都只定义在大地水准面上。传统重力归算本质上是通过地形影响改正和垂向解析延拓，将地面或近地空间重力值 (观测值) 归算到大地水准面上。

7.4.1 空间改正与空间异常

大地水准面上重力值 g 可用地面重力值 g_s 表示为

$$g = g_s - \left(\frac{\partial g}{\partial h}\right)_N h - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 g}{\partial h^2}\right)_N h^2 - \dots = g_s + \Delta_1 g \quad (4.1)$$

式中： $\Delta_1 g$ 称为空间改正，历史上也称自由空气改正。

空间改正是指，不考虑地面与大地水准面间的地形质量，将地面重力值 g_s 沿铅垂线向下解析延拓到大地水准面上后，所需增加的改正数。

由于不知道大地水准面上实际重力梯度，通常用正常重力梯度来代替实际重力梯度，并略去高阶梯度项，至多保留到 2 阶项。这样，空间改正就变成

$$\Delta_1 g = - \left(\frac{\partial \gamma}{\partial h}\right)_N h - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \gamma}{\partial h^2}\right)_N h^2 \quad (4.2)$$

用近似值表示正常重力梯度，则 $\Delta_1 g = 0.3086h - 1.5 \times 10^{-7}h^2 \approx 0.3086h$ 。其中，地面正 (常) 高 h 的单位为 m，空间改正 $\Delta_1 g$ 的单位 mGal。

这样，大地水准面上的空间异常可写为

$$\Delta g = g - \gamma_0 = g_s - \gamma_0 + \Delta_1 g \quad (4.3)$$

式中： g 为大地水准面上的重力值； γ_0 为正常椭球面上的正常重力值。

比较地面空间异常定义 $\Delta g_s = g_s - \gamma_\zeta$ 和大地水准面上空间异常定义 $\Delta g = g - \gamma_0$ ，不难发现，比上述空间改正更为严密的方法是，直接由空间异常的垂向解析函数关系，将地面空间异常 Δg_s 解析延拓到大地水准面上 Δg 。

7.4.2 层间改正与局部地形改正

假设地面和大地水准面均为平面，根据引力的定义，此时地面和大地水准面间的地形质量 (厚度为 h 的平面质量层) 对计算点 P 产生的引力等于 $2\pi G\rho h$ 。称从地面重力中去掉质量层后的重力变化为层间改正

$$\Delta_2 g = -2\pi G\rho h \quad (4.4)$$

近似地，取地形密度 $\rho = 2.67 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ ，则 $\Delta_2 g = -0.1118h$ (mGal)。

由于假设地形的质量层是平面层，因此层间改正又称平面层间改正。平面层间改正引起计算点的引力位变化为 $\Delta_2 V = 2\pi G\rho h S/R$ ，其中 S 为平面层的底面积。显然 $\lim_{S \rightarrow \infty} \Delta(\Delta_2 V) \neq 0$ ，因此， $\Delta_2 V$ 不是调和函数，可见平面层间改正 $\Delta_2 g$ 破坏了地球引力场的调和性质。

在进行平面层间改正时，假设了计算点周围是平面，即计算点周围没有地形起伏。因此，进行层间改正后，还须去掉计算点周围高于计算点的地形质量，并补进计算点周围低于计算点的地形质量，这项改正称为局部地形改正 $\Delta_3 g$ 。空间改正 $\Delta_1 g$ 和局部地形改正 $\Delta_3 g$ 都是解析的，都不改变地球外部引力场的调和性质。

7.4.3 布格异常与格网化计算

称大地水准面上的

$$\Delta g_b = \Delta g + \Delta_2 g + \Delta_3 g = g_s - \gamma_0 + \Delta_1 g + \Delta_2 g + \Delta_3 g \quad (4.5)$$

为布格 (Bouguer) 重力异常，简称布格异常。

称 $\Delta_b g = \Delta_2 g + \Delta_3 g$ 为布格改正。由于层间改正基于平面质量层假设，这样的布格异常和布格改正也称为平面布格异常和平面布格改正。布格改正改变了地球的总质量，从而使得大地水准面和外部重力场发生了改变。

布格异常定义在大地水准面这个等位面上，并采用一定的方式消除了地形质量的影响，因而通常认为，布格异常要比空间异常平滑些。利用布格异常进行推估或格网化，原则上可能比直接利用空间异常的性能好，表现为格网化误差可能会小些。

在计算格网平均值时，一般采用具有平移不变性即各向同性的格网化算法，从而将任一格网中心坐标为 (λ, φ) 的格网平均布格异常表示为如下的通用形式

$$\Delta \bar{g}_b(\lambda, \varphi) = [\sum_k f(\lambda_k - \lambda, \varphi_k - \varphi) \Delta g_b(\lambda_k, \varphi_k)] \quad (4.6)$$

式中： $\Delta g_b(\lambda_k, \varphi_k)$ 为坐标 (λ_k, φ_k) 处的离散布格异常； $f(\lambda_k - \lambda, \varphi_k - \varphi)$ 为格网化的二维核函数。

选择不同形式的核函数 $f(\Delta\lambda, \Delta\varphi)$ ，对应不同类型的格网化算法。常见的格网化算法包括：加权平均法、距离（平方）反比加权平均法、Shepard 方法、多面函数法、克里金插值法和加权径向基函数拟合法等。

技术上要求，若选择的格网化算法不满足重力场解析函数关系，格网化运算应在重力等位面上进行，以抑制重力场信号扭曲。例如，由于地面不是重力等位面，因而不宜直接采用不满足重力场解析关系的格网化算法，对离散分布的地面空间异常进行格网化，格网化运算前需事先将离散地面空间异常统一归算到某一等位面（如大地水准面）上。

7.4.4 经典重力归算的局限性

经典的重力归算方法一般通过空间改正 $\Delta_1 g = -0.3086h + O(h^2)$ (mGal)，将地面测点重力延拓到大地水准面上，这项改正仅考虑正常重力梯度。然而即使在海拔数百米的丘陵地区，扰动重力梯度的影响量级都有可能达到或超过 mGal 量级。实际上，我们

完全能先由地面或近地空间测点的重力和位置观测量，直接由严密公式计算正常重力和测点空间异常，然后，按严密解析延拓方法，求得空间异常由地面或近地空间延拓到大地水准面上的解析延拓量。

经典的地形改正概念，改正对象仅局限于地面重力，现代地球重力场测量技术已由传统地面重力观测为主发展到空天地海多种类型重力场量获取，需要处理大地水准面外部各种类型重力场量的地形影响。经典的地形直接影响是地形质量对重力（扰动重力/空间异常）的影响，地形间接影响是地形质量对重力位（扰动位/高程异常/大地水准面高）的影响，现代物理大地测量学需要处理地形质量对全要素重力场量的影响，空间改正、地形改正、直接影响和间接影响概念显然已不能满足基本需要，PAGrav4.5 因此发展适合地面及其外部全要素重力场量解析严密的地形影响算法体系，并全面淡化经典重力归算概念。

7.5 陆海完全布格与剩余地形影响算法

在物理大地测量学中，重力场量的地形影响处理有且仅有两个基本目的：一是分离离散扰动重力场量中的超短波成分，以提高重力场量的推估或网格化水平，方便构建格网数值模型或进行重力场数值积分计算；另一个目的是重力场逼近时用于分离地形引力场超短波成分，以辅助改善超短波重力场的逼近性能。对于后者，维持不同位置、不同类型的外部重力场量地形影响之间解析函数关系，是重力场逼近理论的约束性要求。

地球重力场理论指出，地球外部任意类型扰动场量都可以表示为同一高度等位面上扰动位、扰动重力或其当地坐标系中偏导数的线性组合，如垂线偏差可用扰动位的当地水平导数表示，扰动重力梯度可用扰动重力的垂向导数表示。因此，若解决了扰动位和扰动重力的地形影响问题，也就自然解决了其他各种重力场量的地形影响问题。

7.5.1 陆域地形完全布格影响球近似算法

陆域地形质量产生的引力场也称陆域地形完全布格影响，定义为大地水准面以上地形质量对外部各种重力场量的影响，因而也是各种重力场量的陆域地形完全布格影响。

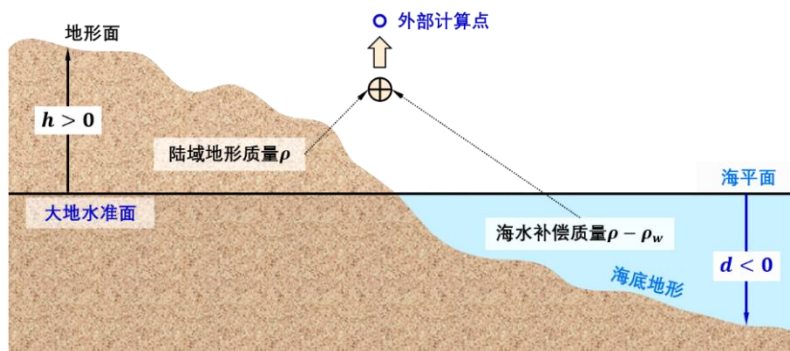


图 4 陆海统一的完全布格影响基本原理

地球外部空间任意类型重力场量的陆海完全布格影响定义为，陆域地形质量（地形面与大地水准面之间的地形质量）和海水补偿质量（将海水密度 ρ_w 补偿到陆域地形密度 ρ 后导致的海洋水体质量变化）对该类型重力场量产生的总影响，如图 4。

忽略大气质量影响，则地球外部任意点的扰动位 T 都可表示为地形质量引力位 T^t 与扣除地形质量后的扰动位 T^{NT} 之和

$$T = T^{NT} + T^t = T^{NT} + T^B + T^R \quad (5.1)$$

式中： T^t 为全部地形质量对计算点产生的引力位，称为扰动位的完全布格影响； T^B 为厚度等于地形高度的球壳质量对计算点产生的引力位，称为扰动位的球壳布格影响； T^R 为局部地形质量对计算点产生的引力位，称为扰动位的局部地形影响。

扣除地形质量后的扰动位 T^{NT} 也称陆域完全布格扰动位。由扰动位 T 在地球外部的调和性质可知，扰动位的完全布格影响、球壳布格影响和局部地形影响在地球外部均是调和的。

球近似下，地球外部（ $r \geq R + h$ ， R 为地球平均半径）近地空间扰动位的完全布格影响可展开为泰勒级数形式

$$T^t = T^B + T^R = 4\pi G\rho_0 \frac{R^2 h}{r} \left(1 + \frac{h}{R} + \frac{h^2}{3R^2}\right) + T^R \quad (5.2)$$

式中： G 为万有引力常数； h 为地球外部计算点正下方的地形高程； r 为计算点的地心距； ρ_0 为地面到大地水准面间地形的几何平均密度，通常取 $\rho_0 = 2.67 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ 。

将式 (5.1) 代入扰动重力定义式，可得地球外部任意高度上有

$$\delta g = -\frac{\partial T^{NT}}{\partial r} - \frac{\partial T^t}{\partial r} = \delta g^{NT} + \delta g^t = \delta g^{NT} + \delta g^B + \delta g^R \quad (5.3)$$

式中： δg^{NT} 为扣除地形质量后的扰动重力，也称陆域完全布格扰动重力； δg^t 称为扰动重力的完全布格影响； δg^B 称为扰动重力的球壳布格影响； δg^R 称为扰动重力的局部地形影响。

球近似下，地球外部近地空间扰动重力的完全布格影响为

$$\delta g^t = \delta g^B + \delta g^R = 4\pi G\rho_0 \frac{R^2 h}{r^2} \left(1 + \frac{h}{R} + \frac{h^2}{3R^2}\right) + \delta g^R \quad (5.4)$$

式 (5.2)、式 (5.4) 截断到 h/R 的二次项，因而适合地面及近地空间（如航空高度），但不适合卫星高度。

7.5.2 地球外部局部地形影响的积分算法

(1) 地球外部局部地形影响严密积分算法

根据定义，仅考虑地表密度 $\rho = \rho_0$ ，则扰动位局部地形影响的严密积分表达式为

$$T^R = \gamma \zeta^R = G\rho \iint_S \int_{R+h}^{R+h'} L^{-1}(r, \psi, r') dr' ds \quad (5.5)$$

式中： $ds = r'^2 \cos\varphi' d\varphi' d\lambda'$ 为地面流动积分面元； r' 为流动积分面元（流动点）的地心距； $L = \sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos\psi}$ 为流动点（即积分体元 $dV = dr' ds$ ）到计算点的空间积分距离。且

$$\int L^{-1}(r, \psi, r') dr' = \ln(r' - rt + L) + C \quad (5.6)$$

式中, $t = \cos\psi$, C 为积分常数。

当计算点与流动点位置相同时, 扰动位局部地形影响积分奇异, 且奇异积分值为

$$T^R|_0 = \frac{1}{6} G\rho A_0 \sqrt{A_0/\pi} (h_{xx} + h_{yy}) \quad (5.7)$$

式中: A_0 为计算点积分面元的面积; h_{xx}, h_{yy} 为计算点的地形高度分别在北方向 x 和东方向 y 的二阶水平偏导数。

根据扰动重力定义, 可得扰动重力局部地形影响的严密积分表达式

$$\delta g^R = -T_r^R = -\frac{\partial T^R}{\partial r} = -G\rho \iint_s \int_{R+h}^{R+h'} \frac{\partial L^{-1}(r, \psi, r')}{\partial r} dr' ds \quad (5.8)$$

$$\text{式中: } \int \frac{\partial L^{-1}(r, \psi, r')}{\partial r} dr' = -\int \frac{r-r't}{L^3} dr' = -\frac{r'}{rL} + C \quad (5.9)$$

当计算点与流动点位置相同时, 扰动重力局部地形影响积分奇异, 奇异积分值为

$$\delta g^R|_0 = \frac{1}{2} G\rho \sqrt{\pi A_0} (h_x^2 + h_y^2) \quad (5.10)$$

式中: (h_x, h_y) 为计算点的地形坡度向量。

顾及 $\frac{\partial \psi}{\partial \varphi} = -\cos\alpha$, $\frac{\partial \psi}{\partial \lambda} = -\cos\varphi \sin\alpha$, 可得垂线偏差局部地形影响严密积分式

$$\begin{aligned} \xi^R &= -\frac{\partial T^R}{\gamma r \partial \varphi} = -\frac{\partial T^R}{\gamma r \partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} = \frac{\partial T^R}{\gamma r \partial \psi} \cos\alpha \\ &= \frac{G\rho}{\gamma r} \iint_s \int_{R+h}^{R+h'} \frac{\partial L^{-1}(r, \psi, r')}{\partial \psi} dr' \cos\alpha ds \end{aligned} \quad (5.11)$$

$$\begin{aligned} \eta^R &= -\frac{\partial T^R}{\gamma r \cos\varphi \partial \lambda} = -\frac{\partial T^R}{\gamma r \cos\varphi \partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial \lambda} = \frac{\partial T^R}{\gamma r \cos\varphi \partial \psi} \cos\varphi \sin\alpha \\ &= \frac{G\rho}{\gamma r} \iint_s \int_{R+h}^{R+h'} \frac{\partial L^{-1}(r, \psi, r')}{\partial \psi} dr' \sin\alpha ds \end{aligned} \quad (5.12)$$

式中: α 是 ψ 的大地方位角;

$$\int \frac{\partial L^{-1}(r, \psi, r')}{\partial \psi} dr' = \frac{r-r't}{L \sin\psi} + C \quad (5.13)$$

由球面三角公式得

$$\sin\psi \cos\alpha = \cos\varphi \sin\varphi' - \sin\varphi \cos\varphi' \cos(\lambda' - \lambda) \quad (5.14)$$

$$\sin\psi \sin\alpha = \cos\varphi' \sin(\lambda' - \lambda) \quad (5.15)$$

依据定义, 可得扰动重力梯度局部地形影响的严格积分表达式

$$T_{rr}^R = \frac{\partial^2}{\partial r^2} T^R = G\rho \iint_s \int_{R+h}^{R+h'} \frac{\partial^2 L^{-1}(r, \psi, r')}{\partial r^2} dr' ds \quad (5.16)$$

$$\text{式中: } \int \frac{\partial^2 L^{-1}(r, \psi, r')}{\partial r^2} dr' = \int \left[-\frac{1}{L^3} + \frac{3(r-r't)^2}{L^5} \right] dr' = \frac{r'}{r^2 L} + \frac{r'(r-r't)}{r L^3} + C \quad (5.17)$$

同理, 可导出水平重力梯度局部地形影响的严密积分表达式

$$T_{nn}^R = \frac{1}{r^2} T_{\varphi\varphi}^R \quad (5.18)$$

$$T_{ww}^R = -\frac{1}{r^2 \cos^2\varphi} T_{\lambda\lambda}^R \quad (5.19)$$

$$\text{其中, } T_{\varphi\varphi}^R = \frac{\partial^2 T^R}{\partial \psi^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2}, \quad T_{\lambda\lambda}^R = \frac{\partial^2 T^R}{\partial \psi^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \lambda^2} \quad (5.20)$$

将式 (5.14) 两边对 φ 求偏导, 有

$$-\cos\psi\cos^2\alpha + \sin\psi\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2} = -\sin\varphi\sin\varphi' - \cos\varphi\cos\varphi'\cos(\lambda' - \lambda) \quad (5.21)$$

$$\text{从而可得} \quad \sin\psi\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2} = -\sin\varphi\sin\varphi' - \cos\varphi\cos\varphi'\cos(\lambda' - \lambda) + \cos\psi\cos^2\alpha \quad (5.22)$$

再将式 (5.15) 两边对 λ 求偏导, 有

$$-\cos\psi\cos\varphi\sin^2\alpha + \sin\psi\frac{\partial^2\psi}{\partial\lambda^2} = -\cos\varphi'\sin(\lambda' - \lambda) \quad (5.23)$$

$$\text{从而可得} \quad \sin\psi\frac{\partial^2\psi}{\partial\lambda^2} = -\cos\varphi'\sin(\lambda' - \lambda) + \cos\psi\cos\varphi\sin^2\alpha \quad (5.24)$$

将扰动位局部地形影响积分式 (5.5) 两边对球面角距 ψ 求二阶偏导数, 得

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 T^R}{\partial\psi^2} &= G\rho \iint_S \int_{R+h}^{R+h'} \frac{\partial^2}{\partial\psi^2} \frac{1}{L} dr' ds = \\ &G\rho \iint_S \int_{R+h}^{R+h'} \frac{\partial^2}{\partial\psi^2} \frac{1}{\sqrt{r^2+r'^2-2rr'\cos\psi}} dr' ds \end{aligned} \quad (5.25)$$

$$\text{式中:} \quad \int \frac{\partial^2}{\partial\psi^2} \frac{1}{L} dr' = \frac{r'(6r^2+4r'^2+6r^2\cos 2\psi-rr'\cos 3\psi)-rt(4r^2+11r'^2)}{4L^3\sin^2\psi} \quad (5.26)$$

正常重力场不存在地形影响问题, 地形影响的对象是重力位、重力和重力梯度, 因此, 任意计算点处扰动重力、空间异常的地形影响都严格等于其重力的地形影响。高海拔地区, 重力的局部地形影响有正有负。近岸海域存在局部地形影响, 大洋深处局部地形影响等于零。

(2) 局部地形影响积分快速算法

采用当地水平极坐标系, 令 z 轴为天顶方向, 原点位于计算点正下方的地形面 O , 原点处的 $z=0$, \tilde{h} 为计算点相对其下方地形面 O 的高度, 因而有 $dz=dr'$, $d\tilde{h}=dr$, 如图 5, 此时扰动位局部地形影响严密积分式 (5.5) 等价于

$$\begin{aligned} T^R &= G\rho \iint_S \int_0^{\Delta h} \frac{dz}{L} ds = G\rho \iint_S \int_0^{\Delta h} \frac{dz}{\sqrt{(\tilde{h}-z)^2+l^2}} ds \\ &= G\rho \iint_S \left[\ln \frac{\sqrt{(\tilde{h}-\Delta h)^2+l^2}-\tilde{h}+\Delta h}{\sqrt{(\tilde{h}-\Delta h)^2+l^2}+\tilde{h}-\Delta h} - \ln \frac{\sqrt{\tilde{h}^2+l^2}-H}{\sqrt{\tilde{h}^2+l^2}+H} \right] ds \end{aligned} \quad (5.27)$$

式中: Δh 为流动积分面 ds 相对于计算点正下方地形面 O 的高差; l 为过 O 点等高面上流动面元 ds 到计算点正下方地形面 O 的直线距离。

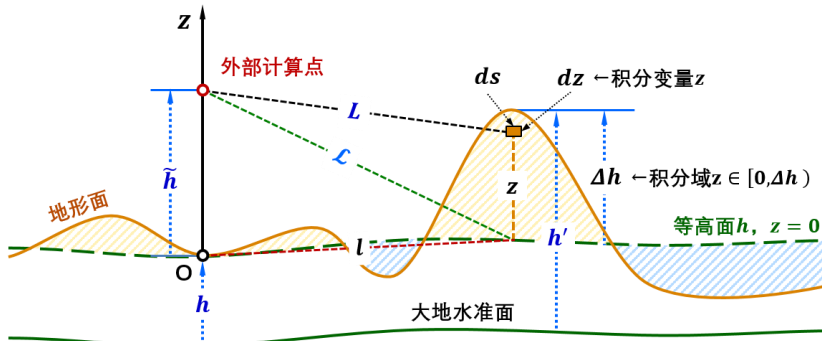


图 5 当地极坐标系中局部地形影响严密积分各要素几何关系

不难理解, 无论采用何种形式的坐标系, 只要能保证流动面元及其到计算点积分距

离计算的严密性，则重力场积分公式都是严密的，因而式 (5.27) 与式 (5.5) 等价，也是严密积分公式。将式 (5.27) 中的被积函数在 $z = 0$ 附近展开至 3 阶，得

$$T^R = G\rho \iint_s \left[\frac{1}{L} \Delta h + \frac{\tilde{h}}{2L^3} \Delta h^2 + \frac{2\tilde{h}^2 - l^2}{6L^5} \Delta h^3 \right] ds \quad (5.28)$$

式中： $L = \sqrt{\tilde{h}^2 + l^2}$ 为等高面 $z = 0$ 上的流动面元 ds 到外部计算点的空间距离 ($L \neq L$)，而 L 为流动体元 $dzds$ 到外部计算点的空间距离，如图 5)。

将 $\Delta h^2 = h'^2 - 2h'h + h^2$ ， $\Delta h^3 = h'^3 - 3h'^2h + 3h'h^2 - h^3$ 代入式 (5.28) 并展开，则右边每一项积分号内只存在唯一积分变量 l ，因而可用 FFT 算法逐项进行快速计算。其中， h 为计算点正下方的地形高度， h' 为流动面元处的地形高度。

同理，扰动重力局部地形影响严密积分式 (5.8) 等价于

$$\delta g^R = \frac{G\rho}{r} \iint_s \left[\frac{(r_0+z)}{\sqrt{(\tilde{h}-z)^2 + l^2}} \right]_0^{\Delta h} ds = \frac{G\rho}{r} \iint_s \left[\frac{r_0 + \Delta h}{\sqrt{(\tilde{h} - \Delta h)^2 + l^2}} - \frac{r_0}{L} \right] ds \quad (5.29)$$

将式 (5.29) 中的被积函数在 $z = 0$ 附近展开至 4 阶，得

$$\delta g^R = \frac{G\rho}{r} \iint_s \left[\frac{r\tilde{h} + L^2}{L^3} \Delta h + \frac{2\tilde{h}L^2 + r_0(2\tilde{h}^2 - l^2)}{2L^5} \Delta h^2 + \frac{2\tilde{h}^3 r + \tilde{h}^2 l^2 - 3r_0 \tilde{h} l^2 - l^4}{2L^7} \Delta h^3 + \frac{8r\tilde{h}^4 - 4\tilde{h}^3 l^2 - 12\tilde{h} l^4 - 24r_0 \tilde{h}^2 l^2 + 3l^4 r_0}{8L^9} \Delta h^4 \right] ds \quad (5.30)$$

其中， $\Delta h^4 = h'^4 - 4h'^3h + 6h^2h'^2 - 4h'h^3 + h^4$ 。式 (5.30) 展开后可按 FFT 算法计算。

将垂线偏差局部地形影响积分公式中被积函数在 $z = 0$ 附近展开至 3 阶

$$\int_{R+h}^{R+h'} \frac{\partial L^{-1}(r, \psi, r')}{\partial \psi} dr' = -\frac{r^2 \sin \psi}{L^3} \Delta h - \frac{3\tilde{h} r^2 \sin \psi}{2L^5} \Delta h^2 - \left[\frac{r^2 \sin \psi}{3L^5} + \frac{5r^2 \sin \psi (2\tilde{h}^2 - l^2)}{6L^7} \right] \Delta h^3 \quad (5.31)$$

将式 (5.31) 分别代入式 (5.11) 和式 (5.12)，就可实现 FFT 算法快速计算外部垂线偏差的局部地形影响。

扰动重力梯度局部地形影响严密积分式 (5.16) 等价于

$$T_{rr}^R = G\rho \iint_s \left[\frac{\tilde{h} - \Delta h}{((\tilde{h} - \Delta h)^2 + l^2)^{3/2}} - \frac{\tilde{h}}{L^3} \right] ds \quad (5.32)$$

将式 (5.32) 中的被积函数在 $z = 0$ 附近展开至 3 阶，得

$$T_{rr}^R = G\rho \iint_s \left[\frac{\frac{2\tilde{h}^2 - l^2}{L^5} \Delta h - \frac{3\tilde{h}(2\tilde{h}^2 - 3l^2)}{2L^7} \Delta h^2 + \frac{4\tilde{h}^4 + 6r^4 - 12\tilde{h}^2 l^2 - (6r^4 + 3r^2 l^2) \cos \psi}{L^9} \Delta h^3 \right] ds \quad (5.33)$$

水平重力梯度局部地形影响严密积分式 (5.25) 中被积函数等价于

$$\int_{R+h}^{R+h'} \frac{\partial^2}{\partial \psi^2} \frac{1}{L} dr' = \int_0^{\Delta h} \frac{\partial^2}{\partial \psi^2} \frac{1}{\sqrt{(\tilde{h}-z)^2 + 4r_0^2 \sin^2(\psi/2)}} dz = \frac{1}{8 \sin^2 \frac{\psi}{2}} \left[\frac{\tilde{h}(2L^2 + r_0^2 \sin^2 \psi)}{L^3} - \frac{(\tilde{h} - \Delta h)(2L^2 + r_0^2 \sin^2 \psi - 4\tilde{h}\Delta h + 2\Delta h^2)}{(L^2 - 2\tilde{h}\Delta h + \Delta h^2)^{3/2}} \right] \quad (5.34)$$

在 $z = 0$ 附近展开至 3 阶，得

$$\begin{aligned}
\int_{R+h}^{R+h'} \frac{\partial^2}{\partial \psi^2} \frac{1}{L} dr' = & -\frac{2(\tilde{h}^2+2r_0^2)\cos\psi+r_0^2(-5+\cos 2\psi)}{2L^5} r_0^2 \Delta h \\
& + \frac{6(\tilde{h}^2+2r_0^2)\cos\psi+3r_0^2(-7+3\cos 2\psi)}{4L^7} \tilde{h} r_0^2 \Delta h^2 \\
& + \frac{(8\tilde{h}^4+12\tilde{h}^2 r_0^2-19r_0^4)\cos\psi-r_0^2(36\tilde{h}^2-18r_0^2-(24\tilde{h}^2-2r_0^2)\cos 2\psi+3r_0^2\cos 3\psi)}{4L^9} r_0^2 \Delta h^3 \quad (5.35)
\end{aligned}$$

若计算点也在地面上，则有 $\tilde{h} = 0$ ， $\mathcal{L} = l$ ，式 (5.27) ~ 式 (5.35) 可进一步大幅度简化。

7.5.3 外部海水完全布格影响的积分算法

海域地形场通常用海水完全布格影响表示。海水完全布格影响定义为，将海水密度补偿到陆地地形密度后，对各种地球重力场量产生的影响。

根据定义，扰动位海水完全布格影响的严密积分公式为

$$T^o = G\beta \iint_s \int_{R+d}^R L^{-1}(r, \psi, r') dr' ds \quad (5.36)$$

式中， $d < 0$ 为以平均海水面（注意这里原则上不是深度基准面）起算的海底水深； β 为海水补偿密度，等于地形密度与海水密度之差，可取 $\beta = \rho - \rho_w = 1.64 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ ； L 为海洋水体的流动体元 ($dV' = dr' ds$) 到计算点的空间距离。

采用当地水平极坐标系，令 z 轴为地心向往径方向（天顶方向），此时有 $dz = dr'$ ， $z = 0$ 是海平面，则式 (5.36) 等价于

$$\begin{aligned}
T^o = G\beta \iint_s \int_d^0 \frac{dz}{L} ds & = G\beta \iint_s \int_d^0 \frac{dz}{\sqrt{(\tilde{h}-z)^2+l^2}} ds \\
& = G\beta \iint_s \left[\ln \frac{\sqrt{\tilde{h}^2+l^2}-\tilde{h}}{\sqrt{\tilde{h}^2+l^2}+\tilde{h}} - \ln \frac{\sqrt{(\tilde{h}-d)^2+l^2}-\tilde{h}+d}{\sqrt{(\tilde{h}-d)^2+l^2}+\tilde{h}-d} \right] ds \quad (5.37)
\end{aligned}$$

式中： $ds = r'^2 d\sigma = r'^2 \cos\varphi' d\varphi' d\lambda'$ 为海面面元； $\mathcal{L} = \sqrt{\tilde{h}^2 + l^2}$ 为海面上的流动面元 ds 到外部计算点的空间距离 ($\mathcal{L} \neq L$)， \tilde{h} 为计算点的海拔高； $l = 2r_0 \sin \frac{\psi}{2}$ 为计算点在海面的投影点与流动面元之间的直线距离， r_0 为海平面的平均地心距。

同理，扰动重力海水完全布格影响严密积分表达式为

$$\delta g^o = -\frac{\partial T^o}{\partial r} = -G\beta \iint_s \int_{R+d}^R \frac{\partial L^{-1}(r, \psi, r')}{\partial r} dr' ds \quad (5.38)$$

$$\text{等价于} \quad \delta g^o = \frac{G}{r} \iint_s \beta \int_d^0 \frac{(r_0+z) dz}{\sqrt{(\tilde{h}-z)^2+l^2}} ds = \frac{G\beta}{r} \iint_s \left[\frac{r_0}{\mathcal{L}} - \frac{r_0+d}{\sqrt{(\tilde{h}-d)^2+l^2}} \right] ds \quad (5.39)$$

顾及 $\frac{\partial \psi}{\partial \varphi} = -\cos\alpha$ ， $\frac{\partial \psi}{\partial \lambda} = -\cos\varphi \sin\alpha$ ，可得垂线偏差海水完全布格影响严密积分表达式

$$\xi^o = \frac{T_\theta^o}{\gamma r} = \frac{G\beta}{\gamma r} \iint_s \int_{R+d}^R \frac{\partial L^{-1}(r, \psi, r')}{\partial \psi} dr' \cos\alpha ds \quad (5.40)$$

$$\eta^o = -\frac{T_\lambda^o}{\gamma r \sin\theta} = \frac{G\beta}{\gamma r} \iint_s \int_{R+d}^R \frac{\partial L^{-1}(r, \psi, r')}{\partial \psi} dr' \sin\alpha ds \quad (5.41)$$

扰动重力梯度海水完全布格影响严密积分表达式

$$T_{rr}^o = \frac{\partial^2}{\partial r^2} T^o = G\beta \iint_s \int_{R+d}^R \frac{\partial^2 L^{-1}(r, \psi, r')}{\partial r^2} dr' ds \quad (5.42)$$

等价于

$$T_{rr}^o = G\beta \iint_s \left[\frac{\tilde{h}-d}{((\tilde{h}-d)^2+l^2)^{3/2}} - \frac{h}{L^3} \right] ds \quad (5.43)$$

类似地，将上述严积分式中的被积函数在海平面 $z = 0$ 附近展开，可导出积分快速 FFT 算法公式。将式 (5.37) 被积函数在 $z = 0$ 处展开至 3 阶，得

$$T^o = G\beta \int_d^0 \frac{1}{L} dz ds = G\beta \iint_s \left(\frac{1}{L} d + \frac{\tilde{h}}{2L^3} d^2 + \frac{2\tilde{h}^2-l^2}{6L^5} d^3 \right) ds \quad (5.44)$$

将式 (5.39) 被积函数在 $z = 0$ 处展开至 4 阶，得

$$\delta g^o = \frac{G}{r} \iint_s \beta \left[\frac{r\tilde{h}+L^2}{L^3} d + \frac{2\tilde{h}L^2+r_0(\tilde{h}^2+L^2)}{2L^5} d^2 + \frac{2\tilde{h}^3r+\tilde{h}^2l^2-3r_0\tilde{h}l^2-l^4}{2L^7} d^3 + \frac{8r\tilde{h}^4-4\tilde{h}^3l^2-12\tilde{h}l^4-24r_0\tilde{h}^2l^2+3l^4r_0}{8L^9} d^4 \right] ds \quad (5.45)$$

将垂线偏差海水布格影响严密积分公式中被积函数在 $z = 0$ 附近展开至 3 阶

$$\begin{aligned} \int_{R+d}^R \frac{\partial L^{-1}(r, \psi, r')}{\partial \psi} dr' \\ = -\frac{r^2 \sin \psi}{L^3} d - \frac{3\tilde{h}r^2 \sin \psi}{2L^5} d^2 - \left[\frac{r^2 \sin \psi}{3L^5} + \frac{5r^2 \sin \psi (2\tilde{h}^2-l^2)}{6L^7} \right] d^3 \end{aligned} \quad (5.46)$$

由式 (5.39)，扰动重力梯度海水完全布格影响等于

$$T_{rr}^o = -\frac{\partial \delta g^o}{\partial r} = G\beta \iint_s \left[\frac{2\tilde{h}^2-l^2}{L^5} d + \frac{3\tilde{h}(2\tilde{h}^2-3l^2)}{2L^7} d^2 + \frac{4\tilde{h}^4+6r^4-12\tilde{h}^2l^2-(6r^4+3r^2l^2)\cos\psi}{L^9} d^3 \right] ds \quad (5.47)$$

式 (5.44) ~ 式 (5.47) 右边各项展开后可用 FFT 算法进行快速计算。若计算点也在海面，有 $h = 0$ ， $L = l$ ，式 (5.37) ~ 式 (5.47) 会大幅简化。

地球外部各类重力场量的海水完全布格影响量级较大，实际计算时应采用较大积分半径，如积分半径不小于 250km。近海陆地受海水布格影响，近岸海域受陆地局部地形影响，海岸带陆域或海域同时受海水布格和陆地局部地形影响。

由于各种类型球壳布格影响量级大，地形起伏三阶近似的引入误差有时甚至超过扰动重力场量本身量级。因此建议，除重力完全布格影响可用积分法计算外，其他各种类型外部扰动场量（包括重力）的完全布格影响，以全球陆海地形质量球谐系数模型为参考地形场，采用移去恢复法按剩余地形影响积分精准计算。

7.5.4 外部场量剩余地形影响的积分算法

陆海剩余地形影响定义为陆海完全布格影响的短波、超短波部分，因而可先构造陆海剩余地形模型，再按积分方法计算各种类型场量的剩余地形影响。

剩余地形模型可由相同格网规格的高分陆海地形模型与低通陆海地形模型格网相减求得。剩余地形影响积分公式，与局部地形影响和海水完全布格影响的积分公式在形式上相同，只是采用的积分流动体元密度和径向积分域存在一些差异。地球外部扰动位剩余地形影响的严密积分公式为

$$T^{rtm} = G \iint_s \int_R^{R+\delta'} \beta' L^{-1}(r, \psi, r') dr' ds \quad (5.48)$$

式中： δ', β' 分别为积分流动面元 $ds = r'^2 \cos\varphi' d\varphi' d\lambda'$ 处的剩余地形高度和密度。当 ds 位于陆地区域， δ' 为剩余地形高度 δh ， β' 等于地形密度 $\rho (= 2.67 \times 10^3 \text{kg/m}^3)$ ；当 ds 位于海洋区域， δ' 为剩余水深 δd ， β' 为海水补偿密度 $\beta' = \rho - \rho_w$ （海水密度 $\rho_w = 1.03 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ ）。

不难看出，面元 ds 无论位于陆域，还是海域，剩余地形 δ' 都是可正可负的。

同理，可得外部扰动重力剩余地形影响的严密积分表达式

$$\delta g^{\text{rtm}} = -\frac{\partial T^{\text{rtm}}}{\partial r} = -G \iint_S \beta' \int_R^{R+\delta'} \frac{\partial L^{-1}(r, \psi, r')}{\partial r} dr' ds \quad (5.49)$$

外部垂线偏差剩余地形影响的严密积分表达式

$$\xi^{\text{rtm}} = \frac{G}{\gamma r} \iint_S \beta' \int_R^{R+\delta'} \frac{\partial L^{-1}(r, \psi, r')}{\partial \psi} dr' \cos \alpha ds \quad (5.50)$$

$$\eta^{\text{rtm}} = \frac{G}{\gamma r} \iint_S \beta' \int_R^{R+\delta'} \frac{\partial L^{-1}(r, \psi, r')}{\partial \psi} dr' \sin \alpha ds \quad (5.51)$$

外部扰动重力梯度剩余地形影响的严密积分表达式

$$T_{rr}^{\text{rtm}} = \frac{\partial^2 T^{\text{rtm}}}{\partial r^2} = G \iint_S \beta' \int_R^{R+\delta'} \frac{\partial^2 L^{-1}(r, \psi, r')}{\partial r^2} dr' ds \quad (5.52)$$

综合局部地形影响与海水完全布格影响快速算法思路，采用当地水平极坐标系，令 $z = 0$ 为陆地地形面/海面， z 轴指向天顶方向。令 $\mathcal{L} = \sqrt{\tilde{h}^2 + l^2}$ 为地形面/海面上的流动面元到外部计算点的三维空间距离，则式（5.48）~式（5.52）可等价地改写成

$$\begin{aligned} T^{\text{rtm}} &= G \iint_S \beta' \int_0^{\delta'} \frac{dz}{\sqrt{(\tilde{h}-z)^2 + l^2}} ds \\ &= G \iint_S \beta' \left[\ln \frac{\sqrt{(\tilde{h}-\delta')^2 + l^2} - \tilde{h} + \delta'}{\mathcal{L} + \tilde{h} - \delta'} - \ln \frac{\mathcal{L} - \tilde{h}}{\mathcal{L} + \tilde{h}} \right] ds \end{aligned} \quad (5.53)$$

$$\delta g^{\text{rtm}} = \frac{G}{r} \iint_S \beta' \int_0^{\Delta h} \frac{\partial}{\partial \tilde{h}} \frac{dz}{\sqrt{(\tilde{h}-z)^2 + l^2}} ds = \frac{G}{r} \iint_S \beta' \left[\frac{1}{\sqrt{(\tilde{h}-\Delta h)^2 + l^2}} - \frac{1}{\mathcal{L}} \right] ds \quad (5.54)$$

$$\text{垂线偏差剩余地形影响被积函数} \int_R^{R+\delta'} \frac{\partial L^{-1}(r, \psi, r')}{\partial \psi} dr' = \frac{1}{2} \text{ctg} \frac{\psi}{2} \left[\frac{\tilde{h} - \delta'}{\sqrt{(\tilde{h} - \delta')^2 + l^2}} - \frac{\tilde{h}}{\mathcal{L}} \right] \quad (5.55)$$

$$T_{rr}^{\text{rtm}} = G \iint_S \beta' \left[\frac{\tilde{h} - \delta'}{((\tilde{h} - \delta')^2 + l^2)^{3/2}} - \frac{\tilde{h}}{\mathcal{L}^3} \right] ds \quad (5.56)$$

为进行快速计算，将上述严密积分表达式中的被积函数在 $z = 0$ 附近展开，这里的 $z = 0$ 是地形面/海面。将式（5.53）被积函数在 $z = 0$ 处展开至3阶，得

$$T^{\text{rtm}} = -G \iint_S \beta' \left(\frac{1}{\mathcal{L}} \delta' + \frac{\tilde{h}}{2\mathcal{L}^3} \delta'^2 + \frac{2\tilde{h}^2 - l^2}{6\mathcal{L}^5} \delta'^3 \right) ds \quad (5.57)$$

将式（5.54）被积函数在 $z = 0$ 处展开至4阶，得

$$\begin{aligned} \delta g^{\text{rtm}} &= \\ &= \frac{G}{r} \iint_S \beta' \left[\frac{\tilde{h}}{\mathcal{L}^3} \delta' + \frac{2\tilde{h}^2 - l^2}{2\mathcal{L}^5} \delta'^2 + \frac{\tilde{h}(2\tilde{h}^2 - 3l^2)}{2\mathcal{L}^7} \delta'^3 + \frac{8\tilde{h}^4 - 24\tilde{h}^2 l^2 + 3l^4}{8\mathcal{L}^9} \delta'^4 \right] ds \end{aligned} \quad (5.58)$$

将垂线偏差剩余地形影响的被积函数式（5.55）在 $z = 0$ 附近展开至3阶

$$\int_R^{R+\delta'} \frac{\partial L^{-1}(r,\psi,r')}{\partial \psi} dr' = -\frac{r^2 \sin \psi}{L^3} \delta' - \frac{3\bar{h}r^2 \sin \psi}{2L^5} \delta'^2 - \left[\frac{r^2 \sin \psi}{3L^5} + \frac{5r^2 \sin \psi (2\bar{h}^2 - l^2)}{6L^7} \right] \delta'^3 \quad (5.59)$$

将式 (5.56) 被积函数在 $z = 0$ 附近展开至 3 阶, 得

$$T_{rr}^{\text{rtm}} = G \iint_S \beta' \left[\frac{2\bar{h}^2 - l^2}{L^5} \delta' + \frac{3\bar{h}(2\bar{h}^2 - 3l^2)}{2L^7} \delta'^2 + \frac{8\bar{h}^4 - 24\bar{h}^2 l^2 + 3l^4}{2L^9} \delta'^3 \right] ds \quad (5.60)$$

7.6 局部地形补偿与地形 Helmert 凝聚

7.6.1 重力场量的地形 Helmert 凝聚影响

地形质量的 Helmert 凝聚, 涉及一种称为地形质量补偿的概念, 简称地形补偿。大地水准面外部任意类型场量的地形补偿定义为, 为抵消移去地形质量即扣除地形影响后导致地球引力场发生变化, 从而对该类型场量进行的质量补偿量。

地形 Helmert 凝聚可分解为两个步骤: 第一步, 扣除地形质量生成的引力场, 即减去陆地完全布格地形影响; 第二步, 补偿扣除地形质量后引起的引力场变化, 即加上地形补偿。地形 Helmert 凝聚引起外部任意重力场量的变化, 称为该重力场量的地形 Helmert 凝聚影响, 可统一表示为

$$\alpha^h = \alpha^t - \alpha^c \quad (6.1)$$

式中: α^h 为扰动场量 α 的地形 Helmert 凝聚; α^t 为 α 的陆地完全布格影响; α^c 为 α 的地形补偿。

不同于局部地形影响和完全布格影响, 地形 Helmert 凝聚前后, 地形质量保持不变, 因而场量在垂直方向的地形 Helmert 凝聚影响一般远小于其完全布格影响, 也小于其局部地形影响。地形 Helmert 凝聚后的大地水准面外部空间, 称为 Helmert 空间, 对应的重力场为 Helmert 重力场, 与实际地球重力场相差由地形 Helmert 凝聚引起的引力场变化。地形 Helmert 凝聚影响是调和的。

7.6.2 地形补偿与 Helmert 凝聚影响算法

下面给出大地水准面外部近地调和空间中, 任意高度各类重力场量的地形补偿算法。依据定义, 外部扰动位的地形补偿可表示为

$$T^c = T^B + T^{cR} = T^B + G \iint_S \frac{\mu' - \mu}{L} ds \quad (6.2)$$

式中: T^{cR} 称为扰动位的局部地形补偿; ds 为地形面上的流动面元; μ 称为地形质量补偿密度, 球近似下有

$$\mu = \rho h \left(1 + \frac{h}{R} + \frac{h^2}{3R^2} \right) \quad (6.3)$$

式中: h 为计算点正下方的地面高程; ρ 为地形密度。

分别用计算面和地形面的平均地心距代替实际地心距, 式 (6.2) 右边第二项局部地形补偿积分可用 FFT 算法进行快速计算。

当计算点与流动点位置相同时, T^{cR} 是奇异积分, 奇异积分值为

$$T^{cR}|_0 = \frac{R^2}{6\bar{r}^2} GA_0 \sqrt{A_0/\pi} (\mu_{xx} + \mu_{yy}) \quad (6.4)$$

式中： μ_{xx}, μ_{yy} 为计算点地形质量补偿密度在北方向 x 和东方向 y 的二阶偏导数。

将式 (6.2) 代入扰动重力定义式，可得扰动重力地形补偿的积分式为

$$\delta g^c = \delta g^B + \delta g^{cR} = \delta g^B + G \iint_S (\mu' - \mu) \frac{r-r't}{L^3} ds \quad (6.5)$$

式中： δg^{cR} 称为扰动重力的局部地形补偿。

当计算点与流动点位置相同时，积分奇异，奇异积分值为

$$\delta g^{cR}|_0 = \frac{R^2}{12\bar{r}^3} GA_0 \sqrt{A_0/\pi} (\mu_{xx} + \mu_{yy}) \quad (6.6)$$

综合式 (6.2) 和式 (6.5) 不难发现，地球外部任意类型扰动场量 α 的地形 Helmert 凝聚影响可表示为

$$\alpha^h = \alpha^t - \alpha^c = (\alpha^B + \alpha^R) - (\alpha^B + \alpha^{cR}) = \alpha^R - \alpha^{cR} \quad (6.7)$$

由式 (6.7) 可知，球近似球壳布格影响 α^B 抵消，即地形 Helmert 凝聚影响等于局部地形影响 α^R 与局部地形补偿 α^{cR} 之差。

将式 (5.5) 和式 (6.5)，以及式 (5.8) 和式 (6.5) 分别代入式 (6.7)，就可求得大地水准面外部近地空间扰动位和扰动重力的地形 Helmert 凝聚影响，进而可以得到其他各种类型重力场量的地形 Helmert 凝聚影响。

采用当地水平极坐标系，令 z 轴为天顶方向，此时有 $dr = d\tilde{h}$ ，则

$$\begin{aligned} \delta g^{cR} &= -G \iint_S (\mu' - \mu) \frac{\partial}{\partial \tilde{h}} \frac{1}{L} ds = G \iint_S (\mu' - \mu) \frac{\tilde{h}}{L^3} - \frac{\mu' - \mu}{L^3} (h' - h) ds \\ &= G \iint_S (\mu' - \mu) \frac{\tilde{h}}{L^3} ds - G \iint_S \frac{\mu' h' t}{L^3 L} ds \\ &\quad + G \iint_S \frac{\mu' h}{L^3} ds + G \iint_S \frac{\mu h'}{L^3} ds - G \iint_S \frac{\mu h}{L^3} ds \end{aligned} \quad (6.8)$$

式 (6.8) 右边每一项可用 FFT 算法进行快速计算。

$$\text{顾及} \quad \frac{\partial L^{-1}(r, \psi, r')}{\partial \psi} = \frac{r r' \sin \psi}{L^3}, \quad \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} = -\cos \alpha, \quad \frac{\partial \psi}{\partial \lambda} = -\cos \varphi \sin \alpha \quad (6.9)$$

$$\begin{aligned} \text{有} \quad \xi^{cR} &= -\frac{\partial T^{cR}}{\gamma r \partial \varphi} = -\frac{\partial T^{cR}}{\gamma r \partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} = \frac{\partial T^{cR}}{\gamma r \partial \psi} \cos \alpha = \frac{G}{\gamma r} \iint_S (\mu' - \mu) \frac{\partial L^{-1}(r, \psi, r')}{\partial \psi} \cos \alpha ds \\ &= \frac{G}{\gamma} \int_S (\mu' - \mu) \frac{r' \sin \psi}{L^3} \cos \alpha ds \end{aligned} \quad (6.10)$$

$$\begin{aligned} \eta^{cR} &= -\frac{\partial T^{cR}}{\gamma r \cos \varphi \partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial \lambda} = \frac{\partial T^{cR}}{\gamma r \partial \psi} \sin \alpha = \frac{G}{\gamma r} \iint_S \frac{\partial L^{-1}(r, \psi, r')}{\partial \psi} (\mu' - \mu) \sin \alpha ds \\ &= \frac{G}{\gamma} \iint_S (\mu' - \mu) \frac{r' \sin \psi}{L^3} \sin \alpha ds \end{aligned} \quad (6.11)$$

$$\begin{aligned} T_{rr}^{cR} &= \frac{\partial^2}{\partial r^2} T^{cR} = G \iint_S (\mu' - \mu) \frac{\partial^2}{\partial r^2} \left(\frac{1}{L} \right) ds \\ &= G \iint_S (\mu' - \mu) \left(3 \frac{r-r' \cos \psi}{L^5} - \frac{1}{L^3} \right) ds \end{aligned} \quad (6.12)$$

式 (6.10) ~ 式 (6.12) 为垂线偏差和扰动重力梯度局部地形补偿的 FFT 算法公式。

7.7 陆海地形球谐分析与地形影响综合

地面/海面任意一点 $P(\theta, \lambda, R)$ 的地形面密度 $q(\theta, \lambda)$ 可用规格化的球谐系数展开式表示

为

$$q(\theta, \lambda) = \beta h = a \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n [A_{nm} \cos m\lambda + B_{nm} \sin m\lambda] \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \quad (7.1)$$

式中： a 取地球椭球长半轴，以方便与地球重力场位系数模型融合； A_{nm}, B_{nm} 为 n 阶 m 次规格化地形质量球谐系数。

式(7.1)中，当 P 位于陆地地面时， h 为陆地地形高度($h > 0$)， β 为地形密度，可取 $\beta = \rho = 2.67 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ ；当 P 位于海面时， h 为海洋水深($h < 0$)， β 为海水补偿密度(等于地形密度 ρ 与海水密度 ρ_w 之差)，可取 $\beta = \rho - \rho_w = 1.64 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ 。

地球外部空间点 (θ, λ, r) 引力位的陆海完全布格影响可用全球陆海地形质量球谐级数表达为

$$V^{\text{tbg}}(\theta, \lambda, r) = \frac{3GM}{r\rho_e} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (A_{nm} \cos m\lambda + B_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \quad (7.2)$$

式中： $\rho_e = 5.517 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ 为地球平均密度。

而地球外部空间点 (r, θ, λ) 引力位的剩余地形影响可用全球陆海地形质量球谐级数表示为

$$V^{\text{rtm}}(\theta, \lambda, r) = \frac{3GM}{r\rho_e} \sum_{n=n_1}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (A_{nm} \cos m\lambda + B_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \quad (7.3)$$

式中： n_1 为剩余陆海地形模型的最小阶数。

规格化地形质量球谐系数与规格化地形位系数之间的关系为

$$\bar{C}_{nm}^{\text{ter}} = \frac{3}{\rho_e} \frac{1}{2n+1} A_{nm}, \quad \bar{S}_{nm}^{\text{ter}} = \frac{3}{\rho_e} \frac{1}{2n+1} B_{nm} \quad (7.4)$$

可见，地形位系数 $\bar{C}_{nm}^{\text{ter}}$ 、 $\bar{S}_{nm}^{\text{ter}}$ 定义为，由陆域地面与大地水准面间的地形质量、海域海面(不是深度基准面)与海底之间海水补偿质量组合，生成的地球外部引力场即陆海完全布格影响，经规格化球谐分析后，对应的地形引力场位系数，也称重力位系数的陆海完全布格影响。

将式(7.4)代入扰动重力场量球谐展开式，并顾及正常重力场量不存在地形影响问题，就可导出地球外部各种重力场量的剩余地形影响球谐综合表达式。大地水准面或其外部点 (θ, λ, r) 处高程异常剩余地形影响球谐综合计算式

$$\zeta^{\text{rtm}}(\theta, \lambda, r) = \frac{GM}{r\gamma} \frac{3}{\rho_e} \sum_{n=n_1}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \frac{1}{2n+1} \sum_{m=0}^n (A_{nm} \cos m\lambda + B_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \quad (7.5)$$

式中： γ 为计算点的正常重力。同理，可得外部重力剩余地形影响球谐综合计算式

$$g^{\text{rtm}}(\theta, \lambda, r) = \frac{GM}{r^2} \frac{3}{\rho_e} \sum_{n=n_1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+1} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (A_{nm} \cos m\lambda + B_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \quad (7.6)$$

外部垂线偏差剩余地形影响球谐综合计算式

$$\text{南向} : \xi^{\text{rtm}}(\theta, \lambda, r) = \frac{GM}{r^2} \frac{3}{\gamma\rho_e} \sin\theta \sum_{n=n_1}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (A_{nm} \cos m\lambda + B_{nm} \sin m\lambda) \frac{\partial}{\partial\theta} \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \quad (7.7)$$

$$\begin{aligned} \text{西向} : \eta^{\text{rtm}}(\theta, \lambda, r) &= \frac{GM}{r^2 \sin \theta} \frac{3}{\rho_e} \sum_{n=n_1}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \left(\frac{a}{r}\right)^n \\ &\quad \sum_{m=1}^n m(A_{nm} \sin m\lambda - B_{nm} \cos m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \end{aligned} \quad (7.8)$$

外部径向重力梯度剩余地形影响球谐综合计算式

$$\begin{aligned} V_{rr}^{\text{rtm}}(\theta, \lambda, r) &= \frac{GM}{r^3} \frac{3}{\rho_e} \sum_{n=n_1}^{\infty} \frac{(n+1)(n+2)}{2n+1} \left(\frac{a}{r}\right)^n \\ &\quad \sum_{m=0}^n (A_{nm} \cos m\lambda + B_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \end{aligned} \quad (7.9)$$

外部水平重力梯度剩余地形影响球谐综合计算式

$$\begin{aligned} \text{北向} : V_{nn}^{\text{rtm}}(\theta, \lambda, r) &= -\frac{GM}{r^3} \frac{3}{\rho_e} \sum_{n=n_1}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \left(\frac{a}{r}\right)^n \\ &\quad \sum_{m=0}^n (A_{nm} \cos m\lambda + B_{nm} \sin m\lambda) \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \end{aligned} \quad (7.10)$$

$$\begin{aligned} \text{西向} : V_{ww}^{\text{rtm}}(\theta, \lambda, r) &= -\frac{GM}{r^3 \sin^2 \theta} \frac{3}{\rho_e} \sum_{n=n_1}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \left(\frac{a}{r}\right)^n \\ &\quad \sum_{m=1}^n m^2 (A_{nm} \sin m\lambda + B_{nm} \cos m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \end{aligned} \quad (7.11)$$

在式 (7.5) ~ 式 (7.11) 中, 取 $n_1 = 1$, 就是对应类型重力场量的陆海完全布格影响球谐综合算法公式。陆海完全布格影响的一阶项明显, 不能忽略。

7.8 陆海统一经典布格与均衡影响算法

7.8.1 陆地布格重力异常经典归算方法

经典的平面布格重力异常只定义在大地水准面上, 等于大地水准面上的空间异常, 减去大地水准面外所有地形质量对地面点重力产生的影响。因而, 大地水准面上的布格重力异常经典算法为

$$\Delta g_B = \Delta g - g^R - 2\pi G\rho h \quad (8.1)$$

式中: Δg 为大地水准面上空间异常, $-g^R$ 为经典的平面地形改正 (g^R 等于地面重力局部地形影响的平面近似), $-2\pi G\rho h$ 为层间改正 ($2\pi G\rho h$ 等于地面重力球壳布格影响的平面近似)。

在陆地山区, 层间改正 $-2\pi G\rho h$ 远小于零, 因而布格重力异常也一般小于零。由于实际重力测点一般不在大地水准面上, 因而需要将实测重力从测点高度延拓到大地水准面上, 得到该点在大地水准面上的空间异常 Δg 后, 才可以按算法公式 (8.1), 计算经典布格重力异常。

这样, 对于地面或近地空间, 由测点重力与测点高度观测量, 计算平面布格重力异常 (大地水准面上) 的一般算法公式为

$$\Delta g_B = \Delta g^s - g^R - 2\pi G\rho h - \Delta g^c \quad (8.2)$$

式中: Δg^s 为测点空间异常; Δg^c 为空间异常的解析延拓量。

由于地形影响的对象是重力本身, 与正常重力无关。因此由地面测点重力与高度观测量, 计算平面布格扰动重力 (大地水准面上) 的算法公式为

$$\delta g_B = \delta g^s - g^R - 2\pi G\rho h - \delta g^c \quad (8.3)$$

式中： δg^s 为测点扰动重力； δg^c 为扰动重力的解析延拓量，与 Δg^c 几乎相等。

式 (8.2) 和式 (8.3)，就是由地面或航空重力计算经典布格重力异常和布格扰动重力的通用公式。

值得注意的是，无论测点在地面还在航空高度上，经典布格重力异常（布格扰动重力）中的空间异常（扰动重力）都只定义在大地水准面上，而地形影响（包括局部地形影响和平面层间影响）特指地形质量对地面重力的影响。即使由航空重力计算经典布格重力异常或布格扰动重力，式 (8.2) 和式 (8.3) 中的 g^R 也只能采用地面重力的局部地形影响，既不是航空高度上也不是大地水准面上重力的局部地形影响。

7.8.2 海洋及陆海统一布格重力异常计算

大陆地区，陆域地形导致大地水准面外存在质量，需要去掉，产生陆地布格影响。而在海洋地区，海平面下方的海水密度小于地形密度，海水质量亏损需要补偿，从而产生海水布格影响。

重力（空间异常/扰动重力）的海水完全布格影响严密积分公式为

$$g_b^w = \frac{G\beta}{r} \iint_s \left[\frac{r_0}{L} - \frac{r_0+d}{\sqrt{(\tilde{h}-d)^2+l^2}} \right] ds \quad (8.4)$$

式中： $d < 0$ 为海底水深； $\beta = \rho - \rho_w$ 为海水补偿密度； \tilde{h} 为计算点相对于海面的高度； r_0 为计算点正下方海面的地心距； ds 为海面积分面元； L 为海面流动积分面元到计算点的空间距离； l 为计算点在海面上投影点与海面积分面元 ds 之间的直线距离。

由于式 (8.1) 中的局部地形影响 g^R 和式 (8.4) 中的海水完全布格影响 g_b^w 都是一定区域范围内的积分值，因此，近岸海域受陆域局部地形影响不为零，近海陆地受海水布格影响也不为零。可见，海岸带地区需要采用陆海统一的布格影响算法。

海平面的海拔高度等于零，局部地形影响积分区域若包含海域，则海域部分对局部地形影响的贡献等于零；同样，陆域地面的海洋水深等于零，海水布格影响积分区域若包含陆域，则陆域部分对海水布格影响的贡献也等于零。可见，局部地形影响与海水布格影响在积分域上完全分离且无缝拼接，因此两项积分公式直接相加，就是陆海统一的布格重力异常和布格扰动重力计算公式

$$\Delta g_B = \Delta g^s - g^R - 2\pi G\rho h - g_b^w - \Delta g^c \quad (8.5)$$

$$\delta g_B = \delta g^s - g^R - 2\pi G\rho h - g_b^w - \delta g^c \quad (8.6)$$

这表明，陆海统一的算法能力可通过积分公式相加形成。令

$$g^B = g_b + g_b^w = g^R + 2\pi G\rho h + g_b^w \quad (8.7)$$

通常称 g^B 为经典的重力布格影响量。不难看出，对于空间异常或扰动重力，经典的布格影响量是统一的，无需区分。

7.8.3 陆地 Airy-Heiskanen 地壳均衡影响

布格重力异常在山区通常表现为较大的负值，人们因此联想地壳上不规则高山起伏的“多余”物质，可能被下面岩浆层存在的对应亏损物质所补偿。令海平面至岩浆面的深度为补偿深度 D ，Airy-Heiskanen 模型认为，地壳下层是岩浆层，密度为 $\rho_1 = 3.27 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ ，岩浆层上面漂浮一座山体，密度为地壳密度 $\rho = 2.67 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ ，这座山体高出海平面部分就是可见的地形，山越高沉入岩浆的部分（称为山根）越深，山体与山根相对岩浆面近似对称。山体与山根之间形成一个密度差 $\Delta\rho_1 = \rho_1 - \rho = 0.6 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ ，是岩浆层中局部密度亏损。

假设把地形起伏的多余物质填入其下面的亏损部分，给予补偿，补偿密度正好等于亏损密度 $\Delta\rho_1 = 0.6 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ ，补偿密度使重力值加大，这种因补偿而导致的重力值变化，就是 Airy-Heiskanen 地壳均衡影响。令地形高度为 h ，山根深度为 b ，由漂浮的静力平衡条件可知

$$b\Delta\rho_1 = \rho_0 h \Rightarrow b = \frac{\rho_0}{\Delta\rho_1} h = 4.45h \quad (8.8)$$

陆地山根质量亏损，需要质量补偿，因此，一般情况下陆地地壳均衡影响与平面布格影响大致反号。令 z 轴为铅垂线方向，原点 O 位于海平面，则陆地地壳均衡影响等于

$$g_I = -G\Delta\rho_1 \iint_{\sigma} \int_D^{D+b} \frac{z-z'}{L^3} dz d\sigma \quad (8.9)$$

7.8.4 海洋及陆海统一均衡重力异常计算

海洋有一层低密度海水 $\rho_w = 1.03 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ 和一层密度等于 ρ 的洋壳，两层物质自重将小于岩浆的浮力，需要补充物质才能达到静力平衡，从而导致岩浆物质向海洋地区上涌，形成反山根。

对海水层密度亏损的补偿 $\beta = \rho - \rho_w = 1.64 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ ，产生海水布格影响，已用式 (8.4) 表达。令海底水深为 d ，海水补偿后，海洋反山根静力平衡条件变为

$$b'\Delta\rho_1 = \beta d \Rightarrow b' = \frac{\beta}{\Delta\rho_1} d = 2.73d \quad (8.10)$$

陆地山根质量亏损，需要质量补偿，因此，海洋地壳均衡影响与海水布格影响一般也反号。海洋地壳均衡影响等于

$$g_I^o = -G\Delta\rho_1 \iint_{\sigma} \int_{D-b'}^D \frac{z-z'}{L^3} dz d\sigma \quad (8.11)$$

由于陆域地壳均衡影响式 (8.9) 和海洋地壳均衡影响式 (8.11) 都是对一定区域范围内的积分，因此，近岸海域的陆地均衡影响不为零，近海陆地的海洋均衡影响也不为零。可见，在海岸带区域，也需要陆海统一的地壳均衡影响算法。

与陆海统一布格影响算法的分析思路相似，海面高度等于零，陆域均衡影响积分区域若包含海域，则海域部分对陆域地壳均衡影响的贡献等于零（海域无陆地山根）；陆地海洋水深等于零，海洋均衡影响积分区域若包含陆域，则陆域部分对海洋地壳均衡影响的贡献也等于零（陆域无海洋反山根）。因此，陆地均衡影响与海洋均衡影响在积分

域上也完全分离且无缝拼接，两项积分公式直接相加，就得到陆海统一的均衡重力异常和均衡扰动重力计算公式

$$\Delta g_I = \Delta g^s - g^B - g_I - g_I^o - \Delta g^c \quad (8.12)$$

$$\delta g_I = \delta g^s - g^B - g_I - g_I^o - \delta g^c \quad (8.13)$$

令
$$g^I = g_I + g_I^o \quad (8.14)$$

并称 g^I 为经典的重力陆海地壳均衡影响量。

7.8.5 布格/均衡影响符号问题的物理解释

陆地布格影响 g_b 是移去大地水准面以外的地形质量，海水布格影响 g_b^w 是补偿海水密度至地形密度，因此，陆地布格影响与海水布格影响反号。

陆地均衡影响 g_I 是将地形多余物质填入山根的亏损部分，陆地均衡影响与陆地布格影响反号；海洋均衡影响 g_I^o 是移去海洋反山根的过程质量，海洋均衡影响与海水布格影响反号。

陆地布格影响大于零 $g_b > 0$ ，因此，海水布格影响、陆地均衡影响小于零 $g_b^w < 0, g_I < 0$ ，而海洋均衡影响大于零 $g_I^o > 0$ 。用+表示大于零，-表示小于零，则陆地布格影响 (+)，海水布格影响 (-)，陆地均衡影响 (-)，海洋均衡影响 (+)，如图 6。

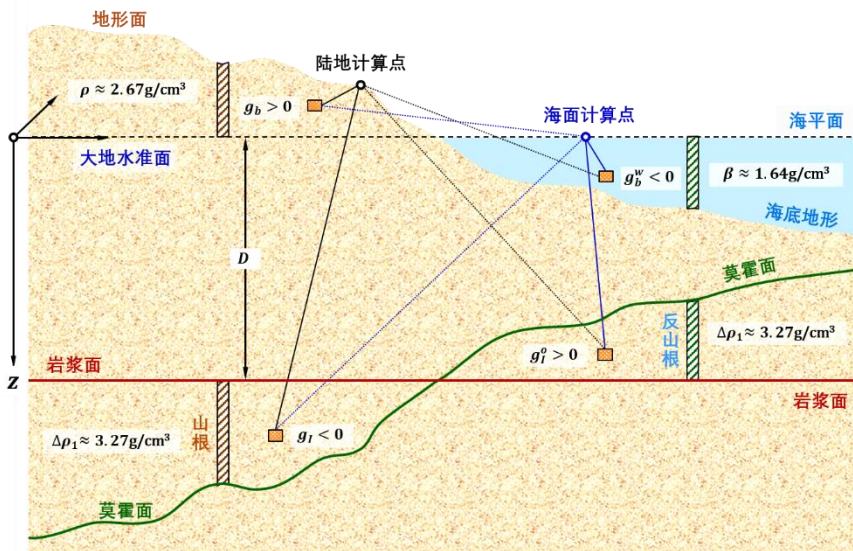


图 6 陆海统一的地面重力布格与均衡影响量计算原理

由地壳均衡补偿原理可知，陆地布格影响大于陆地均衡影响，且相互抵偿一部分；海洋的海水布格影响大于海洋均衡影响，也相互抵偿一部分。因此，无论是陆地还是海洋，在大部分地区，均衡异常一般会小于布格异常。

正常重力场是扰动重力场约定的起算基准，不存在地形影响问题。因此，同一点处的重力、扰动重力和空间异常的各种地形影响都严格相等，重力位与扰动位的地形影响、重力梯度与扰动重力梯度的地形影响也分别相等。例如，测点的重力、扰动重力、空间

异常的局部地形影响、地形 Helmert 凝聚、陆海布格影响、陆海均衡影响和地形剩余影响都分别相等，无需区分。布格重力异常与布格扰动重力的地形影响相同，均衡重力异常与均衡扰动重力的地形影响相同。

值得注意的是，由于正常重力不存在地形影响问题，因而扰动重力的地形影响与空间异常的地形影响严格相等，两者之间并不满足重力基本微分方程，而且，空间异常的地形影响与高程异常的地形影响之间满足 Hotine 公式，而不是 Stokes 公式。

7.9 扰动地球重力场积分算法公式

全球地球重力场一般在谱域中表达和求解，扰动重力场的空域积分算法主要用于局部重力场逼近。在局部地区，为实现有限半径积分，通常采用参考重力场模型移去恢复法，即先计算并移去边界面上被积扰动场量的模型值，获得残差扰动场量，再用有限积分半径按空域积分算法，由残差扰动场量得到计算点处的目标残差扰动场元，最后计算并恢复计算点处目标扰动场元的模型值，得到目标扰动场元的局部逼近解。

7.9.1 广义 Stokes 与 Hotine 积分公式

已知大地水准面或其外部某一重力等位面 S 上的空间异常 Δg ，则地球外部空间计算点的扰动位 $T(\theta, \lambda, r)$ 或高程异常 $\zeta(\theta, \lambda, r)$ ，可用如下广义 Stokes 积分公式计算

$$T(\theta, \lambda, r) = \gamma \zeta(\theta, \lambda, r) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \Delta g' S(r, \psi, r') ds \quad (9.1)$$

式中： r' 为空间异常 $\Delta g'$ 所在重力等位面上流动点（面元 ds ）的地心距； $S(r, \psi, r')$ 为广义 Stokes 核函数，且

$$S(r, \psi, r') = \frac{2}{L} + \frac{1}{r} - \frac{3L}{r^2} - \frac{5r' \cos \psi}{r^2} - \frac{3r'}{r^2} \cos \psi \ln \frac{r-r' \cos \psi + L}{2r} \quad (9.2)$$

式中： L 为流动点到计算点的空间距离。

当计算点与流动点位置相同时，广义 Stokes 积分奇异，奇异积分值可表示为

$$\zeta|_0 = \frac{A_0}{\gamma} \Delta g_0 \quad (9.3)$$

式中： A_0 、 Δg_0 、 γ 分别为计算点所在积分面元的面积、空间异常和正常重力。

已知大地水准面或其外部某一重力等位面 S 上的扰动重力 δg ，则地球外部空间计算点的扰动位 $T(\theta, \lambda, r)$ 或高程异常 $\zeta(\theta, \lambda, r)$ ，可用如下广义 Hotine 积分公式计算

$$T(\theta, \lambda, r) = \gamma \zeta(\theta, \lambda, r) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \delta g' H(r, \psi, r') ds \quad (9.4)$$

式中： $H(r, \psi, r')$ 为广义 Hotine 核函数，且

$$H(r, \psi, r') = \frac{2}{L} - \frac{1}{r'} \ln \frac{r-r' \cos \psi + L}{r(1-\cos \psi)} \quad (9.5)$$

当计算点与流动点位置相同时，广义 Hotine 积分奇异，奇异积分值可表示为

$$\zeta|_0 = \frac{A_0}{\gamma} \delta g_0 \quad (9.6)$$

若将计算面地心距 r 和边界面地心距 r' 都近似为各自平均值的常量，则广义 Stokes/Hotine 积分公式可用 FFT 算法进行快速计算。

Stokes 边值问题要求，边界面必须是等位面，如大地水准面或其外部等位面，即空间异常/扰动重力必须位于重力等位面上。等位面可采用参考重力场模型（不大于 360 阶）构造，在高度不大于 10 千米的近地空间，可用等正（常）高面的大地高格网表示。

7.9.2 广义 Vening-Meinesz 积分公式

在当地水平坐标系中，对广义 Stokes 积分公式 (9.1) 两端求水平导数，得

$$\xi = -\frac{1}{4\pi r\gamma} \iint_s \Delta g' \frac{\partial S(r,\psi,r')}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} ds, \quad \eta = -\frac{1}{4\pi r\cos\varphi\gamma} \iint_s \Delta g' \frac{\partial S(r,\psi,r')}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial \lambda} ds \quad (9.7)$$

$$\text{对} \quad \cos\psi = \sin\varphi\sin\varphi' + \cos\varphi\cos\varphi'\cos(\lambda' - \lambda) \quad (9.8)$$

两边进行水平导数运算得

$$-\sin\psi \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} = \cos\varphi\sin\varphi' - \sin\varphi\cos\varphi'\cos(\lambda' - \lambda) \quad (9.9)$$

$$-\sin\psi \frac{\partial \psi}{\partial \lambda} = \cos\varphi\cos\varphi'\sin(\lambda' - \lambda) \quad (9.10)$$

由球面三角公式可得

$$\sin\psi\cos\alpha = \cos\varphi\sin\varphi' - \sin\varphi\cos\varphi'\cos(\lambda' - \lambda) \quad (9.11)$$

$$\sin\psi\sin\alpha = \cos\varphi'\sin(\lambda' - \lambda) \quad (9.12)$$

综合式 (9.9) ~ 式 (9.12) 有

$$\frac{\partial \psi}{\partial \varphi} = -\cos\alpha, \quad \frac{\partial \psi}{\partial \lambda} = -\cos\varphi\sin\alpha \quad (9.13)$$

代入式 (9.7) 得

$$\xi = \frac{1}{4\pi r\gamma} \iint_s \Delta g' \frac{\partial S(r,\psi,r')}{\partial \psi} \cos\alpha ds, \quad \eta = \frac{1}{4\pi r\gamma} \iint_s \Delta g' \frac{\partial S(r,\psi,r')}{\partial \psi} \sin\alpha ds \quad (9.14)$$

顾及 $L = \sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr'\cos\psi}$ ，有

$$\frac{\partial}{\partial \psi} L = \frac{rr'}{L} \sin\psi, \quad \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{1}{L}\right) = -\frac{1}{L^2} \frac{\partial}{\partial \psi} L = -\frac{rr'}{L^3} \sin\psi \quad (9.15)$$

$$\frac{\partial}{\partial \psi} \ln \frac{r-r'\cos\psi+L}{2r} = \frac{1}{r-r'\cos\psi+L} \left(\frac{rr'}{L} \sin\psi + r' \sin\psi\right) = \frac{r' \sin\psi}{r+L-r'\cos\psi} \frac{L+r}{L} \quad (9.16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \psi} S(r,\psi,r') &= \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{2}{L} + \frac{1}{r} - \frac{3L}{r^2} - \frac{5r'\cos\psi}{r^2} - \frac{3r'\cos\psi}{r^2} \ln \frac{r-r'\cos\psi+L}{2r} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial \psi} \frac{2}{L} - \frac{3}{r^2} \frac{\partial}{\partial \psi} L + \frac{5r' \sin\psi}{r^2} + \frac{3r' \sin\psi}{r^2} \ln \frac{r+L-r'\cos\psi}{2r} - \frac{3r' \cos\psi}{r^2} \frac{\partial}{\partial \psi} \ln \frac{r+L-r'\cos\psi}{2r} \\ &= \left(-\frac{2rr'}{L^3} - \frac{3r'}{rL} + \frac{5r'}{r^2} + \frac{3r'}{r^2} \ln \frac{r-r'\cos\psi+L}{2r} - \frac{3r' \cos\psi}{r^2} \frac{r'}{r-r'\cos\psi+L} \frac{L+r}{L} \right) \sin\psi \\ &= \left[-\frac{2r}{L^3} - \frac{3}{rL} + \frac{5}{r^2} + \frac{3}{r^2} \ln \frac{r-r'\cos\psi+L}{2r} - \frac{3r'(L+r)\cos\psi}{r^2 L(r-r'\cos\psi+L)} \right] r' \sin\psi \quad (9.17) \end{aligned}$$

同理，在当地水平坐标系中对广义 Hotine 公式 (9.4) 两端求水平导数，有

$$\xi = \frac{1}{4\pi r\gamma} \iint_s \delta g' \frac{\partial H(r,\psi,r')}{\partial \psi} \cos\alpha ds, \quad \eta = \frac{1}{4\pi r\gamma} \iint_s \delta g' \frac{\partial H(r,\psi,r')}{\partial \psi} \sin\alpha ds \quad (9.18)$$

$$\begin{aligned} \text{由于} \quad \frac{\partial}{\partial \psi} \ln \frac{r-r'\cos\psi+L}{r(1-\cos\psi)} &= \frac{r(1-\cos\psi)}{r-r'\cos\psi+L} \left(\frac{rr'}{L} \sin\psi + r' \sin\psi \right) \frac{r(1-\cos\psi) + (r-r'\cos\psi+L)r \sin\psi}{r^2(1-\cos\psi)^2} \\ &= \frac{\sin\psi}{r-r'\cos\psi+L} \frac{L+r-r'(1-\cos\psi) + (r-r'\cos\psi+L)}{1-\cos\psi} = \left[\frac{r'(L+r)}{(r-r'\cos\psi+L)L} + \frac{1}{1-\cos\psi} \right] \sin\psi \quad (9.19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{因此 } \frac{\partial}{\partial \psi} H(r, \psi, r') &= \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{2}{L} - \frac{1}{r'} \ln \frac{r-r' \cos \psi + L}{r(1-\cos \psi)} \right) = \frac{\partial}{\partial \psi} \frac{2}{L} - \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial \psi} \ln \frac{r-r' \cos \psi + L}{r(1-\cos \psi)} \\ &= \left[-\frac{2r'}{L^3} - \frac{L-r}{(r-r' \cos \psi + L)L} + \frac{1}{r'(1-\cos \psi)} \right] \sin \psi \end{aligned} \quad (9.20)$$

式 (9.14)、式 (9.18) 也称为广义 Vening-Meinesz 公式, 式 (9.17)、式 (9.20) 为广义 Vening-Meinesz 核函数。

广义 Vening-Meinesz 公式由广义 Stokes/Hotine 公式导出, 属 Stokes 边值问题, 要求被积空间异常/扰动重力位于重力等位面。利用式 (9.14), 可以由某一等位面上的空间异常计算地球外部或地面任意点的垂线偏差。利用式 (9.18), 可以由某一等位面上的扰动重力计算地球外部或地面任意点的垂线偏差。

将 r 、 r' 近似为常数, 广义 Vening-Meinesz 积分公式 (9.14) 和式 (9.18) 可用 FFT 算法进行快速计算。

7.9.3 Poisson 积分算法及其应用计算

Poisson 积分法由某一高度源边界面 S 上任一类型观测扰动场量, 计算另一高度目标边界面 D 上同类型扰动场量。用于扰动场量解析延拓的 Poisson 积分公式, 可由第一边值问题 Poisson 积分解表达为

$$\mu(\theta, \lambda, r) = \frac{1}{4\pi r} \int_S \mu(\theta', \lambda', r') \frac{r^2 - r'^2}{L^3} ds \quad (9.21)$$

式中: μ 为任一类型扰动重力场量 (如扰动重力或高程异常), (θ', λ', r') 为源边界面 S 上流动面元 ds 的球坐标, $(\theta', \lambda', r') \in S$; (θ, λ, r) 为目标边界面 D 上计算点的球坐标, $(\theta, \lambda, r) \in D$; L 为流动面元到计算点的空间距离。

第一边值问题 Poisson 积分解并不要求源边界面 S 是重力等位面。当计算点也位于源边界面上时, 地心距 $r \rightarrow r'$, $r^2 - r'^2 \rightarrow 0$, 边界面球近似下扰动场量的 Poisson 积分核函数 $(r^2 - r'^2)/L^3$ 无定义, Poisson 积分式 (9.21) 无意义, 当边界面流动点与计算点重合时, $L \rightarrow 0$, Poisson 积分奇异, 边界面球近似下奇异积分值也不存在, 式 (9.21) 失效。此时, 通过恒等式变换 (Hofmann, 2006), 可将式 (9.21) 改写为

$$\mu(\theta, \lambda, r) = \frac{r'^2}{r^2} \mu(\theta, \lambda, r') + \frac{1}{4\pi r} \int_S [\mu(\theta', \lambda', r') - \mu(\theta', \lambda', r)] \frac{r^2 - r'^2}{L^3} ds \quad (9.22)$$

当 $r \rightarrow r'$, $L \rightarrow 0$ 时, 式 (9.22) 右端积分虽会出现奇异, 但由于 $[\mu(\theta', \lambda', r') - \mu(\theta', \lambda', r)] \rightarrow 0$, 故核函数的奇异点被中和, 从而消除积分奇异性。

已知某一边界面上扰动重力 δg , 也可以计算地球外部计算点 (θ, λ, r) 的扰动重力梯度 T_{rr} 。将 Poisson 积分用于扰动重力 δg , 有

$$\delta g(\theta, \lambda, r) = \frac{1}{4\pi r} \iint_S \delta g' \frac{r^2 - r'^2}{L^3} ds \quad (9.23)$$

顾及 $T_{rr} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial}{\partial r} T \right) = -\frac{\partial}{\partial r} (\delta g)$, 将式 (9.23) 两边对径向求偏导, 得

$$\begin{aligned} T_{rr} &= -\frac{1}{4\pi r} \iint_S \delta g' \frac{\partial}{\partial r} \frac{r^2 - r'^2}{L^3} ds \\ &= \frac{1}{4\pi r} \iint_S \delta g' \frac{r^3 - 5rr'^2 + (r^2 + 3r'^2)r'^2 \cos \psi}{L^5} ds \end{aligned} \quad (9.24)$$

类似于改化后的 Poisson 积分式 (9.22), 可采用改化后的积分算法抑制扰动重力积分计算的奇异性。

7.9.4 扰动重力场元正反积分运算

(1) 高程异常积分计算扰动重力

根据扰动重力定义, 对扰动位 T 的 Poisson 积分公式取垂线方向导数得

$$\delta g = \frac{\partial T}{\partial n} \approx -\frac{\gamma \partial \zeta}{\partial r} = -\frac{\gamma}{2\pi} \iint_s \frac{\zeta - \zeta_p}{l^3} ds \quad (9.25)$$

式中: ∂n 表示铅垂线方向微分; l 为等位边界面上计算点与流动点之间的直线距离。

当流动点与计算点重合时, 积分奇异, 奇异积分值为

$$\delta g|_0 = \frac{\gamma \sqrt{A_0/\pi}}{4} (\zeta_{xx} + \zeta_{yy}) \quad (9.26)$$

式中: ζ_{xx} 、 ζ_{yy} 为计算点的高程异常二阶水平偏导数, $\gamma \zeta_{xx}$ 、 $\gamma \zeta_{yy}$ 分别为水平重力梯度北向、水平重力梯度东向。

式 (9.25) 也称为逆 Hotine 积分公式。利用式 (9.25), 可以由等位面上的高程异常计算该等位面上的扰动重力。

由于扰动重力 δg 是扰动位 T 沿垂线方向的导数, 因此, 式 (9.25) 要求边界面 (高程异常所在面) 是重力等位面。

(2) 高程异常积分计算空间异常

将重力基本微分方程代入式 (9.25) 得

$$\Delta g = -\frac{\gamma}{2\pi} \iint_s \frac{\zeta - \zeta_p}{l^3} ds - \frac{\zeta \gamma}{2r} \quad (9.27)$$

式 (9.27) 也称为逆 Stokes 积分公式。利用式 (9.27), 可以由等位面上的高程异常计算该等位面上的空间异常。

(3) 垂线偏差积分计算高程异常

$$\zeta = \frac{r}{4\pi} \iint_\sigma \operatorname{ctg} \frac{\psi}{2} (\xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha) d\sigma \quad (9.28)$$

当流动点与计算点重合时, 积分奇异, 奇异积分值为

$$\zeta|_0 = \frac{A_0}{4\pi} (\xi_y + \eta_x) \quad (9.29)$$

式中: ξ_y 、 η_x 分别为 ξ 和 η 在东方向和北方向的偏导数。

利用式 (9.28), 可由等位面上的垂线偏差计算该等位面上的高程异常。

(4) 垂线偏差积分计算空间异常

$$\Delta g = -\frac{\gamma}{4\pi} \iint_\sigma \left(3 \operatorname{csc} \psi - \operatorname{csc} \psi \operatorname{csc} \frac{\psi}{2} - \operatorname{tg} \frac{\psi}{2} \right) (\xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha) d\sigma \quad (9.30)$$

当流动点与计算点重合时, 积分奇异, 奇异积分值为

$$\Delta g|_0 = -\frac{\gamma \sqrt{A_0/\pi}}{4} (\xi_y + \eta_x) \quad (9.31)$$

利用式 (9.30), 可由等位面上的垂线偏差计算该等位面上的空间异常。

(5) 垂线偏差积分计算扰动重力

由重力基本微分方程，顾及式 (9.28) 和式 (9.30)，可得到由垂线偏差计算扰动重力的公式

$$\delta g = -\frac{\gamma}{4\pi} \iint_{\sigma} \left(3csc\psi - csc\psi csc\frac{\psi}{2} - tg\frac{\psi}{2} - 2ctg\frac{\psi}{2} \right) (\xi\cos\alpha + \eta\sin\alpha) d\sigma \quad (9.32)$$

利用式 (9.32)，可由等位面上的垂线偏差计算该等位面上的扰动重力。

当流动点与计算点重合时，积分奇异，奇异积分值为

$$\delta g|_0 = -\frac{\gamma}{2\pi} \left(\sqrt{\pi A_0} + \frac{A_0}{r} \right) (\xi_y + \eta_x) \quad (9.33)$$

式 (9.28)、式 (9.30)、式 (9.32) 也称为逆 Vening-Meinesz 积分公式。将 r 近似为常数，则上述所有扰动场量逆运算积分式 (9.25)、式 (9.27)、式 (9.28)、式 (9.30) 和式 (9.3 9)，均可用 FFT 算法进行快速计算。

(6) 扰动重力梯度积分的正反算

由地球外部某一等位面上扰动重力梯度 T_{rr} ，计算外部空间点 (θ, λ, r) 的扰动重力 δg ，可直接采用广义 Hotine 积分公式，因此

$$\delta g(\theta, \lambda, r) = \frac{1}{4\pi} \iint_{\sigma} T_{rr} H(r, \psi, r') ds \quad (9.34)$$

式中： $H(r, \psi, r')$ 为广义 Hotine 核函数。

已知某一等位面上扰动重力 δg ，则该等位面上任意点的扰动重力梯度可用扰动场元的径向梯度积分式表达为

$$T_{rr} = \frac{1}{2\pi} \iint \frac{\delta g - \delta g'}{l^3} ds \quad (9.35)$$

式中： l 为流动点到计算点之间的直线距离。

将多种重力场积分算法优化组合，采用 1~2 次残差累积逼近方案，有望改善重力场边值问题解算与短波重力场逼近的性能和水平。

7.9.5 重力场积分核函数解析性质

重力场积分公式中的积分核函数变量，是被积场量所在边界面的积分流动面元到计算点的直线距离，可用流动点与计算点之间的球面角距 ψ 表示。由于重力场积分核函数存在不收敛问题，导致重力场积分算法普遍存在频谱泄漏问题。当计算点也位于边界面上时，重力场积分还存在奇异性问题，而奇异积分值的数值计算结果一般随边界面上被积场量的空间分辨率不同出现明显跳变，导致局部重力场数值积分计算结果容易产生不确定性。

考察球近似边界面上 Stokes、Hotine、Vening-Meinesz 和 Poisson 积分核函数的性质。令计算点也位于积分边界球面上，则流动面元和计算点的地心距 $r' = r = R$ ，面元到计算点的直线距离 $l = 2R\sin(\psi/2)$ ，由广义 Stokes 核函数表达式 (9.4)，可得边界球面上的 Stokes 核函数为

$$S(\psi) = R \cdot S(R, \psi, R) = \sin^{-1}\frac{\psi}{2} + 1 - 6\sin\frac{\psi}{2} - 5\cos\psi - 3\cos\psi \ln \frac{1 - \cos\psi + 2\sin(\psi/2)}{2}$$

$$= 1 + \sin^{-1} \frac{\psi}{2} - 6 \sin \frac{\psi}{2} - 5 \cos \psi - 3 \cos \psi \ln \left(\sin \frac{\psi}{2} + \sin^2 \frac{\psi}{2} \right) \quad (9.36)$$

由广义 Hotine 核函数表达式 (9.5), 可得边界球面上 Hotine 核函数为

$$H(\psi) = R \cdot H(R, \psi, R) = 2 - \ln \left(1 + \sin^{-1} \frac{\psi}{2} \right) \quad (9.37)$$

将 Hotine 核函数 $H(\psi)$ 对球面角距 ψ 微分, 可得球面上 Vening-Meinesz 核函数为

$$V(\psi) = \frac{\partial}{\partial \psi} H(\psi) = \frac{1}{2} \frac{ctg \frac{\psi}{2}}{1 + \sin \frac{\psi}{2}} \quad (9.38)$$

由式 (9.36) ~ 式 (9.38) 可知, 当计算点与流动点重合时, Stokes、Hotine 和 Vening-Meinesz 球面核函数趋于无穷大, 即 $S(\psi) \rightarrow \infty$ 、 $H(\psi) \rightarrow \infty$ 和 $V(\psi) \rightarrow \infty$, 如图 7。图中横坐标 $l = 2R \sin(\psi/2)$, 单位为 km, 纵坐标无量纲。此时, 重力场积分奇异, 需要计算奇异积分值。

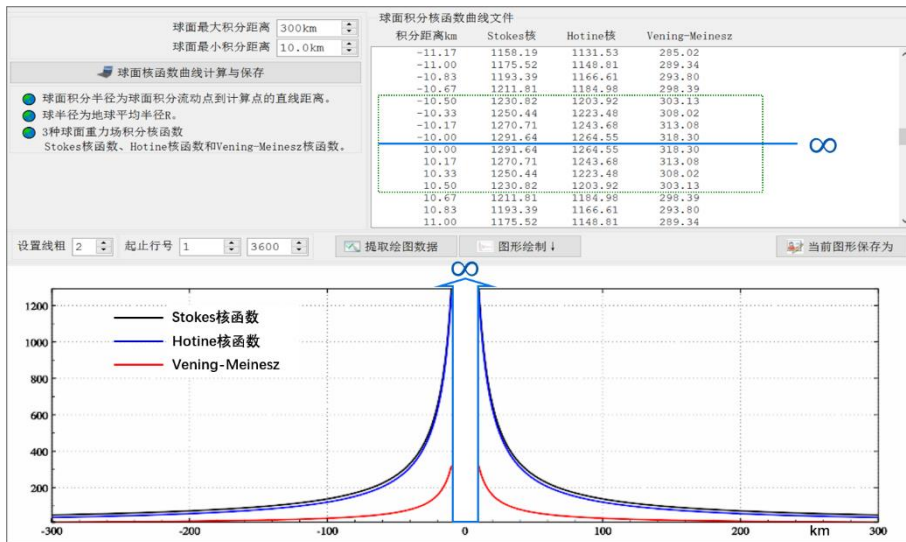


图 7 主要重力场积分球面核函数曲线

用于同类扰动场元运算的 Poisson 积分式 (9.21), 情况更为复杂。首先, 当计算点位于边界球面时, 计算点和流动面元地心距相等 $r = r'$, Poisson 核函数 $P(\psi) = (r^2 - r'^2)/L^3$ 恒等于零, 无定义; 其次, 当计算点与流动点重合时, Poisson 核函数 $P(\psi)$ 奇异。因此, 当计算面与边界面相同时, Poisson 积分结果不稳定。为实现有效的解析延拓运算, 只能将 Poisson 积分运算限制在较小的作用距离范围内, 并采用近似变换方法, 消除 Poisson 积分的奇异性, 如式 (9.22)。

特别地, Poisson 积分式是推导 Stokes 边值积分和 Hotine 边值积分的理论基础, 也是推导 Vening-Meinesz 积分公式的依据。然而, 由于 Poisson 核函数存在严重的高阶振荡与不收敛问题, 特别是球边界面上计算点的 Poisson 核无定义, 从而导致空域重力场积分的数值计算结果存在难以控制的不确定性。为应对此类问题, 通常假设 (残差) 扰动场量随空间变化具有各向同性的随机统计性质, 或者借助边值问题谱域逼近解的近

似，改化重力场积分核函数。这类改化算法在以往数十年间一度成为重力场数值积分的重要技术手段，然而，由于普遍引入非重力场解析关系假设，如观测场量空间统计假设或数据驱动参数估计法等，这些改进方法的普适性缺乏确切的重力场理论依据，PAGrav4.5 因此不再推荐重力场积分核函数改化算法。

重力场积分数值计算虽存在某些缺陷，然而重力场积分公式显式直观地表达了重力场量之间的解析函数关系，因而空域重力场边值理论仍然也一直是认识和理解重力场逼近理论和物理大地测量学原理的重要理论基础。

7.10 球面径向基函数重力场逼近算法

基于单一边界面上单一类型观测扰动场量边值条件的空域重力场边值理论，无法适应空天地海多种异构重力场探测技术的需求。谱域重力场逼近理论，不涉及边界面和边值条件问题，可直接由多种类型观测场量按最小二乘法逼近重力场，因而成为现代重力场逼近理论的主流方法。下面介绍球面径向基函数谱域重力场逼近理论和方法。

7.10.1 外部扰动位的球面径向基函数表示

地球外部空间点 \mathbf{x} 的扰动位可表示为规格化面球函数的线性组合

$$T(\mathbf{x}) = \frac{GM}{r} \sum_{n=1}^N \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=-n}^n \bar{F}_{nm} \bar{Y}_{nm}(\mathbf{e}) \quad (10.1)$$

式中： $\mathbf{x} = \mathbf{r} \cdot \mathbf{e} = r(\sin\theta\cos\lambda, \sin\theta\sin\lambda, \cos\theta)$ ； θ, λ, r 分别是地球外部点 \mathbf{x} 的地心余纬、经度和地心距； \bar{F}_{nm} 为完全规格化的 Stokes 系数（位系数）； a 为地球长半轴，表示规格化的面球基函数 \bar{Y}_{nm} 定义在半径等于 a 的球面上，且

$$\begin{aligned} \bar{Y}_{nm}(\mathbf{e}) &= \bar{P}_{nm}(\cos\theta)\cos m\lambda, \quad \bar{F}_{nm} = \delta\bar{C}_{nm}, \quad m \geq 0 \\ \bar{Y}_{nm}(\mathbf{e}) &= \bar{P}_{n|m|}(\cos\theta)\sin|m|\lambda, \quad \bar{F}_{nm} = \bar{S}_{n|m|}, \quad m < 0 \end{aligned} \quad (10.2)$$

$\bar{P}_{nm}(\cos\theta)$ 为完全规格化缔合 Legendre 函数； n 为位系数的阶， m 为位系数的次。

面球函数也可等价地定义在半径为 \mathcal{R} 的 Bjerhammar 球面上（Bjerhammar 球仅是习惯说法，与 Bjerhammar 边值问题无关）。因而扰动位 $T(\mathbf{x})$ 也可用 Bjerhammar 球面上的面球函数表示为

$$T(\mathbf{x}) = \frac{GM}{r} \sum_{n=1}^N \left(\frac{\mathcal{R}}{r}\right)^n \sum_{m=-n}^n \bar{E}_{nm} \bar{Y}_{nm}(\mathbf{e}) \quad (10.3)$$

这里的 $\mathcal{R} \in (a - \delta, a + \delta)$ ， $\delta \ll a$ ，显然有 $a^n \bar{F}_{nm} = \mathcal{R}^n \bar{E}_{nm}$ ，式（10.3）和式（10.1）中的面球函数基 $\{\bar{Y}_{nm}(\mathbf{e})\}$ 完全相同。

另一方面，外部扰动位 $T(\mathbf{x})$ 也可表示为 K 个球面径向基函数（SRBF）的线性组合

$$T(\mathbf{x}) = \frac{GM}{r} \sum_{k=1}^K d_k \Phi_k(\mathbf{x}, \mathbf{x}_k) = \frac{GM}{r} \sum_{k=1}^K d_k \Phi_k(\mathbf{x}, \psi_k) \quad (10.4)$$

式中： $\mathbf{x}_k = \mathcal{R} \cdot \mathbf{e}_k$ 是定义在 Bjerhammar 球面上的 SRBF 节点，也称 SRBF 中心； ψ_k 为球面径向基函数的自变量，是球面 SRBF 节点 \mathbf{x}_k 到空间计算点 \mathbf{x} 的球面角距； d_k 为 SRBF 系数， K 为 SRBF 节点数，也即 SRBF 系数个数，代表空间分辨率（作用类似于位系数个数）； $\Phi_k(\mathbf{x}, \mathbf{x}_k) = \Phi_k(\mathbf{x}, \psi_k)$ 为扰动位的球面径向基函数，可简写为 $\Phi_k(\mathbf{x}) = \Phi_k(\mathbf{x}, \mathbf{x}_k)$ 。

球面径向基函数 $\Phi_k(\mathbf{x}, \mathbf{x}_k)$ 可进一步展开成 Legendre 级数形式

$$\Phi_k(\mathbf{x}, \mathbf{x}_k) = \Phi_k(\mathbf{x}, \psi_k) = \sum_{n=1}^N \phi_n P_n(\psi_k) = \sum_{n=1}^N \frac{2n+1}{4\pi} B_n \left(\frac{\mathcal{R}}{r}\right)^n P_n(\psi_k) \quad (10.5)$$

式中： ϕ_n 为 SRBF 的 n 阶 Legendre 系数，它表征了 SRBF 形状，基本决定了 SRBF 的空域和谱域性质，也称形状因子；在不强调谱域阶数 n 时，也称 B_n 为 SRBF 的 Legendre 系数； $\mu = \mathcal{R}/r$ 因与径向基函数 $\Phi_k(x)$ 的谱域带宽有关，也称为宽度参数。

式 (10.5) 中的 N 为 Legendre 函数最大阶数，虽然是扰动位面球函数展开式 (10.3) 中的最大阶数，但实际上与代表空间分辨率的 SRBF 系数个数 K 并没有明确的函数关系。

将式 (10.5) 代入式 (10.4) 得

$$\begin{aligned} T(\mathbf{x}) &= \frac{GM}{4\pi r} \sum_{n=1}^N (2n+1) B_n \left(\frac{\mathcal{R}}{r}\right)^n \sum_{k=1}^K d_k P_n(\psi_k) \\ &= \frac{GM}{4\pi r} \sum_{k=1}^K d_k \sum_{n=1}^N (2n+1) B_n \left(\frac{\mathcal{R}}{r}\right)^n P_n(\psi_k) \end{aligned} \quad (10.6)$$

顾及球谐函数加法定理

$$P_n(\psi_k) = P_n(\mathbf{e}, \mathbf{e}_k) = \frac{4\pi}{2n+1} \sum_{m=-n}^n \bar{Y}_{nm}(\mathbf{e}) \bar{Y}_{nm}(\mathbf{e}_k) \quad (10.7)$$

则式 (10.6) 可写成

$$T(\mathbf{x}) = \frac{GM}{r} \sum_{n=1}^N B_n \left(\frac{\mathcal{R}}{r}\right)^n \sum_{m=-n}^n \sum_{k=1}^K d_k \bar{Y}_{nm}(\mathbf{e}) \bar{Y}_{nm}(\mathbf{e}_k) \quad (10.8)$$

比较式 (10.1)、式 (10.3) 与式 (10.8)，可得

$$\bar{F}_{nm} = \left(\frac{\mathcal{R}}{a}\right)^n \bar{E}_{nm} = B_n \left(\frac{\mathcal{R}}{a}\right)^n \sum_{k=1}^K d_k \bar{Y}_{nm}(\mathbf{e}_k) \quad (10.9)$$

当 SRBF 自变量 ψ_k 的作用域 (SRBF 中心的作用距离) 为全球 $\psi_k \in [0, \pi]$ 时，式 (10.9) 成立。利用式 (10.9)，就可由 SRBF 系数 $\{d_k\}$ 计算位系数 $\{\bar{F}_{nm}\}$ 或 $\{\bar{E}_{nm}\}$ ，进而按球谐综合算法计算地球外部各种重力场量。而用于局部重力场逼近时，SRBF 自变量 ψ_k 类似于积分边界面上用球面角距表示的局部重力场积分距离。

SRBF 中心 \mathbf{x}_k 在 Bjerhammar 球面上的位置、分布和数量 K ，是 SRBF 重力场逼近的关键性指标，决定了表达重力场的空间自由度 (空间分辨率) 和空域特征。

7.10.2 适合重力场逼近的球面径向基函数

用于重力场逼近的 SRBF 应满足 Laplace 方程。常见的点质量核函数、Poisson 核函数、径向多极子核函数和 Poisson 小波核函数都是具有调和性质的球面径向基核函数。

(1) 球面径向基函数及其归一化表示

令 \mathbf{x} 为地球外部计算点， \mathbf{x}_k 为 Bjerhammar 球面 $\Omega_{\mathcal{R}}$ 上的 SRBF 节点。

①点质量核函数

点质量核函数是由 Hardy (1971) 提出的一种逆多面函数 (IMQ)，也是引力位积分公式 $V = G \iiint_L \frac{dm}{L}$ 的核函数，其解析表达式为

$$\Phi_{IMQ}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_k) = \frac{1}{L} = \frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_k|} \quad (10.10)$$

式中： L 为 \mathbf{x}_k 到 \mathbf{x} 的空间距离。点质量函数也即牛顿核函数[式 (1.3.38)]。由于 $\Delta(1/$

$L) = 0$ ，因此点质量核函数 $\Phi_{IMQ}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_k)$ 满足 Laplace 方程。

②Poisson 核函数

Poisson 核函数源于扰动重力场量的 Poisson 积分公式，其解析表达式为

$$\Phi_P(\mathbf{x}, \mathbf{x}_k) = -2r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{L} \right) - \frac{1}{L} = \frac{r^2 - r_k^2}{L^3} \quad (10.11)$$

③径向多极子核函数

径向多极子核函数的解析表达式为

$$\Phi_{RM}^m(\mathbf{x}, \mathbf{x}_k) = \frac{1}{m!} \left(\frac{\partial}{\partial r_k} \right)^m \frac{1}{L} \quad (10.12)$$

式中： m 可称为径向多极子核函数的次（order），零次径向多极子核函数($m = 0$)就是点质量核函数 $\Phi_{IMQ}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_k) = \Phi_{RM}^0(\mathbf{x}, \mathbf{x}_k)$ 。

④Poisson 小波核函数

Poisson 小波核函数的解析表达式为

$$\Phi_{PW}^m(\mathbf{x}, \mathbf{x}_k) = 2(\chi_{m+1} - \chi_m), \quad \chi_m = \left(r_k \frac{\partial}{\partial r_k} \right)^m \frac{1}{L} \quad (10.13)$$

零次 Poisson 小波核函数($m = 0$)就是 Poisson 核函数 $\Phi_P(\mathbf{x}, \mathbf{x}_k) = \Phi_{PW}^0(\mathbf{x}, \mathbf{x}_k)$ 。

⑤球面径向基函数计算

为突出重力场量的谱域性质，通常将球面径向基函数解析表达式（10.10）~式（10.13）表示成 Legendre 级数形式（10.5）后，按 Legendre 级数计算。

为简化数学表达，可将球面径向基函数 $\Phi_k(\mathbf{x}, \mathbf{x}_k)$ 的 Legendre 级数进行归一化处理，计算归一化系数，用归一化后的 Legendre 级数展开式计算球面径向基函数。在处理多种类型观测场量时，可将各种类型场量的球面径向基函数统一除以扰动位球面径向基函数的归一化系数。由重力场量之间的线性变换原理可知，归一化后，各种类型场量之间的解析函数关系不变。

令 \mathbf{x}, \mathbf{x}_k 的球面角距 $\psi_k = 0$ ，则 $\cos\psi_k = 1$ ，顾及 $P_n(\cos\psi_k) = P_n(1) = 1$ ，代入式（10.5），得扰动位球面径向基函数归一化系数的通用表达式为

$$\Phi^0 = \sum_{n=1}^N \frac{2n+1}{4\pi} B_n \mu^n \quad (10.14)$$

归一化后的扰动位球面径向基函数 Legendre 级数为

$$\Phi_k(\mathbf{x}, \mathbf{x}_k) = \frac{1}{\Phi^0} \sum_{n=1}^N \phi_n P_n(\psi_k) = \frac{1}{\Phi^0} \sum_{n=1}^N \frac{2n+1}{4\pi} B_n \mu^n P_n(\psi_k) \quad (10.15)$$

PAGrav4.5 采用式（10.15）计算归一化后的球面径向基函数，如图 8。上述四种形式的扰动位球面径向基函数及其对应的 Legendre 系数如表 1。

表 1 扰动位球面径向基函数及其 Legendre 系数

径向基函数	解析表达式 $\Phi_k(x, x_k)$	第 n 阶形状因子 ϕ_n	Legendre 系数 B_n
点质量核函数	$\frac{1}{L} = \frac{1}{ x-x_k }$	μ^n	$\frac{1}{2n+1}$
Poisson 核函数	$\frac{r^2 - r_k^2}{L^3}$	$(2n+1)\mu^n$	1

径向多极子核函数	$\frac{1}{m!} \left(\frac{\partial}{\partial r_k} \right)^m \frac{1}{L}$	$C_n^m \mu^{n-m} \quad (n \geq m)$	$\frac{C_n^m}{2n+1} \mu^{-m}$
Poisson 小波核函数	$2(\chi_{m+1} - \chi_m) \chi_m = \left(r_k \frac{\partial}{\partial r_k} \right)^m \frac{1}{L}$	$(-n \ln \mu)^m (2n+1) \mu^n$	$(-n \ln \mu)^m$

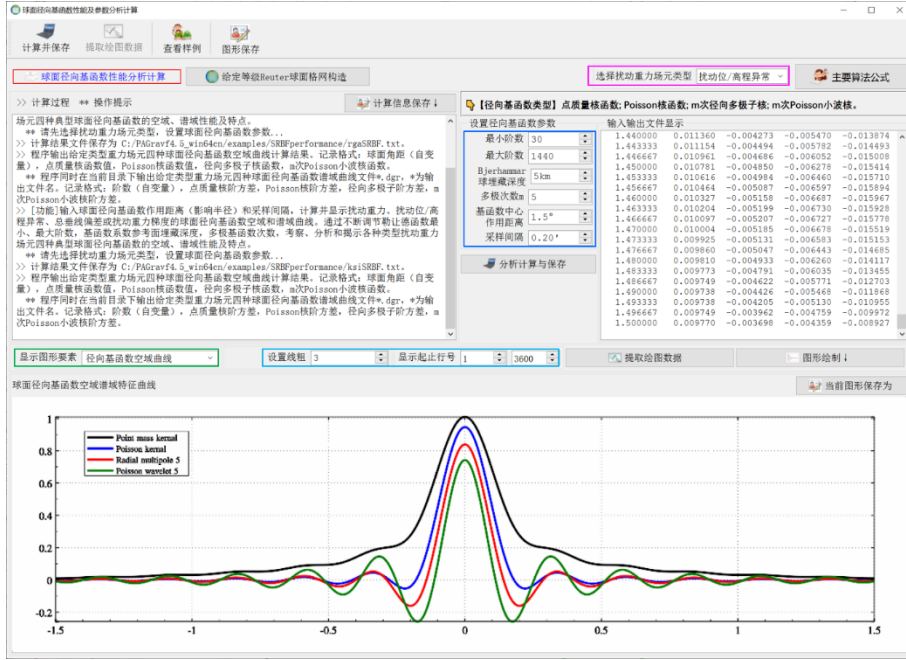


图 8 归一化后四种球面径向基函数曲线计算

(2) 各种扰动场量球面径向基函数级数表示

依据扰动重力场量定义，可由式 (10.6) 扰动位的球面径向基函数展开式（最右边表达式）导出其他各种类型扰动场量的球面径向基函数参数化形式。

$$T(x) = \gamma \zeta(x) = \frac{GM}{4\pi r} \sum_{k=1}^K d_k \sum_n (2n+1) B_n \left(\frac{R}{r} \right)^n P_n(\psi_k) \quad (10.16)$$

$$\delta g(x) = -\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{GM}{4\pi r^2} \sum_{k=1}^K d_k \sum_n (2n+1)(n+1) B_n \left(\frac{R}{r} \right)^{n-1} P_n(\psi_k) \quad (10.17)$$

$$\Delta g(x) = \frac{GM}{4\pi r^2} \sum_{k=1}^K d_k \sum_n (2n+1)(n-1) B_n \left(\frac{R}{r} \right)^{n-1} P_n(\psi_k) \quad (10.18)$$

$$\xi(x) = \frac{GM}{4\pi r^2 \gamma} \sum_{k=1}^K d_k \cos \alpha_k \sum_n (2n+1) B_n \left(\frac{R}{r} \right)^n \frac{\partial P_n(\psi_k)}{\partial \psi_k} \quad (10.19)$$

$$\eta(x) = \frac{GM}{4\pi r^2 \gamma} \sum_{k=1}^K d_k \sin \alpha_k \sum_n (2n+1) B_n \left(\frac{R}{r} \right)^n \frac{\partial P_n(\psi_k)}{\partial \psi_k} \quad (10.20)$$

$$T_{rr}(x) = \frac{GM}{4\pi r^3} \sum_{k=1}^K d_k \sum_n (2n+1)(n+1)(n+2) B_n \left(\frac{R}{r} \right)^{n-1} P_n(\psi_k) \quad (10.21)$$

式中： α_k 是 ψ_k 的大地方位角。

对于局部重力场逼近目的，通常借助参考重力场模型，移去中低阶扰动重力场的模型值，由区域观测残差场量逼近残差场元。此时式 (10.16) ~ 式 (10.21) 中阶数 n 的最小最大值范围（重力场的谱域带宽）和自变量 ψ_k 定义域，与选择的参考重力场、目标区

域重力场结构及其空间分辨率（SRBF 节点数 K 或球面格网等级 Q ）都密切相关，需采用实际数据测试分析后确定。

(3) Reuter 格网构造与 SRBF 节点设计

可以采用全球和区域一致的球面等面积 Reuter 格网，根据给定的格网等级 Q ，构造球面径向基函数 SRBF 节点（中心），再通过自适应算法，对比观测扰动场量的空间分布情况，使得观测点空间分布与 SRBF 节点空间分布处处一致。Reuter 格网等级 Q 用于表示球面等面积格网的空间分辨率，其作用相当于全球重力位系数模型的最大阶数 N_{maxn} 。

①单位球面 Reuter 格网及有关参数算法

给定 Reuter 格网等级 Q （偶数），则球坐标系中单位球面 Reuter 格网的地心纬度间隔 $d\varphi$ 和单元格网 i 中心的地心纬度 φ_i 算法公式为

$$d\varphi = \frac{\pi}{Q}, \quad \varphi_i = -\frac{\pi}{2} + \left(i - \frac{1}{2}\right) d\varphi, \quad 1 \leq i < Q \quad (10.22)$$

纬度 φ_i 处的平行圈方向单元格网数 J_i 、经度间隔 $d\lambda_i$ 与边长 dl_i 算法为

$$J_i = \left\lceil \frac{2\pi \cos \varphi_i}{d\varphi} \right\rceil = \lceil 2Q \cos \varphi_i \rceil, \quad d\lambda_i = \frac{2\pi}{J_i}, \quad dl_i = d\lambda_i \cos \varphi_i \quad (10.23)$$

式中： $\lceil \cdot \rceil$ 为取整运算。不难发现， $dl_i \approx d\varphi$ 。记

$$\varepsilon_i = \frac{ds_i - ds}{ds} = \frac{dl_i - d\varphi}{d\varphi} = \frac{d\lambda_i}{d\varphi} \cos \varphi_i - 1 \quad (10.24)$$

式中： ds 为赤道附近单元格网面积； ds_i 为平行圈 φ_i 处单元格网面积； ε_i 表示平行圈单元格网面积相对赤道附近单元格网面积的相对偏差。 ε_i 一般很小，约万分之几，具体数值与 Reuter 格网等级 Q 有关。赤道附近单元格网面积 $ds = d\varphi \cdot d\varphi$ ，单元格网面积相对偏差 $\varepsilon_{Q/2} = 0$ 。

对于局部区域，给定目标区域经纬度范围，可直接按式（10.22）确定 i 的最小最大值，再按式（10.23）计算每个平行圈处的最大 J_i ，从而确定格网等级为 Q 的区域 Reuter 格网，无需计算全球 Reuter 格网。

②自适应观测点分布的 SRBF 中心点设计

PAGrav4.5 采用一种简易的 Reuter 格网套合算法，以设计自适应观测点空间分布的 SRBF 中心点，其计算方案为：先由给定 Reuter 格网等级 Q ，构造区域等面积 Reuter 格网，然后统计每个 SRBF 中心点（节点）所在单元 Reuter 格网内的有效观测点数 j ，当 j 小于设计最少观测点数时（将最少观测点数作为输入参数），剔除该 SRBF 中心点，遍历所有单元 Reuter 格网后，就可得到适应观测点空间分布的 SRBF 网络（SRBF 中心点集）。

显然，当观测点为规则格网时，SRBF 节点也呈现规则分布；当观测点分布不规则时，SRBF 节点分布也不规则，测点分布密度大的地方，SRBF 节点分布密度也大。可见，SRBF 中心点空间分布与观测点空间分布处处一致。

令全球重力位系数模型最大阶数为 N_{maxn} ，让 Reuter 格网等级 $Q = N_{maxn}$ 。对于全球性球面均匀 Reuter 格网，SRBF 中心点数量 K 与 Reuter 格网等级 Q 之间存在关系

$$K = \sum_{i=1}^Q J_i = \sum_{i=1}^Q \lceil 2Q \cos \varphi_i \rceil > N_{maxn}(N_{maxn} + 2) \quad (10.25)$$

式中： $\lceil \cdot \rceil$ 为取整运算。式(10.25)表明，对于全球重力场逼近目的，全球性球面SRBF系数个数 K （即SRBF中心点数量）略大于位系数个数 $N_{maxn}(N_{maxn} + 2)$ 。

7.10.3 谱域SRBF法局部重力场逼近计算

地球重力场逼近问题，本质上是由一种类型观测重力场量，求解地球外部空间其他各种类型重力场元的线性空间变换问题。可见，移去常数因子 $GM/(4\pi)$ 和相同变量因子 $1/r$ 后，不改变扰动场量之间的解析关系，式(10.16)~式(10.21)因而可改写为

$$\zeta(\mathbf{x}) = \frac{1}{\gamma} \sum_{k=1}^K d_k \sum_n (2n+1) B_n \mu^n P_n(\psi_k) \quad (10.26)$$

$$\delta g(\mathbf{x}) = \frac{1}{r} \sum_{k=1}^K d_k \sum_n (2n+1)(n+1) B_n \mu^{n-1} P_n(\psi_k) \quad (10.27)$$

$$\Delta g(\mathbf{x}) = \frac{1}{r} \sum_{k=1}^K d_k \sum_n (2n+1)(n-1) B_n \mu^{n-1} P_n(\psi_k) \quad (10.28)$$

$$\xi(\mathbf{x}) = \frac{1}{r\gamma} \sum_{k=1}^K d_k \cos \alpha_k \sum_n (2n+1) B_n \mu^n \frac{\partial P_n(\psi_k)}{\partial \psi_k} \quad (10.29)$$

$$\eta(\mathbf{x}) = \frac{1}{r\gamma} \sum_{k=1}^K d_k \sin \alpha_k \sum_n (2n+1) B_n \mu^n \frac{\partial P_n(\psi_k)}{\partial \psi_k} \quad (10.30)$$

$$T_{rr}(\mathbf{x}) = \frac{1}{r^2} \sum_{k=1}^K d_k \sum_n (2n+1)(n+1)(n+2) B_n \mu^{n-1} P_n(\psi_k) \quad (10.31)$$

将表1中对应的SRBF勒让德系数 B_n 代入上述各式，就是以（残差）扰动场量 $F(x_i)$ 为观测量、SRBF系数 d_k 为未知数的SRBF重力场逼近基本观测方程

$$\mathbf{L} = \{F(\mathbf{x}_i)\}^T = \mathbf{A}\{d_k\}^T + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (i = 1, \dots, M; k = 1, \dots, K) \quad (10.32)$$

式中： \mathbf{A} 为 $M \times K$ 设计矩阵， $\boldsymbol{\varepsilon}$ 为 $M \times 1$ 观测量误差向量； M 为观测数， K 为SRBF中心点数即未知数 d_k 个数； \mathbf{x}_i 为观测点空间位置。

为保持局部重力场逼近性能的空间一致性，在构建观测方程(10.32)过程中，技术上要求所有SRBF中心的作用距离 dr （也称影响半径，即 $\psi_k \leq dr$ ）相等。这里的作用距离 dr 相应于SRBF自变量的定义域，因此任一观测场量仅用半径 dr 范围内SRBF节点球面径向基函数的线性组合表示。SRBF中心作用距离 dr 等效于空域局部重力场在边界面上的积分距离。

7.10.4 多种异构观测系统协同的参数估计

一般情况，不同类型、不同空间分布的观测重力场量，对不同SRBF系数的敏感性存在明显差异，表现为各自观测方程中SRBF系数参数向量的设计矩阵（敏感矩阵）基本不具备可比性。若直接由每种场量观测方程按最小二乘法组成各自法方程，再按方差分量估计法配权后对这些法方程进行加权组合，一般难以获得SRBF系数的稳定解。

然而，我们总能将所有类型扰动场量的观测方程按其对SRBF系数灵敏性差异分成若干组，各组观测扰动场量之间统计独立，组内观测方程的设计矩阵差异较小，每组观测方程构成一个观测系统。之后，先由每组观测量方程按最小二乘原理组成各自法方程，并对法方程进行规范化处理，再按不同组的观测质量对各观测系统配权，将规范后的法

方程进行加权求和，生成组合后的法方程，解算未知 SRBF 系数估值。协同组合后的法方程可表示为

$$\sum_k \left(\frac{w_k}{Q_k} \mathbf{A}_k^T \mathbf{P}_k \mathbf{A}_k \right) \{d_k\}^T = \sum_k \left(\frac{w_k}{Q_k} \mathbf{A}_k^T \mathbf{P}_k \mathbf{L}_k \right) \quad (10.34)$$

式中： $k = 1, \dots, K$ ， K 为观测系统的分组数； $\{d_k\}$ 为待估 SRBF 系数参数向量； $\mathbf{A}_k, \mathbf{L}_k, \mathbf{P}_k$ 分别为第 k 组观测方程的参数设计矩阵、观测向量与观测量权阵； $\mathbf{A}_k^T \mathbf{P}_k \mathbf{A}_k, \mathbf{A}_k^T \mathbf{P}_k \mathbf{L}_k$ 分别为第 k 组观测系统法方程的系数矩阵和常数矩阵。

特别地，第 k 组观测测量的观测权 \mathbf{P}_k 仅用于区别第 k 组系统内观测量之间的精度差异，与其他组观测测量误差或观测质量完全无关； Q_k 为第 k 组系统法方程规范化参数，取第 k 组观测系统法方程系数阵 $\mathbf{A}_k^T \mathbf{P}_k \mathbf{A}_k$ 对角线元素的均方根； w_k 为第 k 组观测系统的系统权值，仅用于区别不同观测系统的质量。

组内观测测量的观测权 P_{ki} ，各组观测系统之间的系统权 w_k ，以及各组系统观测量敏感待估 SRBF 系数的作用范围，可用于研究和控制重力场逼近的性能和质量。每组法方程规范化参数 Q_k 主要取决于其对应观测系统的设计矩阵 \mathbf{A}_k 结构，至多随其内部观测权 P_{ki} 的差异发生微小变化，因而规范化参数 Q_k 自身的可调节性小，例如，若组内观测量等权，则第 k 组规范化参数 Q_k 仅由第 k 组观测系统的设计矩阵 \mathbf{A}_k 唯一确定。

不难发现，第 k 组系统观测测量的权 $\{P_{ki}\}$ ，在法方程规范化后，只对第 k 组观测系统内部的观测量起作用，而与其他组系统的观测量误差完全无关。各组系统观测量空间分布的差异性，也会在法方程规范化后，而变得不太突出。例如，若某一组观测系统的观测量空间分布密度远大于待估 SRBF 系数应有的空间分辨率，而另一组观测系统只有数十个观测量，则经法方程规范化后，只有数十个观测量的观测系统，一般也不会因为组合了观测量分布稠密的其他组观测系统，而失去该组观测量对 SRBF 系数的敏感性。

不同组观测系统的系统权 w_k 主要用于体现不同观测系统质量的差异，而与各组之间的观测量类型无关，因而可按高度简化的方差分量估计法概略计算，即先由每组系统的观测误差，估计其对未知数的影响，再对比分析各种观测系统观测误差对未知数的影响差异，配置系统权值。其一般方法为：先取 $w_k \equiv 1$ ，规范化并组合法方程，获得 SRBF 系数初步估值，将 SRBF 系数初步估值作为已知量，分别代入各组系统的观测方程，评估每组系统的观测质量，更新各组观测系统的系统权 $\{w_k\}$ 。 $\{w_k\}$ 能快速收敛，一般情况下，一次估计就能稳定不变，至多迭代估计一次， $\{w_k\}$ 就不再有进一步优化的潜力。

设将 SRBF 系数初步估值代入第 k 组系统观测方程后，经统计获得该组观测量的方差为 σ_k^2 ，则由该组观测系统数学模型，按误差传播定律并近似化后，得

$$\tilde{\sigma}_{k,s}^2 = \frac{1}{(\mathbf{A}_k^T \mathbf{A}_k)_s} \sigma_k^2, \quad w_k = \left(\sum_s \tilde{\sigma}_{k,s}^2 \right)^{-1} \quad (10.35)$$

式中： s 为待估 SRBF 系数的序号； $\tilde{\sigma}_{k,s}^2$ 为第 k 组系统相对第 s 个 SRBF 系数的粗估方差。

由式 (10.35) 估算的系统权 w_k ，仅是一个待估 SRBF 系数向量全局性统计指标，难以体现不同观测系统对不同 SRBF 系数的敏感性差异，通常需对比各种观测系统的方

差 $\sigma_{k,s}^2$ 函数（以 SRBF 系数序号 s 为自变量）曲线，再根据实际情况分析优化系统权 w_k 。这也意味着，没有必要刻意强调由式（10.35）估算系统权 w_k 的准确性问题。

7.10.5 远区外边界 SRBF 系数零约束方法

对于局部重力场逼近目的，可采用外区边界约束，抑制远区和边缘效应，提高 SRBF 系数估计性能。当 SRBF 节点 v 位于区域边缘时，令其对应的 SRBF 系数等于零即 $d_v = 0$ 为观测方程，以抑制边缘效应，提升 SRBF 系数 $\{d_k\}$ 估计的稳定性和可靠性。附加外区边界零约束的法方程为

$$[A^T P A + \epsilon E] \{d_k\}^T = A^T P L \quad (10.33)$$

式中： E 为对角线矩阵，当且仅当其下标对应的 SRBF 中心位于区域边缘时等于 1，其余为零； ϵ 为法方程矩阵 $A^T P A$ 对角线元素均方根的倒数。

复杂多种异构观测场量协同的 SRBF 局部重力场逼近，一般需按多种观测系统协同法构建法方程，在此基础上再引入外区边界零约束，最终的法方程求解一般不再需要正则化，从而有效避免各种场量及其相互之间的解析函数关系受观测误差影响。而法方程解算，可选择 LU 三角分解法（平方根法）、Cholesky 分解法或未知数最小范数法。

7.10.6 残差场量多次累积 SRBF 逼近方案

从信号处理的角度上看，目标场元是观测场量与滤波器 SRBF 的卷积。当目标场元与观测场量类型不同时，单一 SRBF 函数难以同时与观测场量和目标场元的谱域中心及带宽有效匹配，可能导致目标场元的谱泄漏。而且，除 Bjerhammar 球埋藏深度（宽度参数 μ ）外，SRBF 类型、最小最大阶数、Reuter 格网等级、SRBF 中心分布及作用距离也都影响重力场逼近性能。因此，仅以宽度参数 μ 为参数的 SRBF 系数最优估计，不足以保证重力场的最佳逼近。

为解决这一关键问题，这里基于重力场逼近的线性可加性，给出多次累积 SRBF 逼近法重力场建模方案，代替以宽度参数 μ 为参数的 SRBF 系数优化估计方案，且每次逼近不再要求确定 Bjerhammar 球半径 R 或 μ 。当每次 SRBF 逼近采用不同谱域特征的 SRBF，多次累积 SRBF 逼近通过组合多个 SRBF 谱域中心及带宽，可充分解析目标场元的谱域信号，避免谱泄漏，从而实现目标扰动场元的最佳逼近。

单次 SRBF 逼近有效性的定量准则：(1) 保证残差目标场元空间分布连续可微，让残差观测场量的标准差尽量小；(2) 残差观测场量的统计平均值随累积次数增加趋于零，且不明显反号。多次累积 SRBF 逼近法的每次残差逼近，本质是以上次 SRBF 逼近结果为参考重力场，按移去恢复法精化残差目标场元。

7.11 高程系统及高程基准理论与概念

高程的本质是地球重力位（差）。大地测量学中的高程是地球重力场空间中的重力位数在地固坐标参考系中的几何近似表达，以方便人们利用重力场环境和性质来解决有

$$\bar{g}_A = \frac{1}{h_A^*} \int_0^{h_A^*} g(h) dh \quad (11.2)$$

式中： dh 为地面到大地水准面之间的积分线元。假设地面点到大地水准面间的地壳密度 ρ 为常数，可采用珀雷归算（Prey reduction）公式计算平均重力

$$\bar{g}_A = g_A - \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \gamma}{\partial h} + 2\pi G \rho \right) h_A^* \quad (11.3)$$

式中： g_A 为地面点 A 的实测重力； G 为万有引力常数； $\partial \gamma / \partial h$ 为正常重力梯度。按式（11.3）计算平均重力 \bar{g}_A 后得到的正高为 Helmert 正高。

平均重力 \bar{g} 为常数，因而地面点的正高 h^* 与积分路径无关，能唯一确定，不具有多值性，是满足唯一性和可测性要求的大地测量要素，可用来表示地面点的几何高程。

(2) 正常高系统物理大地测量学定义

正常高定义为 Q 的正常重力位数(= $U_0 - U_Q$)与 Q 到正常椭球面 E 之间平均正常重力 $\bar{\gamma}_Q$ 的比值

$$h_A = \frac{U_0 - U_Q}{\bar{\gamma}_Q} \quad (11.4)$$

由 Molodensky 条件，Q 点正常重力位数等于 A 点重力位数，即 $U_0 - U_A = c_A = W_G - W_A$ ，将其代入式（11.4），就是 Molodensky 正常高

$$h_A = \frac{U_0 - U_Q}{\bar{\gamma}_Q} = \frac{W_G - W_A}{\bar{\gamma}_Q} = \frac{C_A}{\bar{\gamma}_Q} \quad (11.5)$$

式中： $\bar{\gamma}_Q$ 也称 Molodensky 平均正常重力。由于 $W_G = U_0$ ，因此有

$$U_Q = W_A \quad (11.6)$$

可见，地面点 A 的重力位等于 Q 点正常重力位，如图 9。中国目前的正常高系统即为式（11.5）定义的 Molodensky 正常高系统。

值得强调的是，这里的 Molodensky 条件，完全不涉及 Molodensky 边值问题，而是布隆斯公式在 A 点的几何实现。类似地，Molodensky 平均正常重力 $\bar{\gamma}_Q$ 为常数，因而地面点的正常高 h 与积分路径无关，能唯一确定，不具有多值性，也是满足唯一性和可测性要求的大地测量要素，也可用来表示地面点的几何高程。

正高定义式（11.1）和正常高定义式（11.5）明确规定，大地测量几何高程的起算基准值都是约定且唯一不变的大地水准面重力位常数 W_G ，这是几何高程定义的大地测量学约束性要求，而由重力场逼近理论可知，大地水准面（高）只是由约定的大地水准面重力位 W_G 和重力场观测数据，在地固坐标参考系中的几何实现。

7.11.2 正高与正常高之间解析函数关系

高程是重力位（数）在地固坐标参考系中的几何表达，两点之间的高差是其重力位差在地球空间的几何表达。正（常）高在地固坐标参考系中客观唯一且精密可测，都是满足唯一性和可测性要求的大地测量要素。

地面点的大地高（椭球） H 等于地面点正高 h^* 与大地水准面（椭球）高 N 之和，也等于地面点正常高 h 与该点高程异常 ζ 之和

$$H = h^* + N = h + \zeta \quad (11.7)$$

式 (11.7) 是 GNSS 代替水准测量, 由 N (或 ζ) 测定地面点正高 h^* (或正常高 h) 的大地测量学依据。由式 (11.7) 得, 地面点的正高与正常高之差为

$$h^* - h = \zeta - N = \Delta\zeta \quad (11.8)$$

可见, 任意地面点的正高 h^* 与正常高 h 之差, 等于该点高程异常 ζ 与大地水准面高 N 之差 $\Delta\zeta$ 。

Stokes 边值问题积分解是大地水准面及其外部整个地球空间的扰动位 (Hofmann, 2006), 可同时确定大地水准面高 N 及外部高程异常 ζ (广义 Stokes 公式)。特别地, Stokes 边值问题积分解约束了 ζ 与 N 之间的解析函数关系 (章传银, 2017)

$$\zeta = N + \Delta\zeta = N + \int_0^{h^*} \frac{\partial\zeta}{\partial h} dh = N - \int_0^{h^*} \frac{\delta g}{\gamma} dh \quad (11.9)$$

式中: δg 、 γ 分别为线元 dh 处的扰动重力和正常重力。

7.11.3 大地水准面为零高程面的适用性

正 (常) 高在地固参考系中用重力场理论定义, 是具有唯一性和可测性的大地测量要素, 然而其代表的物理意义 (重力位数) 只能是近似的, 这是正 (常) 高大地测量学定义的固有性质。

(1) 高程起算面唯一性的大地测量学依据

若地面点 A 的正常高等于零 $h_A = 0$, 由正常高定义式 (11.5) 得

$$h_A = \frac{U_0 - U_Q}{\bar{\gamma}_Q} = \frac{W_G - W_A}{\bar{\gamma}_Q} = \frac{c_A}{\bar{\gamma}_Q} = 0 \Rightarrow c_A = 0, W_A = W_G \quad (11.10)$$

式 (11.10) 表明, A 点的重力位数等于零 $c_A = 0$, 且 A 的重力位 W_A 等于大地水准面重力位常数 W_G , 因此正常高等于零的点在大地水准面上。

将式 (11.10) 中的 $c_A = 0$ 或 $W_A = W_G$ 代入正高定义式 (11.1) 得

$$h_A^* = \frac{W_G - W_A}{\bar{g}_A} = \frac{c_A}{\bar{g}_A} = \frac{0}{\bar{g}_A} = 0 \quad (11.11)$$

式 (11.11) 表明, A 点的正高也等于零 $h_A^* = 0$ 。

联合式 (11.10) 和式 (11.11) 表明, 正常高为零的地面点, 正高和重力位数都等于零, 其重力位等于大地水准面重力位常数, 该地面点一定在大地水准面上。可见, 零正高面、零正常高面、零重力位数面与大地水准面重合, 其重力位恒等于大地水准面重力位常数 W_G 。

综上所述, 无论是正高系统、正常高系统, 还是重力位数系统, 高程起算面都是 (全球或区域) 大地水准面 (章传银, 2017)。

(2) 大地水准面重力位性质及基准性分析

正 (常) 高定义 [式 (11.1) 和式 (11.5)] 是解释高程基准和几何高程性质的唯一大地测量学理论依据。水准测量高差改正数公式依据正 (常) 高定义式推导, 高程起算基准的性质同样也只能依据正 (常) 高定义式给出直观解释, 否则容易导致认识上错误。

大地测量高程系统的定义式可统一表示为

$$h = \frac{W_G - W}{g} = \frac{c}{g} \quad (11.12)$$

当 g 为地面点到大地水准面之间的平均重力时，式(11.12)为正高系统定义；当 g 为 Molodensky 平均正常重力时，式(11.12)为 Molodensky 正常高系统定义；当 $g = 1$ 式，式(11.12)即为重力位数系统。

起算基准唯一且不随时间变化，是整个大地测量学科的限制性要求。考察高程系统定义式(11.12)， $g \neq 0$ ，地面点的重力位 W 是确定（或表达）其正（常）高的唯一自变量，而大地水准面重力位 W_G 是事先约定的不变常数值。因此，高程系统定义式(11.12)限制了只有约定的 W_G 才是正（常）高系统唯一不变的起算基准常数。

(3) 大地水准面几何形变的定义

任意地面点的高程客观存在，由其重力位数唯一定义。对于时刻形变着的地球，重力位 W 客观上随地球内部质量重新分布而变化，从而导致任意点的重力位数或几何高程随时间变化。地球形变直接引起两个历元时刻重力位的空间分布不同，导致地固坐标参考系中重力位等于 W_G 的大地水准面高在两个历元时刻存在差异，这种差异就是大地水准面（的几何）形变。

(4) 传统高程基准及起算值的性质

大地水准面通常被选为高程起算面，根据高斯（Gauss-Listing）定义，它是与全球平均海面最为吻合的重力等位面。传统地面大地测量时代，高程基准实现与地面点正（常）高测定主要基于水准测量原理。零高程可选为基本验潮站处的平均海面，并约定过高程零点的重力等位面为（区域）大地水准面。人们通过水准测量传递高差，以测定水准网点的正（常）高，从而获得（区域）大地水准面相对于水准网点的位置，实现高程基准。那时无需知晓高程零点（或大地水准面）的重力位，选定的高程零点显然没有精度和历元概念。这表明，高程零点（基本验潮站处的高程起算面）在选择时可有一定灵活性，具有约定性质，然而一旦选定，要用水准原点网来维持零高程（水准原点高程）的长期（如20年）不变性，以维护高程基准的唯一性。

7.11.4 似大地水准面作为基准面的问题

传统物理大地测量学中，将椭球高等于地面高程异常的地球封闭曲面称为似大地水准面，并将似大地水准面看作正常高的起算基准面，然而这种认识与正常高定义式(11.5)矛盾。一方面，零正常高面的重力位数等于零，零正常高面就是大地水准面，而不是所谓的似大地水准面。另一方面，经纬度相同、高度不等的两个点，高程异常不相等，若认为正常高由似大地水准面起算，则在垂直方向就必须有两个不重合的起算点，正常高系统的唯一性不成立。

通常情况下，实际测点不会正好落在地面高程异常模型构建（或确定）时所选择的特定地面数字高程模型面上，在厘米级水平的高程基准应用中，需要对地面高程异常模

型，增加一项随高度变化的高程异常梯度（或扰动重力）改正 $\delta\zeta$ （章传银，2017）

$$\zeta = \zeta_0 + \delta\zeta = \zeta_0 + \int_{h_0}^h \frac{\partial\zeta}{\partial h} dh = \zeta_0 - \int_{h_0}^h \frac{\delta g}{\gamma} dh = \zeta_0 - \left[\frac{\delta g}{\gamma} \right] (h - h_0) \quad (11.13)$$

式中： ζ 为实际测点高度处的高程异常， h 为测点的高度； ζ_0 为由地面高程异常模型内插至测点处的高程异常； h_0 为由数字地面高程模型内插至测点处的地面高度； $\delta g, \gamma$ 分别为实际测点到地面数字高程模型面间流动点的扰动重力和正常重力， $[\cdot]$ 为平均值运算。

例如，若用 1'×1'地面高程异常模型表达似大地水准面成果，则在中国大陆西部地区，式（11.13）中的改正 $\delta\zeta$ 有时可达分米量级。可见，虽然正常高系统定义科学严密，但在分米级精度要求下，将似大地水准面作为起算基准面，既不满足大地测量学基准性要求，也与正常高定义式（11.5）矛盾。PAGrav4.5 因此全面淡化似大地水准面以及与之关联的概念和知识。

7.11.5 高程系统的几何性质与概念更新

无论是正高还是正常高系统，都是在地固参考系中用重力场理论定义的。考察解析正高系统，设近地空间有两个解析正高分别为 h'_1 和 h'_2 的等正高面，即 $\Delta h'_{12} = h'_2 - h'_1 = C \neq 0$ ，为常数，由式（11.7）可得这两个等正高面的椭球高差 ΔH_{12} 为

$$\Delta H_{12} = H_2 - H_1 = (h'_2 + N) - (h'_1 + N) = h'_2 - h'_1 = \Delta h'_{12} = C \quad (11.14)$$

式（11.14）表明，两个等正高面的椭球高差等于其正高高差， $\Delta H_{12} = \Delta h'_{12}$ ，由此可得等正高面在地固参考系中相互平行，与大地水准面高 N 无关。

可见，局域范围内所有等正高面与大地水准面平行，等正高面与大地水准面具有相同的几何形状。由此推论，正高为地面点到大地水准面沿垂直于大地水准面的直线距离高度。还可直接推论，平均重力定义式（11.2）中的积分路线是直线。

受垂线偏差和弯曲正常重力线影响，铅垂线是不规则曲线，地面到大地水准面间的铅垂线长度大于直线距离。习惯上将正高看成是地面点沿铅垂线到大地水准面的不规则曲线长度，这种认识没有大地测量学依据，是错误的。

地球外部不存在平行的全球封闭曲面，大地水准面与等正高面只在无穷小的局域空间平行，正高因此具有典型的局域性质。

正常高是具备唯一性与可测性的大地测量要素，然而由于高程异常随高度不同而不相等，等正常高面在地固参考系中并不严格平行。高程异常信号随高度增加衰减，因此，等正常高面的几何形状，相对于大地水准面的几何形状，随高度增加会越来越平滑。

不难发现，等正高面与大地水准面平行，正高系统具有更直观的几何度量性质；等正常高面随高度增加越来越平滑，这表明正常高系统更接近重力场性质。可见，正高系统和正常高系统，分别有各自的优势、不足和科学应用，都有存在的必要性和科学性。

PAGrav4.5 科学计算程序功能索引

第一章 PAGrav4.5 架构、特色与理念.....	1
1.1 PAGrav4.5 科学计算系统架构.....	1
1.1.1 PAGrav4.5 总体结构.....	1
1.1.2 地球重力场数据分析与预处理计算.....	2
1.1.3 不同高度各类场元多种地形影响计算.....	3
1.1.4 高精度重力场逼近与全要素建模.....	3
1.1.5 区域高程基准优化、统一与应用计算.....	4
1.1.6 大地测量数据文件编辑计算与可视化.....	4
1.2 PAGrav4.5 科学目标与技术特色.....	5
1.2.1 PAGrav4.5 科学目标.....	5
1.2.2 PAGrav4.5 技术特色.....	5
1.3 PAGrav4.5 重要概念与特色理念.....	5
1.3.1 大地测量学的计量学性质与约束性要求.....	5
1.3.2 大地水准面与高程基准的概念更新.....	6
1.3.3 地形影响概念解析及其限制性要求.....	9
1.3.4 重力场外部边值问题的分类及解法.....	11
1.3.5 区域重力场及大地水准面精化原则.....	12
1.3.6 重力场逼近的误差分析与精度评定.....	13
1.4 PAGrav4.5 格式、约定与练习.....	15
1.4.1 大地测量数据文件格式约定.....	15
1.4.2 主要物理量单位及方向约定.....	16
1.4.3 课堂教学、独立自学与练习.....	17
1.5 PAGrav4.5 算法特色与使用说明.....	17
1.5.1 完整的地形影响解析算法体系.....	17
1.5.2 局部重力场积分算法技术特点.....	17
1.5.3 径向基函数重力场解析逼近.....	18
1.5.4 多源异构重力勘探解析建模.....	19
1.5.5 算法与计算技术路线优化.....	19
1.5.6 算法性能及参数测试分析.....	20
第二章 地球重力场数据分析与预处理计算.....	22
2.1 正常重力场、地球椭球常数及 W _G 分析计算.....	22
2.1.1 空间点正常重力场参数计算.....	22
2.1.2 地球椭球常数与 W _G 计算分析.....	23
2.2 重力场位系数模型及其频谱特征分析计算.....	24
2.2.1 地球重力场各种场元模型值计算.....	24
2.2.2 剩余地形(完全布格)影响模型值计算.....	26
2.2.3 全球地球重力场模型计算器.....	28
2.2.4 地球重力场频谱特征分析计算.....	28

2.3 测点扰动场元计算与大地水准面误差分析	29
2.3.1 实际测点扰动重力场元计算	29
2.3.2 区域重力大地水准面误差估计	30
2.3.3 重力大地水准面系统偏差影响	30
2.4 非等位面上扰动场元边值问题校正计算	31
2.4.1 球面/椭球面 Stokes 边值问题校正计算	31
2.4.2 任意形状边界面 Molodensky 边值校正	32
2.5 离散扰动场元多阶径向梯度法解析延拓	33
2.6 扰动重力场元粗差探测与基函数格网化	35
2.6.1 参考面支持的观测量粗差探测	35
2.6.2 指定参考属性的观测量定权	36
2.6.3 异质数据基函数插值格网化	37
第三章 不同高度各类场元多种地形影响计算	38
3.1 大地水准面外部各种场元局部地形影响计算	38
3.1.1 外部各种重力场元局部地形影响数值积分	39
3.1.2 外部各种场元局部地形影响快速 FFT 计算	41
3.1.3 外部各种重力场元局部地形影响计算器	43
3.2 外部重力陆地/海洋/湖库完全布格影响积分	44
3.2.1 外部重力陆海统一完全布格影响积分	44
3.2.2 江河湖库水体完全布格影响积分计算	47
3.3 各种外部场元地形 Helmert 凝聚影响计算	48
3.3.1 大地水准面外部地形 Helmert 凝聚数值积分	48
3.3.2 外部场元地形 Helmert 凝聚影响 FFT 计算	50
3.3.3 外部重力场元地形 Helmert 凝聚影响计算器	51
3.4 近地空间场元陆海剩余地形影响积分计算	53
3.4.1 近地空间场元陆海剩余地形影响数值积分	53
3.4.2 近地各种场元陆海剩余地形影响 FFT 计算	55
3.4.3 近地空间场元陆海剩余地形影响计算器	56
3.5 陆海统一的经典重力布格/均衡影响积分计算	58
3.5.1 地面/海面重力点经典布格均衡影响计算	58
3.5.2 陆海重力点经典布格/均衡影响计算器	60
3.6 超高阶陆海地形球谐分析与球谐系数模型构建	61
3.6.1 全球陆海地形数据球坐标格网化	61
3.6.2 超高阶全球陆海地形球谐分析	61
3.7 外部场元完全布格/剩余地形影响球谐综合计算	63
3.7.1 场元完全布格(剩余地形)影响陆海地形球谐综合	63
3.7.2 外部场元完全布格(剩余地形)影响模型值计算器	65
3.7.3 陆海地形位系数模型频谱性质分析	66
3.8 重力场元各种地形影响计算练习流程	67

3.8.1 平均地形高度面完全布格扰动重力计算流程.....	67
3.8.2 由重力场模型计算陆海布格均衡异常简单流程.....	73
第四章 高精度重力场逼近与全要素建模.....	78
4.1 Stokes/Hotine 积分外部高程异常计算.....	78
4.1.1 广义 Stokes 积分外部高程异常计算.....	79
4.1.2 广义 Hotine 积分外部高程异常计算.....	81
4.2 Vening-Meinesz 积分外部垂线偏差计算.....	83
4.2.1 空间异常 Vening-Meinesz 积分计算.....	84
4.2.2 扰动重力 Vening-Meinesz 积分计算.....	86
4.3 多种扰动重力场元反算与逆运算积分.....	88
4.3.1 Stokes 逆运算积分计算空间异常.....	89
4.3.2 Hotine 逆运算积分计算扰动重力.....	90
4.3.3 Vening-Meinesz 逆运算积分.....	92
4.3.4 高程异常计算外部扰动场元.....	94
4.4 外部场元梯度与 Poisson 数值积分计算.....	96
4.4.1 扰动场元径向梯度积分运算.....	97
4.4.2 扰动重力梯度积分运算.....	97
4.4.3 扰动重力逆运算积分计算.....	99
4.4.4 扰动重力计算外部重力梯度.....	100
4.4.5 外部场元 Poisson 积分运算.....	101
4.5 球面径向基函数性能特征与参数分析.....	102
4.5.1 球面径向基函数谱域空域性能分析.....	103
4.5.2 给定等级的 Reuter 球面格网构造.....	105
4.6 谱域 SRBF 重力场逼近及性能指标测评.....	106
4.7 多源异质数据 SRBF 重力场全要素建模.....	113
4.8 重力场及大地水准面建模练习流程.....	118
4.8.1 空域积分法重力场全要素建模练习流程.....	118
4.8.2 谱域 SRBF 重力场全要素建模快捷流程.....	127
第五章 区域高程基准优化、统一与应用计算.....	136
5.1 高程异常高差改正及高程系统差别计算.....	136
5.1.1 参考重力场模型高程异常高差改正.....	136
5.1.2 残差高程异常高差改正数局部精化.....	137
5.1.3 高程异常高差改正数实测重力校正.....	138
5.2 过指定点重力等位面构造与精化计算.....	139
5.2.1 参考重力场模型重力等位面构造.....	139
5.2.2 重力等位面大地高模型局部精化.....	140
5.3 过指定点等高面重力位和大地高计算.....	141
5.3.1 等高面重力位和大地高模型值确定.....	141
5.3.2 等高面重力位和大地高残差值精化.....	142

5.3.3 模型值与残差值求和.....	142
5.4 残差 GNSS 水准大地水准面精度评定.....	144
5.5 GNSS 水准融合与高程基准优化计算.....	145
5.5.1 区域高程基准零点重力位差计算.....	145
5.5.2 Poisson 方程约束 GNSS 水准融合.....	146
5.5.3 GNSS 水准残差水准网拟稳平差.....	147
5.6 GNSS 代替水准测定正(常)高计算器.....	147
第六章 大地测量数据文件编辑计算与可视化.....	149
6.1 文本记录数据标准化提取.....	149
6.2 数据插值、提取与区域分离.....	150
6.2.1 插值法改变格网分辨率.....	150
6.2.2 格网内插离散点属性.....	151
6.2.3 按属性条件提取记录.....	152
6.2.4 (向量) 格网数据区域分离.....	152
6.3 大地测量数据文件简单直接运算.....	153
6.3.1 点值属性加权运算.....	153
6.3.2 格网格值加权运算.....	153
6.3.3 向量格网加权运算.....	154
6.3.4 球谐系数加权运算.....	155
6.4 大地测量数值格网低通滤波运算.....	155
6.5 点值简单格网化与区域数据构造.....	155
6.5.1 离散点值内插法格网化.....	155
6.5.2 离散点向量内插格网化.....	156
6.5.3 高分点直接平均格网化.....	156
6.5.4 标准化格网格值构造.....	156
6.5.5 按经纬度范围提取数据.....	156
6.6 向量格网文件构造与转换.....	156
6.6.1 两格网合并为向量格网.....	156
6.6.2 向量格网的两分量分解.....	156
6.6.3 向量格网形式相互转换.....	157
6.6.4 向量格网转换为离散点值.....	157
6.7 大地测量数据的统计信息提取.....	158
6.8 格网水平梯度与向量格网内积计算.....	158
6.8.1 格网一/二阶水平梯度计算.....	158
6.8.2 两个向量格网的内积运算.....	158
6.9 大地测量数据可视化绘图工具.....	158
6.9.1 二维多属性数据曲线可视化.....	158
6.9.2 三维离散点值数据可视化.....	159
6.9.3 区域格网数字模型可视化.....	160

6.9.4 向量格网数字模型可视化	161
第七章 主要公式及算法	162
7.1 空间任意点正常重力场参数计算.....	162
7.1.1 空间任意点正常重力量计算公式.....	162
7.1.2 正常重力线与正常重力梯度线计算.....	163
7.1.3 勒让德函数及其导数算法	164
7.2 地球重力位系数模型计算公式	165
7.2.1 重力场量位系数球谐综合算法	165
7.2.2 缔合勒让德函数及其导数算法	166
7.3 椭球与球边界面的边值校正公式.....	167
7.4 经典地面重力归算方案及其局限性.....	168
7.4.1 空间改正与空间异常.....	168
7.4.2 层间改正与局部地形改正	168
7.4.3 布格异常与格网化计算	169
7.4.4 经典重力归算的局限性.....	169
7.5 陆海完全布格与剩余地形影响算法	170
7.5.1 陆域地形完全布格影响球近似算法	170
7.5.2 地球外部局部地形影响的积分算法	171
7.5.3 外部海水完全布格影响的积分算法	175
7.5.4 外部场量剩余地形影响的积分算法	176
7.6 局部地形补偿与地形 Helmert 凝聚	178
7.6.1 重力场量的地形 Helmert 凝聚影响	178
7.6.2 地形补偿与 Helmert 凝聚影响算法	178
7.7 陆海地形球谐分析与地形影响综合	179
7.8 陆海统一经典布格与均衡影响算法	181
7.8.1 陆地布格重力异常经典归算方法.....	181
7.8.2 海洋及陆海统一布格重力异常计算	182
7.8.3 陆地 Airy-Heiskanen 地壳均衡影响.....	183
7.8.4 海洋及陆海统一均衡重力异常计算	183
7.8.5 布格/均衡影响符号问题的物理解释	184
7.9 扰动地球重力场积分算法公式	185
7.9.1 广义 Stokes 与 Hotine 积分公式.....	185
7.9.2 广义 Vening-Meinesz 积分公式.....	186
7.9.3 Poission 积分算法及其应用计算.....	187
7.9.4 扰动重力场元正反积分运算.....	188
7.9.5 重力场积分核函数解析性质.....	189
7.10 球面径向基函数重力场逼近算法.....	191
7.10.1 外部扰动位的球面径向基函数表示	191
7.10.2 适合重力场逼近的球面径向基函数	192

7.10.3 谱域 SRBF 法局部重力场逼近计算	196
7.10.4 多种异构观测系统协同的参数估计	196
7.10.5 远区外边界 SRBF 系数零约束方法	198
7.10.6 残差场量多次累积 SRBF 逼近方案	198
7.11 高程系统及高程基准理论与概念	198
7.11.1 高程系统的严密大地测量学定义	199
7.11.2 正高与正常高之间解析函数关系	200
7.11.3 大地水准面为零高程面的适用性	201
7.11.4 似大地水准面作为基准面的问题	202
7.11.5 高程系统的几何性质与概念更新	203
PAGrav4.5 科学计算程序功能索引	204
样例目录名与可执行程序名对照列表	209
参考文献	211

样例目录名与可执行程序名对照列表

序号	程序中文名称	可执行程序名/样例目录名
1	PAGrav4.5 系统参数设置	Systemparameterset
2	正常重力场、地球椭球常数及 Wg 分析计算	PrNormalgravfdcalc
3	重力场位系数模型及其频谱特征分析计算	PrModelgravfdcalc
4	测点扰动场元计算与大地水准面误差分析	ProbsAnomousgrav
5	非等位面上扰动场元边值问题校正计算	PrBoundaryvalueAdj
6	离散扰动场元多阶径向梯度法解析延拓	PrGradcontinuation
7	离散重力场元粗差探测与基函数格网化	PrGerrweighgridate
8	大地水准面外部各种场元局部地形影响计算	TerLocalterraininfl
9	外部重力陆地/海洋/湖库完全布格影响积分	TerCompleteBougure
10	各种外部场元地形 Helmert 凝聚影响计算	TerHelmertcondensat
11	近地空间场元陆海剩余地形影响积分计算	Renterrianeffect
12	陆海统一的经典重力布格/均衡影响积分计算	TerSurfacegravinfl
13	超高阶陆海地形球谐分析与球谐系数模型构建	TerGloharmanalysis
14	任意场元完全布格/剩余地形影响球谐综合计算	TerHarmrntinfluence
15	重力场元各种地形影响计算练习流程	Terraininflexercise

16	Stokes/Hotine 积分外部高程异常计算	IntGenStokesHotine
17	Vening-Meinesz 积分外部垂线偏差计算	IntGenVeningMeinesz
18	多种扰动重力场元反算与逆运算积分	Integralgrainverse
19	外部场元梯度与 Poisson 数值积分计算	Intgendistgradient
20	球面径向基函数性能特征与参数分析	SRBFperformance
21	谱域 SRBF 重力场逼近及性能指标测评	SRBFestimateVerify
22	多源异质数据 SRBF 重力场全要素建模	SRBFheterogeneous
23	重力场及大地水准面建模练习流程	Gravfmdlexercise
24	高程异常高度改正及高程系统差别计算	AppHgtsysdifferent
25	过指定点重力等位面构造与精化计算	AppEquipotentialhgt
26	过指定点等高面重力位和大地高计算	AppEquihgtpotential
27	残差 GNSS 水准大地水准面精度评定	AppGeoiderrorestim
28	GNSS 水准融合与高程基准优化计算	AppGNSSlvhgtdatum
29	GNSS 代替水准测定正(常)高计算器	AppGNSSreleveling
30	文本记录数据标准化提取	EdPntrecordstandard
31	数据插值、提取与区域分离	Edatafsimpleprocess
32	大地测量数据文件简单直接运算	EdFlgeodatacalculate
33	大地测量数值格网低通滤波运算	EdGrdlowpassfilter
34	点值简单格网化与区域数据构造	Edareageodeticdata
35	向量格网文件构造与转换	EdVectorgridtransf
36	大地测量数据的统计信息提取	Tlstatisticalanalysis
37	格网水平梯度与向量格网内积计算	AppGerrweighgridate
38	二维多属性数据曲线可视化	multicurvesplot
39	三维离散点值数据可视化	Viewpntdata
40	区域格网数字模型可视化	Viewgridata
41	向量格网数字模型可视化	Viewvectgrd

参考文献.

- 晁定波, 申文斌, 王正涛, 2007. 确定全球厘米级精度大地水准面的可能性和方法探讨[J]. 测绘学报, 36(4): 370-376.
- 党亚民, 章传银, 陈俊勇, 等, 2015. 现代大地测量基准[M]. 北京: 测绘出版社.
- 郭俊义, 2001. 地球物理学基础[M]. 北京: 测绘出版社.
- 黄谟涛, 邓凯亮, 欧阳永忠, 等, 2022. 海空重力测量及应用技术研究若干进展[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 47(10): 1635-1650.
- 李建成, 陈俊勇, 宁津生, 等, 2003. 地球重力场逼近理论与中国 2000 似大地水准面的确定[M]. 武汉: 武汉大学出版社.
- 罗志才, 周浩, 李琼, 等, 2016. 基于 GRACE KBR 数据的动力积分法反演时变重力场模型[J]. 地球物理学报, 59(6): 1994-2005.
- 欧阳永忠, 陆秀平, 黄谟涛, 等, 2011. L&R 海空重力仪测量误差综合补偿方法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 36(5): 125-129.
- 沈云中, 2017. 动力学法的卫星重力反演算法特点与改进设想[J]. 测绘学报, 46(10): 1038-1315.
- 孙中苗, 翟振和, 李迎春, 2013. 航空重力仪发展现状和趋势[J]. 地球物理学进展, 28(1): 1-8.
- 田家磊, 李新星, 吴晓平, 等, 2018. 超高阶重力场模型最小二乘快速实现[J]. 测绘学报, 47(11): 1437-1445.
- 王正涛, 李建成, 姜卫平, 等, 2008. 基于 GRACE 卫星重力数据确定地球重力场模型 WHU-GM-05[J]. 地球物理学报, 51(5): 1364-1371.
- 吴晓平, 孙凤华, 张传定, 2004. 我国重力场与大地水准面的确定和改进[J]. 信息工程大学学报, 5(2): 107-110.
- 于锦海, 曾艳艳, 朱永超, 等, 2015. 超高阶 Legendre 函数的跨阶数递推算法[J]. 地球物理学报, 58(3): 46-53.
- 张传定, 吴晓平, 陆仲连, 2000. 全张量重力梯度数据的谱表示方法[J]. 测绘学报, 29(4): 297-304.
- 章传银, 2020. 地球物理大地测量科学计算平台 [EB/OL]. <https://www.zcyphygeodesy.com>, 中国测绘学科研究院.
- 章传银, 2025. 形变地球大地测量学[M], 科学出版社.
- 章传银, 2026. 物理大地测量学[M], 科学出版社.
- 章传银, 晁定波, 丁剑, 等, 2009. 球近似下地球外空间任意类型场元的地形影响[J]. 测绘学报, 38(1): 28-34.
- 章传银, 党亚民, 柯宝贵, 等, 2012. 高精度海岸带重力似大地水准面的若干问题讨论[J]. 测绘学报, 41(5): 709-714.
- 章传银, 郭春喜, 陈俊勇等, 2009. EGM2008 地球重力场模型在中国大陆适用性分析[J]. 测绘学报, 38(4): 283-289.
- 章传银, 蒋涛, 柯宝贵, 2025a. 统一于地固参考系的高程基准重力场理论基础与经典概念更新[J]. 测绘学报, 54(9): 1561-1571.
- 章传银, 蒋涛, 柯宝贵, 等, 2017. 高程系统定义分析与高精度 GNSS 代替水准算法[J].

测绘学报, 46(8): 945-951.

章传银, 马旭, 章磊, 等, 2021. 基于 GNSS 水准和重力场误差特性的大地水准面精度评估方法[J]. 测绘学报, 50(1): 12-17.

章传银, 王伟, 蒋涛, 2025b. 地球质心、形状极与多种自转动力学参数联动的监测方法[J]. 测绘学报, 54(7): 1157-1169.

钟敏, 段建宾, 许厚泽, 等, 2009. 利用卫星重力观测研究近 5 年中国陆地水量中长空间尺度的变化趋势[J]. 科学通报, 54(9): 1290-1294.

祝竺, 赵艳彬, 廖鹤, 等, 2017. 星载原子干涉技术用于地球重力场测量及其精度评估[J]. 测绘学报, 46(9): 1088-1097.

Ardalan A, Grafarend E, Kakkuri J, 2002. National height datum, the Gauss-Listing geoid level value W_0 and its time variation W_0 [J]. *Journal of Geodesy*, 76(1): 1-28.

Crossley D, Hinderer J, Riccardi U, 2013. The measurement of surface gravity[J]. *Reports on Progress in Physics Physical Society*, 76(4): 046101.

Hofmann-Wellenhof B, Moritz H, 2006. *Physical geodesy*[M]. 2nd ed. Vienna: Springer Wien New York.

Ihde J, Sánchez L, 2005. A unified global height reference system as a basis for IGGOS[J]. *Journal of Geodynamics*, 40(4/5): 400-413.

Petit G, Luzum B, 2010. *IERS Conventions (2010)*[S]. Frankfurt am Main: Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie.

Sánchez L, Ågren J, Huang J L, et al., 2021. Strategy for the realisation of the international height reference system (IHRs)[J]. *Journal of Geodesy*, 95(3): 33.

Sandwell, David T, 1991. Geophysical applications of satellite altimetry[J]. *Reviews of Geophysics*, 29(S1): 132-137.

Seeber G. 2003. *Satellite geodesy: Foundations, methods, and applications*[M]. 2nd completely revised and extended edition. Berlin, New York: Walter de Gruyter.

Zhang C Y, Dang Y M, Jiang T, et al., 2017. Heterogeneous gravity data fusion and gravimetric quasigeoid computation in the coastal area of China[J]. *Marine Geodesy*, 40(2/3): 142-159.