

地面及固体地球外部固体潮影响精密算法公式

1、天体引潮位的直接影响

天体引潮位对地球外部重力位的直接影响可用位系数变化表示：

$$\Delta\bar{C}_{nm} - i\Delta\bar{S}_{nm} = \frac{1}{2n+1} \sum_{j=2}^{10} \frac{GM_j}{GM} \left(\frac{a}{r_j}\right)^{n+1} \bar{P}_{nm}(\sin\varphi_j) e^{im\lambda_j} \quad (1)$$

式中： GM_j 为引潮天体 j 引力常数； r_j 为引潮天体的地心距；

$j = 2\sim 10$ 分别代表月球($n = 2,3$)、太阳、水星、金星、火星、木星、土星、天王星和海王星($n = 2$)；

φ_j 为地固坐标系中引潮天体的地心纬度； λ_j 为地固坐标系中引潮天体的经度(格林尼治恒星时)。

2、频率无关的固体潮影响

引潮位引起固体地球形变，导致地球质量重新调整，产生附加引力位，即附加位，称为重力位的间接影响。间接影响用勒夫数来表征。重力场位系数的固体潮影响，等于其直接影响与间接影响之和。

对于弹性地球，勒夫数与频率无关，这样的勒夫数称为标称勒夫数，如表 1。

表 1 标称勒夫数取值

n	m	潮汐周期	k_{nm}	h_{nm}	l_{nm}
2	0	长周期	0.29525	0.6078	0.0847
2	1	周日	0.29470	0.6078	0.0847
2	2	半日	0.29801	0.6078	0.0847
3	0	长周期	0.093	0.2920	0.0150
3	1	周日	0.093	0.2920	0.0150
3	2	半日	0.093	0.2920	0.0150
3	3	1/3 日	0.094	0.2920	0.0150

①与频率无关的重力场位系数固体潮影响可表示为：

$$\Delta\bar{C}_{nm} - i\Delta\bar{S}_{nm} = \frac{1+k_{nm}}{2n+1} \sum_{j=2}^{10} \frac{GM_j}{GM} \left(\frac{a}{r_j}\right)^{n+1} \bar{P}_{nm}(\sin\varphi_j) e^{im\lambda_j} \quad (2)$$

式中： k_{nm} 称为 n 阶 m 次标称位勒夫数。

②与频率无关的地面及地球外部高程异常(大地水准面)固体潮影响

$$\zeta = \frac{GM}{\gamma r} \sum_{n=2}^3 \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (1+k_{nm}) (\Delta\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \Delta\bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm} \quad (3)$$

③与频率无关的地面重力固体潮影响⊙

$$g_t = \frac{GM}{r^2} \sum_{n=2}^3 (n+1) \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n \left(1 + \frac{2}{n} h_{nm} - \frac{n+1}{n} k_{nm}\right) (\Delta\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \Delta\bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm} \quad (4)$$

④与频率无关的扰动重力固体潮影响

$$\delta g = \frac{GM}{r^2} \sum_{n=2}^3 (n+1) \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (1+k_{nm}) (\Delta\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \Delta\bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm} \quad (5)$$

⑤与频率无关的地倾斜固体潮影响⊙

$$\text{南向: } \xi^s = \frac{GM}{\gamma r^2} \sin \theta \sum_{n=2}^3 \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (1 + k_{nm} - h_{nm})(\Delta \bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \frac{\partial}{\partial \theta} \bar{P}_{nm} \quad (6)$$

$$\text{西向: } \eta^s = \frac{GM}{\gamma r^2 \sin \theta} \sum_{n=2}^3 \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=1}^n (1 + k_{nm} - h_{nm}) m (\Delta \bar{C}_{nm} \sin m\lambda - \Delta \bar{S}_{nm} \cos m\lambda) \bar{P}_{nm} \quad (7)$$

⑥与频率无关的垂线偏差固体潮影响

$$\text{南向: } \xi = \frac{GM}{\gamma r^2} \sin \theta \sum_{n=2}^3 \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (1 + k_{nm})(\Delta \bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \frac{\partial}{\partial \theta} \bar{P}_{nm} \quad (8)$$

$$\text{西向: } \eta = \frac{GM}{\gamma r^2 \sin \theta} \sum_{n=2}^3 \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=1}^n (1 + k_{nm}) m (\Delta \bar{C}_{nm} \sin m\lambda - \Delta \bar{S}_{nm} \cos m\lambda) \bar{P}_{nm} \quad (9)$$

⑦与频率无关的地面站点位移固体潮影响⊙

$$\text{东方向: } e = -\frac{GM}{\gamma r^2 \sin \theta} \sum_{n=2}^3 \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n l_{nm} m (\Delta \bar{C}_{nm} \sin m\lambda - \Delta \bar{S}_{nm} \cos m\lambda) \bar{P}_{nm} \quad (10)$$

$$\text{北方向: } n = -\frac{GM}{\gamma r^2} \sin \theta \sum_{n=2}^3 \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n l_{nm} (\Delta \bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \frac{\partial}{\partial \theta} \bar{P}_{nm} \quad (11)$$

$$\text{径向: } r = \frac{GM}{\gamma r} \sum_{n=2}^3 \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n h_{nm} (\Delta \bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm} \quad (12)$$

⑧与频率无关的扰动重力梯度固体潮影响

$$T_{nn} = -\frac{GM}{r^3} \sum_{n=2}^3 (n+1)(n+2) \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (1 + k_{nm})(\Delta \bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm} \quad (13)$$

⑨与频率无关的水平重力梯度固体潮影响

$$\text{北向: } T_{\varphi\varphi} = -\frac{GM}{r^3} \sum_{n=2}^3 \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (1 + k_{nm})(\Delta \bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \bar{P}_{nm} \quad (14)$$

$$\text{东向: } T_{\lambda\lambda} = -\frac{GM}{r^3 \cos^2 \varphi} \sum_{n=2}^3 \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=1}^n (1 + k_{nm}) m^2 (\Delta \bar{C}_{nm} \sin m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm} \cos m\lambda) \bar{P}_{nm} \quad (15)$$

上述标注⊙的大地测量观测量或参数，只有其点位与地球固连情况下有效，其余观测量或参数适合地面及固体地球外部空间。

3、频率相关的位系数变化

为表示粘滞性形变地球附加位引起的 n 阶 m 次位系数变化，需要用到 3 种形式的位勒夫数 k ，即 $k_{nm}^{(0)}, k_{nm}^{(\pm)}$ ($n > 2$)。当 $n = 2$ 时，考虑到形变地球的质量守恒，有 $k_{2m}^{(-)} = 0$ 。

表 2 潮汐位勒夫数 k 的取值

nm		潮汐周期	弹性地球		粘弹性地球		
n	m		k_{nm}	$k_{2m}^{(+)}$	$\text{Re}(k_{nm})$	$\text{Im}(k_{nm})$	$k_{2m}^{(+)}$
2	0	长周期	0.29525	-0.00087	0.30190	-0.00000	-0.00089
2	1	周日	0.29470	-0.00079	0.29830	-0.00144	-0.00080
2	2	半日	0.29801	-0.00057	0.30102	-0.00130	-0.00057
3	0	长周期	0.093	...			
3	1	周日	0.093	...			
3	2	半日	0.093	...			

3	3	1/3 日	0.094	...			
---	---	-------	-------	-----	--	--	--

地幔的粘滞性导致地球对引潮位的响应产生延迟, 使得位勒夫数 k 随频率变化, $k_{nm}^{(0)}$ 和 $k_{2m}^{(+)}$ 存在小的虚部。通常按如下两个步骤来处理附加位引起的位系数变化。

①采用与频率相关的位勒夫数 $k_{2m}^{(+)}$, ($m = 0,1,2$), 由 2 阶引潮位计算 4 阶位系数变化:

$$\Delta\bar{C}_{4m} - i\Delta\bar{S}_{4m} = \frac{k_{2m}^{(+)}}{5} \sum_{j=2}^{10} \frac{GM_j}{GM} \left(\frac{a}{r_j}\right)^3 \bar{P}_{2m}(\sin\varphi_j) e^{im\lambda_j} \quad (16)$$

②对 2 阶位勒夫数 k_{2m} 进行偏差校正 $\delta k_{2m}^{(0)} = k_{2m}^{(0)} - k_{2m}$, 利用位勒夫数校正值, 对 2 阶引潮位全部分潮 (包括长周期、周日、半日和 1/3 日分潮) 引起的 2 阶各次附加位系数变化($\Delta\bar{C}_{2m}, \Delta\bar{S}_{2m}$)进行改正。

4、地面测站位移潮汐影响

引潮位对测站位移的间接影响通过位移勒夫数 (勒夫数 h_{nm} 和志田数 l_{nm}) 来表征。对于实际 (粘滞性) 地球, 位移勒夫数既依赖于测站纬度, 又依赖于潮汐频率。固体潮对测站位移的影响通常也分两步计算:

①采用位移勒夫数标称值 $h_{2m}^{(0)}$ 和 $l_{2m}^{(0)}$ ($m = 0,1,2$), 如表 1, 由式 (10) ~ (12) 计算 2 阶、3 阶引潮位对测站位移的间接影响。

②考虑频率相关的 2 阶位移勒夫数与标称值的偏差, 对第一步的计算结果进行改正, 改正包括周日 ($nm = 21$)位移勒夫数虚部的贡献。